

# **Luokanopettajan pedagoginen ajattelu ja toiminta matematiikan opetuksessa**



Sanna Patrikainen

Luokanopettajan pedagoginen ajattelu  
ja toiminta matematiikan opetuksessa

*Esitetään Helsingin yliopiston käyttäytymistieteellisen  
tiedekunnan suostumuksella julkisesti tarkastettavaksi  
Helsingin yliopiston päärakennuksen Pienessä juhlasalissa,  
Fabianinkatu 33, lauantaina 15. joulukuuta 2012 klo 12*

*Esitarkastajat: Professori emeritus  
Kari Niinistö  
Turun yliopisto*

*Professori  
Raimo Kaasila  
Oulun yliopisto*

*Kustos: Professori  
Leena Krokfors  
Helsingin yliopisto*

*Vastaväittäjä: Professori emeritus  
Kari Niinistö  
Turun yliopisto*

ISBN 978-952-10-7867-5 (nid)

ISBN 978-952-10-7868-2 (pdf)

ISSN 1799-2508

Unigrafia

2012

Sanna Patrikainen

Luokanopettajan pedagoginen ajattelu ja toiminta matematiikan opetuksessa

---

## Tiivistelmä

Tämän tutkimuksen tavoitteena oli kuvata ja ymmärtää luokanopettajan pedagogista ajattelua ja toimintaa matematiikan opetuksessa. Ensinnäkin tutkimuksessa selvitettiin, miten opettajat käytännössä toteuttivat matematiikan opetustaan ja miten he perustelivat tekemiään pedagogisia ratkaisuja. Näihin empiirisiin havaintoihin perustuen tutkimuksen toiseksi keskeiseksi tavoitteeksi rakentui matematiikan opetuksen laadun pohtiminen suhteessa nykyiseen opetussuunnitelma-ajatteluun sekä sen mallintaminen teoreettisin käsittein. Tutkitavan ilmiön – matematiikan opetuksen – käsitteellistäminen ja teoreettinen pohdinta perustuivat didaktisen kolmion sisältämään didaktiseen suhteeseen.

Tutkimus on luonteeltaan laadullinen kollektiivinen monitapaustutkimus. Tutkimukseen osallistui kolme luokanopettajaa, joiden matematiikan opetusta seurattiin yhden matemaattisen sisällön opetusprosessin ajan. Tutkimusaineisto kerättiin kahta eri menetelmää hyödyntäen: Opettajien pedagogista toimintaa tarkasteltiin videohavainnoinnin keinoin ja tähän toimintaan liittyvää ajattelua ilmennettiin stimulated recall -haastattelumenetelmän avulla. Videoaineiston teorialähtöistä sisällönanalyysia varten laadittiin opetustapahtumaan kuvaava teoreettinen käsitteistö. Haastatteluaineiston analyysissa syvennettiin teoriasidonnaisin keinoin videohavainnoinnin tuottamaa ymmärrystä matematiikan opetuksesta.

Tutkimuksen tuloksena kuvattiin kaikkia opettajia yhdistäviä sekä heitä erottavia toiminnan ja ajattelun piirteitä. Opettajia yhdistävä opetuskäsitys määriteltiin luonteeltaan konstruktiiviseksi ja se noudatteli pitkälti nykyisen sosio-konstruktivistisen opetussuunnitelma-ajattelun periaatteita. Tämä opetuskäsitys tarkentui opettajakohtaisesti humanistis-konstruktiiviseksi, kognitiivis-konstruktiiviseksi sekä kontekstuaalis-konstruktiiviseksi käsitteeksi matematiikan opetuksesta. Viimein tutkimuksessa päädyttiin esittämään nelitahoinen matematiikan opetuksen malli, jonka sisältämä didaktinen suhde määrittänyt opettajan suhteena oppilaan, sisällön ja elämänpiirin muodostamaan kenttään.

Tutkimuksen tuloksia sekä tutkimukseen liittyvää menetelmällistä kehittelyä voidaan hyödyntää niin käytännön kouluopetuksen ja opettajankoulutuksen kuin opetuksen tutkimuksenkin piirissä. Ennen kaikkea tulokset tarjoavat nykyisille ja tuleville opettajille vertailukohdan sekä menetelmiä, joiden avulla he voivat reflektoida omia pedagogisia ajattelu- ja toimintatapojaan. Lisäksi tutkimuksen tuottama ajankohtainen tieto suomalaisesta matematiikan opetuksesta tarjoaa uusia näkökulmia matematiikan opetuksen kehitys- ja tutkimustarpeisiin sekä kansallisesti että kansainvälisestikin.

---

*Avainsanat:* didaktiikka, opetus, opetus-opiskelu-oppimisprosessi, matematiikan opetus, opettajan pedagoginen ajattelu ja toiminta, didaktinen kolmio, didaktinen suhde



Sanna Patrikainen

Class teacher's pedagogical thinking and action in mathematics education

---

## **Abstract**

The purpose of this research was to describe and understand class teacher's pedagogical thinking and action in mathematics education. At first we investigated how teachers taught mathematics as well as their reasons for their pedagogical decisions. Based on these empirical findings, the second essential aim was to consider the quality of mathematics education relative to socio-constructivistic curriculum thinking and to model it with theoretical conceptions. The conceptualizing of mathematics education was based on the didactical relation included in the didactical triangle.

The research is qualitative by nature and can be characterized as a qualitative collective multiple-case study. The participants—three class teachers—were followed up during one mathematical teaching-studying-learning process. The research material was gathered by two different methods: first the teachers' pedagogical action was observed using video recordings, and then the pedagogical thinking connected to this action was depicted with the help of stimulated recall interview. The video data was analysed using a theory based set of concepts which described the mathematics teaching-studying-learning process. The purpose of the theory-bounded interview data analysis was to deepen the tentative understanding of mathematics education gained through the video analysis.

The results describe the teachers' pedagogical thinking and action in the context of mathematics education. All three teachers shared a constructivistic conception of mathematics teaching and learning, but each emphasized different viewpoints. These personal conceptions of teaching were defined as humanistic-constructive, cognitive-constructive and contextual-constructive. Finally, a model of mathematics education consisting of four factors was constructed. This model also included the didactical relation which was defined as the teacher's relation to the student, the content and the life-world.

The research results and methodological inventions can be used in the context of school teaching, teacher education and research on teaching. Teachers and teacher students can utilize the results when reflecting on their own pedagogical thinking and action. In addition the research provides topical information concerning Finnish mathematics education as well as new perspectives for national and international research and development work.

---

*Keywords:* didactics, teaching, teaching-studying-learning process, mathematics education, teacher's pedagogical thinking and action, didactical triangle, didactical relation





## KIITOKSET

*"Äiti! Tutkiminen on sitä, että kaikkee vaan kattoo."*

*"Niin. Ja sitten vähän miettii."*

Tämä keskustelu kantautui korviini eräänä talvisena pakkasaamuna ruuhkai-  
sessa aamubussissa. Pieni poika oli matkalla äitinsä saattelemana päiväkotiin  
ja aikansa kuluksi hän tarkasteli ohi kulkevaa liikennettä huuruiseen ikkunaan  
piirtämänsä aukon kautta. Tuon matkan aikana pojalle selvisi, että auton etu-  
valot ovat valkoiset ja takavalot useimmiten punaiset. Pojan ja äidin jäädessä  
pois bussista päiväkodin pysäkillä, minä jatkoin matkaani kohti Siltavuoren-  
penkereellä sijaitsevaa työhuonettani. Siellä minua odotti oma tutkimuspro-  
jektini, jossa myös oli tarpeen katsella ja miettiä – siis tutkia, kuten bussissa  
matkustanut pikkupoika äitinsä avustuksella asian osuvasti kiteytti. Itse olin  
kiinnostunut katselemaan sitä, miten luokanopettajat toimivat opetustapahtu-  
man kulussa, erityisesti opettaessaan matematiikkaa. Oleellista tässä oli myös  
se, että mietimme yhdessä näiden opettajien kanssa heidän toimintansa taustalla  
vaikuttavia käsityksiä opetuksesta, opiskelusta ja oppimisesta. Lämmin  
kiitos teille Opettajat A, B ja C luokkanne ovien avaamisesta ja ajatustenne  
jakamisesta. Tämän oman bussimatkan aikana minulle selvisi useita kiinnos-  
tavia asioista opetuksesta: Mihin auton valkoisten etuvalojen tulisi osoittaa? –  
Mitä opetuksessa tavoitellaan? Ja mikä merkitys punaisilla takavaloilla on? –  
Mihin opetus perustuu ja mitä sen piirissä tulisi erityisesti huomioida?

Yksin en tätä opettavaista matkaani ole tehnyt. Seuraavaksi haluan kiittää  
niitä henkilöitä ja tahoja, jotka ovat olleet minulle erityisen tärkeitä jatko-  
opintojeni parissa kuluneiden vuosien aikana.

En olisi nyt tässä kirjoittamassa näitä väitöskirjani kiitossivuja ellen olisi  
luokanopettajaopintojeni loppuvaiheessa päätenyt ohjaajani *dosentti Matti Meren*  
graduseminariin, ellei Matti olisi tarttunut minua hihasta eräässä väi-  
töstilaisuudessa kehottaakseen hakemaan Opettajankoulutuslaitoksella avoin-  
na olevaa assistentin virkaa ja ellei Matti olisi ollut tukenani ja esittämässä  
juuri niitä oikeita kysymyksiä, jotka ovat olleet tutkimukseni etenemisen kan-  
nalta oleellisia. Olen sinulle Matti äärettömän kiitollinen kaikesta ajastasi,  
avustasi ja kannustuksestasi.

Toinen merkittävä henkilö koko tutkimusprojektiani ajatellen on *emeritu-  
sprofessori Pertti Kansanen*. Myös Pertti rohkaisi minua hakeutumaan jat-  
ko-opintoihin, ja aloitinkin opintoni hänen assistenttinaan ja hänen valvonnas-  
saan. Pertin ajatukset ja kirjoitukset ovat johdattaneet minua pohtimaan ope-  
tuksen kompleksista luonnetta ja siten vaikuttaneet vahvasti omaan ymmär-  
rykseeni opetustapahtuman kokonaisuudesta ja sen keskeisistä tekijöistä. Kii-  
tän sinua Pertti lämpimästi erityisesti niistä arvokkaista keskusteluista, joita  
olemme käyneet kasvotusten ja lukuisten sähköpostiviestien välityksellä saat-  
taessani tutkimustani loppuun. Viisaat ja kriittiset kommenttisi ovat olleet mi-  
nulle tärkeitä.

Sittenmin jatko-opintojeni valvojana on toiminut *professori Leena Krokfors*. Leenan kanssa olen saanut väitöskirjan ohella tehdä monenlaista muutaakin yhteistyötä sekä tutkimuksen että opetuksen saralla. Kaikki nämä kokemukset ovat olleet hyvin opettavaisia. Sinua Leena, haluan kiittää erityisesti siitä luottamuksesta, jota olet minua kohtaan osoittanut yhdessä työskennellessämme. Koen, että luottamuksesi ja sen mukanaan tuomat kokemukset ovat mahdollistaneet merkittäväällä tavalla oman ammatillisen kehittymiseni tutkijana ja opettajana.

Läheisimmät kollegani löytyvät luonnollisesti ensin Pertin ja sittenmin Leenan ja *emeritusprofessori Kari Uusikylän* johtamasta Opetuksen tutkimuskeskuksesta. Työskentely teidän kanssanne on opastanut minua tiedeyhteisön tavoille, mutta myös pohtimaan opetuksen ja opettajankoulutuksen perimmäisiä kysymyksiä. Edellä mainittujen keskuksen johtajien lisäksi kiitän sydämestäni teitä *dosentti Mirja Talib*, *dosentti Riitta Jyrhämä*, *KT Heini Paavola*, *KT Katriina Maaranen*, *KM Sari Mullola*, *KT Katariina Stenberg*, *KM Riikkalotta Jauhiainen*, *dosentti Auli Toom*, *dosentti Reijo Byman*, *dosentti Jari Salminen*, *dosentti Heikki Kynäslahti*, *professori Jukka Husu* ja *FT Janne Sääntti* yhteistyöstämme ja kollegiaalisista reflektointihetkestämme niin laitoksella, Kruununhaan kuppiloissa kuin yhteisillä matkoillamme ympäri maailman.

Käsilä oleva tutkimukseni sijoittuu matematiikan opetuksen kontekstiin. Näin ollen olen tarvinnut tuekseni myös matematiikan alan asiantuntijoita. Toisena ohjaajanani on toiminut *emeritusprofessori Erkki Pehkonen*. Kiitos Erkki niistä keskusteluista, joiden kulussa olet opastanut minua erityisesti suomalaisen matematiikan opetuksen ominaisluonteen pariin. Tässä yhteydessä haluan kiittää myös koko matemaattisten aineiden didaktiikan tutkimusryhmää. Teistä tuli minulle toinen tärkeä tukikohta jatko-opintojeni aikana. Olen kiittollinen jakamastanne asiantuntemuksesta ja mahdollisuuksista osallistua kansainvälisiin matematiikan opetuksen alan seminaareihin. Erityisen kiitän teitä *FT Heidi Krzywacki* ja *dosentti Kalle Juuti* kaikesta avustanne ja ystävyydestänne.

Jatko-opintojeni aikana vietin paljon aikaa myös matematiikan laitoksella sivuaineopintojen parissa. Matematiikka tieteenalana on varsin toisenlainen kuin kasvatustiede. Kiitokset *professori Juha Oikkonen* ja opiskelutoverini *FM Milla Salakka* kiintoisista filosofisista keskusteluista koskien yhtälailla matematiikkaa kuin elämääkin.

Edellä mainittujen tahojen lisäksi olen tätä tutkimusta tehdessäni tarvinnut avukseni myös menetelmällistä asiantuntemusta. Lämmin kiitos sinulle *professori Lasse Lipponen* mielenkiintoisesta ja opettavaisesta ajatustenvaihdosta videohavainnoinnin problematiikan parissa. Videohavainnoinnin hyödyntäminen aineiston keruun ja analyysin osalta on vaatinut myös teknistä osaamista. Suurkiitos tutkimustyöni helpottamisesta *KT Matti Lattu* ja *Kari Pouttu*.

Olen ollut etuoikeutettu saadessani edistää jatko-opintojani ja väitöskirja-tutkimustani kokopäiväisesti tiedeyhteisön jäsenenä ensin assistentin virassa ja tutkimukseni loppuvaiheessa apurahan turvin. Tästä esitän lämpimät kiitok-

seni Helsingin yliopiston Käyttätymistieteellisen tiedekunnan dekaanille ja Opettajankoulutuslaitoksen johtajille. Kiitän myös nykyistä esimiestäni Puistolalan peruskoulun rehtoria Harri Reinikaista ymmärryksestä ja myötenmielisuudesta suhtautumisesta tutkimukseni loppuunsaattamisen vaatimaa opiskelupaikasta kohtaan.

Tutkimusprosessini loppuvaiheessa erityisen merkittäviä henkilöitä ovat olleet väitöskirjani esitarkastajat *emeritusprofessori Kari Niinistö* ja *professori Raimo Kaasila*. Kiitän teitä kriittisistä ja rohkaisevista kommentteistanne väitöskirjaani liittyen. Esittämäni kommentit ja korjausehdotukset ovat olleet arvokkaita käsikirjoitukseni kehittämisessä ja sen laadun parantamisessa.

Väitöskirjan viimeistelyyn liittyy olennaisesti myös käsikirjoituksen painokuntoon saattaminen. Kiitokset tästä teknisestä avusta kuuluvat *amanuenssi Kari Pereniukselle*.

Viimein on tullut aika kiittää niitä läheisiä ihmisiä, jotka viime kädessä ovat jakaneet kanssani sen murheen ja riemun, ahdistuksen ja helpotuksen, joka kaikkeen uuden oppimiseen liittyy. Ilman perhettä ja ystäviäni tämä matkani ei olisi ollut mahdollinen.

Yliopistovuosieni aikana monista työkavereistani on tullut minulle tärkeitä ystäviä ja olen siitä onnellinen. Kiitos *Annikka, Anniina, Taru, Anu, Sanna, Jussi* ja *Olli* sekä koko muu Siltavuorenpenkereen väki. Kiitän myös teitä, lapsuudenystäväni *Hanna, Tuire, Minni, Sami, Heikki* ja *Tuomas*. Teidän seurassanne kipinä opiskelua ja uuden oppimista kohtaan on jo kouluaikoinamme syttynyt. Sitä intohimoa, jolla pitkän matematiikan opintoihin suhtauduttiin voi näin jälkikäteen vain hämmästellä. Sinua, parasta ystävääni, *Saara Nuutista* kiitän kaikista yhteisistä kokemuksistamme ja elämänmenon hämmästelystä. Yhteinen kiinnostuksemme tieteen tekemistä kohtaan on kauttasi avarutunut mielenkiintoisella tavalla ihmistieteiden parista luonnontieteellisen tutkimuksen maailmaan.

On vaikeaa kuvata sanojilla kiittolisuuden määrää, jota tunnen rakkaita vanhempiani, *Sirkka* ja *Risto Patrikaista*, kohtaan. Äiti ja isä, teidän pyyteetön huolenpitoron ja rakkautenne on elämäni vankka perusta, jonka varassa on ollut turvallista rakentaa omaa elämääni. Kiitos siitä. Kiitos myös rakkaat pikkusiskoni, *Outi* ja *Laura*. Te olette opettaneet minulle yhden elämän tärkeimmistä taidoista, yhdessä elämisen ja jakamisen taidon.

En tunne ketään niin ymmärtäväistä ihmistä kuin rakas aviomieheni *Seppo Salminen* on. Seppo, ilman sinun tukeasi ja pitkämielisyttäsi väitöskirja-projektini loppuunsaattaminen olisi ollut äärettömän vaikeaa. Kiitos aivan kaikesta. Olen onnellinen, että voin jakaa jokapäiväisen elämäni kanssasi ja suuntaankin nyt luottavaisin mielin kohti uutta, tällä kertaa meille yhteistä projektia, joka osoittaa, mikä elämässä lopulta on kaikkein tärkeintä.

*Joensuussa, syyskuun 20.10.2012*

*Sanna*



## Sisällysluettelo

### I JOHDANTO

<b>1 Tutkimuksen lähtökohdat ja tavoitteet .....</b>	<b>3</b>
1.1 Matematiikan opetus ajankohtaisessa tutkimuksessa ja kou- lukeskustelussa .....	3
1.2 Tutkimustehtävä ja tutkimuskysymykset .....	5
1.3 Tutkimuksen paradigmaattiset taustaolettamukset.....	6
1.3.1 Laadullinen tapaustutkimus tutkimusstrategiana .....	7
1.3.2 Didaktinen opetuksen tutkimuksen traditio .....	12
1.3.3 Opettajan pedagogisen ajattelun ja toiminnan luonne.....	18
1.3.4 Matematiikan luonteesta tieteenalana ja oppiaineena .....	25
<b>2 Tutkimusraportin rakenne .....</b>	<b>31</b>

### II TUTKIMUKSEN TEOREETTISET LÄHTÖKOHDAT

#### *Opetus teoreettisena ja praktisena ilmiönä*

<b>3 Opetus .....</b>	<b>35</b>
3.1 Opetuksen käsitteen määrittelyä.....	35
3.2 Opetuksen olemus .....	50
3.2.1 Opetuksen ominaisluonne .....	50
3.2.2 Opetuksen perustekijät .....	58
3.2.3 Didaktinen kolmio opetuksen perustekijöiden välisten suhteiden mallintajana .....	59
<b>4 Matematiikan opetus – ainedidaktinen näkökulma .....</b>	<b>66</b>
4.1 Ainedidaktiikan käsitteen määrittelyä .....	66
4.2 Matematiikan opetuksen luonne.....	70
4.2.1 Matematiikan kouluopetuksen vaiheita .....	70
4.2.2 Konstruktivistinen matematiikan opetus .....	72
4.2.3 Matematiikan opetus opetussuunnitelmassa.....	79
4.2.4 Matematiikan opetus suomalaisessa opetuksen tutki- muksessa .....	81
<b>5 Tutkittavan ilmiön teoreettinen mallintaminen ja keskeiset käsitteet tässä tutkimuksessa .....</b>	<b>86</b>
5.1 Käsite opetuksesta .....	86
5.2 Didaktinen suhde opettajan opetuskäsityksen ilmentäjänä .....	88
5.3 Opetustapahtumaa kuvaava teoreettinen käsitteistö.....	91

### III TUTKIMUKSEN EMPIIRINEN TOTEUTUS

#### *Opettajan pedagogisen ajattelun ja toiminnan tavoittaminen stimulated recall -haastattelua ja videohavainnointia hyödyntäen*

<b>6 Tutkimusasetelma</b>	97
<b>7 Tapaukset eli tutkimushenkilöt</b>	100
7.1 Tutkimushenkilöiden valinta	101
7.2 Luokanopettajien kuvaukset	104
7.2.1 Opettaja A – Konstruktivistis-objektivistinen käsitys matematiikasta tieteenalana	105
7.2.2 Opettaja B – Konstruktivistinen käsitys matematiikas- ta osana elämän ilmiöit.	107
7.2.3 Opettaja C – Objektivistis-konstruktivistinen käsitys matematiikasta elämästä selviämisen välineenä	108
<b>8 Aineiston keruu</b>	110
8.1 Opettajan pedagogista toimintaa ilmentävä videohavainnointi	111
8.2 Opettajan pedagogista ajattelua ilmentävä stimulated recall - haastattelu	116
<b>9 Aineiston käsittely ja analyysi</b>	123
9.1 Videoaineiston käsittely- ja analyysiprosessi	126
9.1.1 Videoaineiston käsittely ja analysoitavan aineiston muoto	129
9.1.2 Teorialähtöinen sisällönanalyysi	132
9.1.3 Videoaineiston kvantifiointi	137
9.1.4 Opettajakohtainen ja opettajien välinen toiminnan tar- kastelu	138
9.2 Stimulated recall -haastatteluaineiston käsittely- ja analyysi- prosessi	141
9.2.1 Stimulated recall -haastatteluaineiston käsittely ja ana- lysoitavan aineiston laatu	144
9.2.2 Teoriasidonnainen sisällönanalyysi	146
9.2.3 Ristiintaulukointi	152
9.2.4 Opettajakohtainen ja opettajien välinen ajattelun tar- kastelu	152

# IV MATEMATIIKAN OPETUKSEN EMPIIRINEN TARKASTELU

## *Opettajan pedagogisen ajattelun ja toiminnan ilmeneminen matematiikan opetuksessa*

<b>10 Luokanopettajan pedagoginen toiminta matematiikan opetuksessa</b>	157
10.1 Opettaja A:n pedagogisen toiminnan kuvaus	157
10.1.1 Opettaja A:n matematiikan opetus-opiskelu-oppimisprosessi	158
10.1.2 Didaktinen päätöksenteko Opettaja A:n toiminnassa	165
10.2 Opettaja B:n pedagogisen toiminnan kuvaus	169
10.2.1 Opettaja B:n matematiikan opetus-opiskelu-oppimisprosessi	169
10.2.2 Didaktinen päätöksenteko Opettaja B:n toiminnassa	176
10.3 Opettaja C:n pedagogisen toiminnan kuvaus	180
10.3.1 Opettaja C:n matematiikan opetus-opiskelu-oppimisprosessi	180
10.3.2 Didaktinen päätöksenteko Opettaja C:n toiminnassa	186
10.4 Yhteenveto luokanopettajan pedagogisesta toimintatavasta matematiikan opetuksessa	190
10.4.1 Opettaji A, B ja C yhdistävät toimintatavan piirteet	190
10.4.2 Opettaja A:n toimintatapa	193
10.4.3 Opettaja B:n toimintatapa	195
10.4.4 Opettaja C:n toimintatapa	197
<b>11 Luokanopettajan pedagoginen ajattelu matematiikan opetuksessa</b>	199
11.1 Opettaja A:n pedagogisen ajattelun kuvaus	199
11.1.1 Opettaja A:n toimintaansa liittämät näkemykset ja perusteet	199
11.1.2 Didaktisen päätöksenteon jäsentyminen Opettaja A:n ajattelussa	223
11.2 Opettaja B:n pedagogisen ajattelun kuvaus	226
11.2.1 Opettaja B:n toimintaansa liittämät näkemykset ja perusteet	226
11.2.2 Didaktisen päätöksenteon jäsentyminen Opettaja B:n ajattelussa	251
11.3 Opettaja C:n pedagogisen ajattelun kuvaus	254
11.3.1 Opettaja C:n toimintaansa liittämät näkemykset ja perusteet	254
11.3.2 Didaktisen päätöksenteon jäsentyminen Opettaja C:n ajattelussa	271

11.4 Yhteenveto luokanopettajan pedagogisesta ajattelutavasta	
matematiikan opetuksessa.....	275
11.4.1 Opettaja A, B ja C yhdistävät ajattelutavan piirteet.....	275
11.4.2 Opettaja A:n ajattelutapa.....	278
11.4.3 Opettaja B:n ajattelutapa.....	281
11.4.4 Opettaja C:n ajattelutapa.....	283

## V JOHTOPÄÄTÖKSET

### *Kohti matematiikan opetuksen teoriaa*

<b>12 Luokanopettajan matemaattinen opetuskäsitys.....</b>	<b>289</b>
12.1 Opettaja A, B ja C yhdistävä konstruktiiivinen opetuskäsitys.....	289
12.2 Opettaja A:n humanistis-konstruktiiivinen opetuskäsitys.....	294
12.3 Opettaja B:n kognitiivis-konstruktiiivinen opetuskäsitys .....	296
12.4 Opettaja C:n kontekstuaalis-konstruktiiivinen opetuskäsitys .....	300
<b>13 Matematiikan opetuksen laatu.....</b>	<b>305</b>
<b>14 Didaktisen suhteen käsitteellistäminen ja uudelleen</b>	
<b>mallintaminen.....</b>	<b>310</b>
14.1 Matematiikan opetuksen malli .....	313
14.2 Didaktinen suhde matematiikan opetuksessa.....	317

## VI POHDINTA

<b>15 Luotettavuustarkastelu.....</b>	<b>321</b>
15.1 Vastaavuus .....	321
15.2 Siirrettävyys .....	324
15.3 Tutkimustilanteen arviointi .....	326
15.4 Vahvistettavuus.....	327
<b>16 Tutkimuksen käytettävyys .....</b>	<b>329</b>
16.1 Tutkimustulosten tarkastelua .....	329
16.2 Tutkimustulosten ja tutkimuksen menetelmällisen kehittelyn	
merkitys ja hyödyntäminen .....	331
16.3 Tutkimusprosessin merkitys omassa ammatillisessa kehitty-	
misessä .....	333
16.4 Jatkotutkimusaiheet.....	335



<b>Lähteet</b> .....	337
<b>Liitteet</b> .....	351
 <b>Kuviot</b>	
 <b>Luku 1</b>	
<b>Kuvio 1.1</b>	Didaktiikan kehämalli ja teoria (Lahdes, 1986; 1994; 1997). ....17
<b>Kuvio 1.2</b>	Ihmis-, tiedon- ja oppimiskäsityksinä kuvattu opettajuuden (♦, ♣, ♠, ♥) dimensionaalinen kenttä (Patrikainen, 1997, s. 241). ....24
 <b>Luku 3</b>	
<b>Kuvio 3.1</b>	Opetuksen perustekijät. ....59
<b>Kuvio 3.2</b>	Didaktinen kolmio (Künzli, 1998; 2000). ....60
<b>Kuvio 3.3</b>	Didaktinen kolmio (Kansanen & Meri, 1999; Kansanen 2003; 2004). ....62
 <b>Luku 4</b>	
<b>Kuvio 4.1</b>	Didaktisen kolmion painottuminen matematiikan opetuksen näkökulmasta tarkasteltuna. ....66
 <b>Luku 5</b>	
<b>Kuvio 5.1</b>	Opetuskäsitys didaktisen suhteen kontekstissa.....90
 <b>Luku 6</b>	
<b>Kuvio 6.1</b>	Tutkimusasetelma. ....97
 <b>Luku 9</b>	
<b>Kuvio 9.1</b>	Laadullisen aineiston käsittelyn ja sisällönanalyysin eteneminen tässä tutkimuksessa. ....125
<b>Kuvio 9.2</b>	Luokanopettajan pedagogista toimintaa ilmentävän videoaineiston käsittely- ja analyysiprosessi tässä tutkimuksessa. ....128
<b>Kuvio 9.3</b>	Luokanopettajan pedagogista ajattelua ilmentävän stimulated recall-haastatteluaineiston käsittely- ja analyysiprosessi tässä tutkimuksessa. ....143
 <b>Luku 10</b>	
<b>Kuvio 10.1a</b>	Matematiikan opetus-opiskelu-oppimisprosessi, Opettaja A .....160
<b>Kuvio 10.1b</b>	Tyypillinen oppitunnin kulku, Opettaja A.....162
<b>Kuvio 10.2a</b>	Matematiikan opetus-opiskelu-oppimisprosessi, Opettaja B .....172
<b>Kuvio 10.2b</b>	Tyypillinen oppitunnin kulku, Opettaja B.....173
<b>Kuvio 10.3a</b>	Matematiikan opetus-opiskelu-oppimisprosessi, Opettaja C .....183
<b>Kuvio 10.3b</b>	Tyypillinen oppitunnin kulku, Opettaja C.....184

## Luku 11

<b>Kuvio 11.1</b>	Didaktisen päätöksenteon jäsentyminen, Opettaja A.....	225
<b>Kuvio 11.2</b>	Didaktisen päätöksenteon jäsentyminen, Opettaja B.....	253
<b>Kuvio 11.3</b>	Didaktisen päätöksenteon jäsentyminen, Opettaja C.....	274
<b>Kuvio 11.4</b>	Opettajia A, B ja C yhdistävät pedagogisen ajattelun piirteet ja didaktisen päätöksenteon jäsentyminen. ....	276

## Luku 12

<b>Kuvio 12.1</b>	Pedagoginen ajattelu ja toiminta, Opettaja A.....	294
<b>Kuvio 12.2</b>	Pedagoginen ajattelu ja toiminta, Opettaja B.....	297
<b>Kuvio 12.3</b>	Pedagoginen ajattelu ja toiminta, Opettaja C.....	301

## Luku 14

<b>Kuvio 14.1</b>	Matematiikan opetuksen malli: Didaktinen suhde opettajan suhteena oppilaan, sisällön ja elämänpiiriin muodostamaan tasoon. ....	312
<b>Kuvio 14.2</b>	Didaktinen suhde opettajan näkökulmasta – ulottuvuudet ja välittävät prosessit.....	312

## Taulukot

### Luku 1

<b>Taulukko 1.1</b>	Tämän tutkimuksen menetelmälliset valinnat suhteessa laadulliseen ja määrälliseen tapaustutkimukseen. ....	11
---------------------	--	----

### Luku 3

<b>Taulukko 3.1</b>	Opetuksen määritelmiä suomalaisissa opetusopeissa peruskoulun aikana. ....	44
<b>Taulukko 3.2</b>	Yhteenveto erilaisista opetuksen käsitteen määrittelyistä. ....	47

### Luku 4

<b>Taulukko 4.1</b>	Ainedidaktiikan ja pedagogisen sisältötiedon (Shulman, 1986b; 1987) käsitteiden vertailua Kansasta (2008; 2009a; 2009b) mukaillen. ....	69
<b>Taulukko 4.2</b>	Matematiikan opetuksen ja opiskelun tehtävien ja tavoitteiden vertailua Peruskoulun opetussuunnitelman perusteissa 1994 ja Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa 2004. ....	81

### Luku 5

<b>Taulukko 5.1</b>	Didaktisen suhteen luonnehdintaa opettajan pedagogisen ajattelun eri tasoilla Syrjäläistä ym. (2004) mukaillen. ....	91
<b>Taulukko 5.2</b>	Opetustapahtumaa kuvaavan teoreettisen käsitteistön osa-alueet ja lähteet. ....	92

## Luku 7

<b>Taulukko 7.1</b>	Tutkimushenkilöiden taustatiedot.....	105
---------------------	---------------------------------------	-----

## Luku 9

<b>Taulukko 9.1</b>	Esimerkki videoepisodin teorialähtöisestä sisällönanalyysistä opetustapahtumaa kuvaavan käsitteistön avulla.....	134
<b>Taulukko 9.2</b>	Esimerkki opettajien välisestä toiminnan vertailusta ja erityispiirteiden määrittämisestä kiihiin neliö -testiä hyödyntäen.....	140
<b>Taulukko 9.3</b>	Stimulated recall -haastatteluaineiston teoriasidonnaista sisällönanalyysia ohjaavan analyysirungon teemat ja niiden ilmeneminen opettajakohtaisesti.....	146
<b>Taulukko 9.4</b>	Esimerkki stimulated recall -haastatteluaineiston jakamisesta ajatuskokonaisuuksiksi sekä merkitystulkintojen pelkistämisestä (Opettaja A).....	149
<b>Taulukko 9.5</b>	Esimerkki opettajakohtaisen analyysirungon teeman sisältämien merkitystulkintojen ryhmittelystä opettajan toimintaan liittyviksi perusteiksi ja näkemyksiksi (Opettaja A).....	151
<b>Taulukko 9.6</b>	Esimerkki stimulated recall -haastatteluaineiston ristiintaulukoinnista (Opettaja A).....	153

## Luku 10

<b>Taulukko 10.1a</b>	Opetus-opiskelu-oppimisprosessin rakenne, Opettaja A.....	158
<b>Taulukko 10.1b</b>	Oppitunnin opetuksellisten vaiheiden tyypilliset piirteet, Opettaja A.....	163
<b>Taulukko 10.1c</b>	Pedagogisen toiminnan ominais- ja erityispiirteet, Opettaja A.....	166
<b>Taulukko 10.2a</b>	Opetus-opiskelu-oppimisprosessin rakenne, Opettaja B.....	169
<b>Taulukko 10.2b</b>	Oppitunnin opetuksellisten vaiheiden tyypilliset piirteet, Opettaja B.....	174
<b>Taulukko 10.2c</b>	Pedagogisen toiminnan ominais- ja erityispiirteet, Opettaja B.....	177
<b>Taulukko 10.3a</b>	Opetus-opiskelu-oppimisprosessin rakenne, Opettaja C.....	181
<b>Taulukko 10.3b</b>	Oppitunnin opetuksellisten vaiheiden tyypilliset piirteet, Opettaja C.....	185
<b>Taulukko 10.3c</b>	Pedagogisen toiminnan ominais- ja erityispiirteet, Opettaja C.....	187
<b>Taulukko 10.4</b>	Opettajia A, B ja C yhdistävät pedagogisessa toiminnassa ilmenevät teemat.....	192
<b>Taulukko 10.5</b>	Pedagogisessa toiminnassa ilmenevät yleiset teemat, Opettaja A.....	194
<b>Taulukko 10.6</b>	Pedagogisessa toiminnassa ilmenevät yleiset teemat, Opettaja B.....	196
<b>Taulukko 10.7</b>	Pedagogisessa toiminnassa ilmenevät yleiset teemat, Opettaja C.....	198

## Luku 11

<b>Taulukko 11.1</b>	Pedagogisen ajattelun jakautuminen luokanopettajan omaan toimintaansa liittämiä näkemyksiä ja perusteita kuvaaviksi pää- ja alateemoiksi, Opettaja A.....	200
<b>Taulukko 11.2</b>	Pedagogisen ajattelun jakautuminen luokanopettajan omaan toimintaansa liittämiä näkemyksiä ja perusteita kuvaaviksi pää- ja alateemoiksi, Opettaja B.....	226
<b>Taulukko 11.3</b>	Pedagogisen ajattelun jakautuminen luokanopettajan omaan toimintaansa liittämiä näkemyksiä ja perusteita kuvaaviksi pää- ja alateemoiksi, Opettaja C.....	254



## I JOHDANTO

*Johdantona käsillä olevaan tutkimukseen tuon lukijalle esiin ajankohtaisesta matematiikan opetusta koskevasta keskustelusta ja tutkimuksesta kumpuavia tutkimuksen lähtökohtia ja tavoitteita. Lisäksi kuvaan niitä paradigmaattisia taustaolettamuksia, jotka liittyvät tutkimaani ilmiöön, tutkimuksen kohteeseen ja kontekstiin sekä menetelmällisiin ratkaisuihin.*



# 1 Tutkimuksen lähtökohdat ja tavoitteet

## 1.1 Matematiikan opetus ajankohtaisessa tutkimuksessa ja koulukeskustelussa

Viimeisen kymmenen vuoden aikana suomalaiset oppilaat ovat menestyneet erinomaisesti lukuisissa kansainvälisissä vertailututkimuksissa, joissa on mitattu mm. matematiikan osaamista (TIMMS, 1999; PISA, 2000; 2003; 2006; 2009). Suomen maine ”PISA-ihmeenä” on johtanut lukuisiin ulkomaalaisten tutkijoiden, poliitikkojen ja opettajien vierailuihin suomalaisiin yliopistoihin ja kouluihin sekä kansainvälisten seminaarien järjestämiseen ja julkaisuiden kirjoittamiseen. Suomalaisesta opettajankoulutuksesta ja peruskoulusta on haluttu ottaa mallia niin Keski-Euroopassa kuin kaukana Aasiassakin. PISA-menestyksestä huolimatta suomalainen kouluelämän todellisuus ja siitä käytävä keskustelu näyttäytyy toisaalta myös hyvin ristiriitaisena (ks. esim. Simola, 2005). Väittely, siitä osataanko matematiikkaa vai eikö osata, ja mitä itse asiassa osataan, ja miten tätä kaikkea opetetaan, käy vilkkaampana kuin pitkään aikaan niin tiedemaailmassa kuin sanomalehtienkin palstoilla.

1980-luvulta lähtien Suomi on osallistunut kaiken kaikkiaan viiteen keskeiseen kansainväliseen matematiikan arviointitutkimukseen (SIMS 1980–1981; KASSEL-projekti, 1994; TIMMS, 1999; PISA 2000–2009). Suomalaisen tulokset ovat vaihdelleet näissä tutkimuksissa merkittävästi keskitasoa heikommasta viime vuosien huippusuorituksiin. Käytännössä nämä tulokset merkitsevät Törnroosin (2004, s. 71) mukaan sitä, että Suomessa on kansainvälisesti mitattuna vähän heikosti suoriutuvia oppilaita, mutta toisaalta huippusuoritujien osuus on melko pieni. Viimeaikaisimmista tutkimuksista (TIMMS, PISA) on käynyt ilmi, että suomalaiset oppilaat ovat saavuttaneet opetussuunnitelman tavoitteet hyvin silloin, kun matematiikan osaaminen määritellään jokaisen kansalaisen yleissivistyksenä, niinä tietoina ja taitoina, joiden avulla he pystyvät soveltamaan matematiikkaa arkielämän ongelmanratkaisutilanteissa. Kuitenkin peruslaskutaidoissa ilmenee puutteita. Samoin haasteena ovat oppilaiden asenteiden, motivaation ja matemaattisen minäkuvan kehittäminen sekä lahjakkaiden oppilaiden huomioiminen. (Ks. Korhonen, 2006; Kupari ym., 2007.) Näitä päätelmiä tukevat myös monet kansalliset tutkimukset. Niiden mukaan matematiikan oppimistulokset eivät kaikilta osin ole positiivisia ja osaamisessa on eri oppilasryhmien välillä havaittavissa eroja (ks. esim. Jakku-Sihvonen & Komulainen, 2004; Hautamäki ym., 2005; Huisman, 2006; Niemi, 2001; 2004; 2008; Niemi & Metsämuuronen, 2010).

Toisaalta ne vaatimukset, joita oppilaiden osaamiselle asetetaan, vaihtelevat. Korhonen (2006, s. 190) toteaa, että joidenkin ammatillisten koulutusten taholta on kritisoitu PISA-tutkimuksia sen vuoksi, etteivät ne mittaa oikeita asioita. Heidän mielestään jatko-opintoihin tultaessa ymmärtämistä tärkeämpää on hallita rutiininomainen laskutaito. Korhonen itse näkee, että matematiikan tarve on tämän päivän yhteiskunnassa lisääntynyt. Ennen matematiikan

opetuksen tärkein päämäärä oli peruslaskutaitojen hallinta. Nykyisin tarvitaan sekä ymmärtämistä että laskutaitoja. Pehkonen ja Seppälä (2007, ss. 48–49) päätyvät puolestaan toteamaan, että tärkein matematiikan opetuksen tavoite on matemaattisen ajattelun kehittäminen.

Lopulta myös opettajat ovat haasteiden edessä. Sosio-konstruktivistinen oppimiskäsitys sekä yhtenäisen peruskoulun ajatus pätevästä opettajasta edellyttävät pedagogisten taitojen sekä opetus- ja oppimisteoreettisen tietämyksen lisäksi syvällistä opetussisällön ja ko. tieteenalan ajattelun ja metodologian hallintaa. Joitakin vuosia sitten tilannetta on jo ehditty huolestuneena kommentoimaan Matemaattisten aineiden opettajien liiton (MAOL) toimesta. MAOL haluaisi siirtää matematiikan opetuksen aineenopettajien vastuulle jo vuosiluokilta 5–6 alkaen. Heidän näkemyksensä mukaan luokanopettajien koulutukseen sisältyy liian vähän matematiikan opintoja (STT 2.2.2003; Helsingin sanomat 10.2.2003). Lisäksi matematiikan opetusta kritisoidaan edelleen behavioristisen, matematiikan formaalia rakennetta korostavan opetustradition ylläpitämisestä.

Kuitenkin jo 1980-luvulta lähtien, jolloin konstruktivistinen oppimiskäsitys rantautui opetusta koskevaan keskusteluun, matematiikan opetusta on pyritty muuttamaan oppilaskeskeisempään suuntaan. Pehkonen (2001), kuten monet muutkin opettajan ajattelun tutkijat, näkevät, että keskeisessä asemassa tässä muutoksessa ovat sitkeästi elävät uskomukset matematiikasta instrumentaalisenä ja formaalina systeeminä, jotka eivät tue tavoitetta matematiikan ymmärtämisestä ja ajattelun kehittymisestä. Opettajien uskomukset vaikuttavat oleellisesti siihen, millaiseksi heidän opetuksellinen käytäntönsä muotoutuu. Didaktinen opetuksen tutkimuksen traditio näkee opettajan ennen kaikkea reflektiivisenä, tutkivana opettajana, joka on valmis kehittämään itseään ammatillisesti. Jos opettajat eivät kuitenkaan kyseenalaista omia uskomuksiaan matematiikasta sekä sen opettamisesta ja oppimisesta, käy helposti niin, että he siirtävät omana kouluaikanaan omaksumansa opetusperinteen sellaisenaan oppilaille. Tällöin noidankehä on valmis. Opetussuunnitelma-ajattelun muutos edellyttää siis muutosta myös matematiikan opetuskäytänteissä, jotka voivat muuttua vain opettajan pedagogisen ajattelun ja toiminnan muutoksen kautta.

Edellä kuvatut monenlaiset tutkimustulokset, näkemykset ja mielipiteet antavat matematiikan opetuksen laadusta varsin ristiriitaisen kuvan. Näin olen näen, että on syytä – vilkkaana käyvän mielipiteenvaihdon keskellä – avata luokkahuoneen ovi ja selvittää, millaisena matematiikan opetus ja opiskelu suomalaisessa koulutodellisuudessa näyttäytyy. On myös aiheellista valottaa niitä perusteita, joita opettajat itse omalle toiminnalleen esittävät. Tämänkaltaista tutkimusta matematiikan opetuksen osalta on Suomessa tehty varsin vähän (Pehkonen ym., 2007, s. 3; Pehkonen & Rossi, 2007, s. 143; Krzywacki ym., 2010). Tällaisen tutkimuksen myötä voidaan kuitenkin ajatella kehitettävän myös laajoja ja yleisiä kansainvälisiä tutkimuksia tarjoten niihin uusia näkökulmia mikrotason tarkasteluun pohjautuen.



## 1.2 Tutkimustehtävä ja tutkimuskysymykset

Tutkimukseni tavoitteena on kuvata ja ymmärtää luokanopettajan pedagogista ajattelua ja toimintaa matematiikan opetus-opiskelu-oppimisprosessin kontekstissa. Tutkimuksessani selvitän, miten luokanopettajat käytännössä toteuttavat matematiikan opetusta ja miten he perustelevat tekemiään pedagogisia ratkaisuja. Näiden käytännön opetus-opiskelu-oppimisprosessiin liittyvien havaintojen perusteella toiseksi keskeiseksi tavoitteeksi rakentuu tutkittavan ilmiön, matematiikan opetuksen, laadun tutkiminen sekä sen mallintaminen teoreettisin käsittein. Matematiikan opetuksen laadun pohtiminen tapahtuu suhteessa nykyiseen opetussuunnitelma-ajatteluun. Tutkittavan ilmiön – matematiikan opetuksen – käsitteellistäminen ja teoreettinen pohdinta perustuvat puolestaan saksalaisperäisessä didaktiikassa usein hyödynnettyyn, opetustapah-tuman elementtejä kuvaavan didaktisen kolmion sisältämään didaktiseen suh-teeseen (Kansanen & Meri, 1999; Kansanen, 2003) erityisesti matematiikan opetuksen ainedidaktisessa kontekstissa.

Edellä kuvattu tutkimustehtävä tarkentuu seuraaviksi tutkimuskysymyksiksi:

### *I Matematiikan opetuksen toteutuminen käytännössä*

1. Millaisena luokanopettajan pedagoginen toiminta ilmenee matematiikan opetuksessa?
  - 1.1 Miten opettaja järjestää matematiikan opetus-opiskelu-oppimisprosessin?
  - 1.2 Mitä didaktisia päätöksiä opettaja tekee?
2. Millaisena luokanopettajan pedagoginen ajattelu ilmenee matematiikan opetuksessa?
  - 2.1 Mitä perusteita ja näkemyksiä opettaja liittää toimintaansa?
  - 2.2 Miten opettaja jäsentää pedagogista päätöksentekoaan?

### *II Matematiikan opetuksen laatu ja teoreettinen mallintaminen*

3. Millaisilla teoreettisilla käsitteillä luokanopettajan pedagogisen ajattelun ja toiminnan ilmentämää opetuskäsitystä voidaan kuvata?
4. Millaisena matematiikan opetuksen laatu ilmenee suhteessa opetussuunnitelma-ajatteluun?
5. Millaisena käsitteellisenä mallina didaktista suhdetta voidaan kuvata erityisesti matematiikan ainedidaktisessa kontekstissa?

### 1.3 Tutkimuksen paradigmaattiset taustaolettamukset

Sidon käsillä olevan tutkimukseni tulkinnallisen tutkimustradition mukaiseen todellisuuskäsitykseen (ks. esim. Creswell, 1998; 2003; Denzin & Lincoln, 2005a; 2005b). Tavoitteenani on pikemmin kuvata ja ymmärtää kuin selittää mielenkiinnon kohteena olevaa ilmiötä, matematiikan opetusta. Tutkimustani voi luonnehtia myös pragmaattiseksi siten kuin se hermeneuttisessa perinteessä on ymmärretty. Kasvatuksen ja opetuksen tutkimus saa oikeutuksensa käytännöstä: ”*von der Praxis für die Praxis – käytännöstä käytäntöä varten*” (ks. Siljander, 2005, ss. 89–93). Ymmärrystä matematiikan opetuksesta rakennan laadullisen tapaustutkimuksen keinoin (ks. esim. Yin, 1990; 1994; Stake, 1995; 2005). Näen, edellä kuvaamaani tutkimuksen taustaan ja matematiikan opetuksesta käytävään ajankohtaiseen keskusteluun viitaten, että on tarpeen tarkastella lähemmin opetuksen käytäntöä sekä selvittää siinä osallisena olevien opettajien tulkintoja ja käsityksiä. Siten en pyri tulosten tilastolliseen vaan analyttiseen ja naturalistiseen yleistämiseen, jolloin tutkimukseni lukijan tehtäväksi jää lopulta tulosten siirrettävyyden arviointi. Uskon, Harjusen (2002, s. 7) sanoja lainatakseni, siihen että ”yksittäisessä on vivahdus yleistä, kaikkia koskettavaa”.

Laadullisessa tutkimuksessa tutkijalla ja hänen esiymmärryksellään tutkitavasta ilmiöstä on merkittävä rooli läpi koko tutkimusprosessin. Janesick (2000, s. 389) toteaa, että tutkijan roolin kuvaaminen taustasitoumuksineen on keskeinen tutkimusraportin osa. Laadullisen tutkimuksen piirissä hyväksytään myös ajatus siitä, että tutkijan näkökulmat ja olettamukset kehittyvät tutkimusprosessin kuluessa. Näin ollen pyrin jatkuvasti tässä raportissani esittämään mahdollisimman kattavasti ne käsitykset ja perustelut, joihin tutkimusprosessin aikana tekemäni filosofiset, teoreettiset ja menetelmälliset valintani pohjaavat. Tämä päätöksenteko värittyy eittämättä oman henkilökohtaisen taustani mukaisesti, joka on rakentunut vuosien saatossa kokemuksistani oppilaana, opiskelijana, luokanopettajana, opettajankouluttajana, opettajien täydennyskouluttajana ja tutkijana.

Kouluaikoina matematiikka oli aina lempiaineeni. Suhtauduin siihen positiivisesti, jopa intohimoisesti ja matematiikan oppikirjoista tuskin löytyi ratkaisematonta tehtävää. Ammatillisen urani aikana olen saanut tarkastella ja pohtia matematiikan opetusta useista eri näkökulmista käsin. Matematiikasta innostuneen koululaisen näkökulma täydentyi luokanopettajaopiskelijana didaktiikan opintojen myötä ja lisäsi entisestään mielenkiintoa matematiikkaa sekä sen opettamista ja opiskelua kohtaan. Kasvatustieteen jatko-opiskelijana minulla oli mahdollisuus opiskella sivuaineena lisää matematiikkaa ja hankkia siten myös matematiikan aineenopettajan pätevyys. Työnkuvani opettajankoulutuslaitoksen assistenttina oli moninainen. Jatko-opintojen ohella tein myös muuta tutkimustyötä, opetin kasvatustiedettä sekä ohjasin luokanopettajaopiskelijoita pro gradu -tutkielmien teossa ja opetusharjoittelussa. Lisäksi vastuullani oli myös muutamia laitoksen hallinnollisia tehtäviä. Erityisen kiinnostavaksi koin luokanopettajan koulutuksen opetussuunnitelmatyön, jota

tehtiin aktiivisesti varsinkin Bolognan prosessin edellyttämän tutkinnonuudistuksen aikaan vuosina 2004–2005. Nämä kokemukset ovat merkittävästi kehittäneet ammatillista osaamistani ja ymmärrystäni opetuksesta ja opetuksen tutkimuksesta. Väitöskirjaprosessin aikana olen työskennellyt kahteen otteeseen myös luokanopettajana, joka on yliopistovuosien vastapainoksi palauttanut mieleeni koulutodellisuuden haasteet ja mahdollisuudet sekä siten kehittänyt edelleen käsitystäni opetuksen kokonaisuudesta. Myös opettajien täydennyskouluttajana toimiminen matematiikan didaktiikan parissa on lisännyt ymmärrystäni opettajan käytännön työstä.

Tämän hetkinen henkilökohtainen kasvatus- ja opetusfilosofiani sekä ymmärrys matematiikan opetuksen luonteesta rakentuu vahvasti edellä kuvattujen kokemusteni muodostamalle perustalle, jossa merkityksellistä on niin opetuksen teoreettinen kuin käytännöllinenkin ymmärrys. Asennettani matematiikkaa sekä sen opetusta ja opiskelua kohtaan luonnehdin positiiviseksi ja innostuneeksi. Matematiikan näen luonteeltaan moninaisena ja siten mielestäni myös matematiikan opetus-opiskelu-oppimisprosessin tulee toteutua monin eri tavoin.

Seuraavissa luvuissa tarkennan käsillä olevan tutkimukseni paradigmaattisia taustaolettamuksia tapaustutkimuksen hengessä. Ensinnä kuvaan tapaustutkimusta yleisesti sekä tässä tutkimuksessa sovellettavana tutkimusmenetelmänä. Toiseksi tapaustutkimuksen luonteen mukaisesti on keskeistä määrittellä tutkimuksen kohde sekä se konteksti, jossa tapaukset ilmenevät. Siten kuvailen tutkimukseni kohdetta, opettajan pedagogista ajattelua, joka määrittyy didaktisesta opetuksen tutkimuksen traditiosta käsin, sekä sitä matematiikan kontekstia, johon tutkimukseni viime kädessä sijoittuu.

### **1.3.1 Laadullinen tapaustutkimus tutkimusstrategiana**

Tapaustutkimukselle ei ole olemassa yhtä yhtenäistä määrittelyä, vaan se riippuu tutkimuksen sovellusalasta, taustalla vaikuttavasta paradigmaattisesta ajattelusta, toteutustavoista sekä tutkijan henkilökohtaisista lähtökohdista. Epäselvyyttä aiheuttaa myös menetelmällisen termistön päällekkäisyys. Tapaustutkimuksesta puhuttaessa voidaan viitata mm. laadulliseen tutkimukseen, etnografiaan ja osallistuvaan havainnointiin. (Hammersley & Gomm, 2000, ss. 1–2; Luck ym., 2006, ss. 106–107; Verschuren, 2003, ss. 121–122; Syrjälä & Numminen, 1988, s. 6; Syrjälä, 1994, s. 11.)

Menetelmäkirjallisuudessa tapaustutkimusta on määritelty yksinkertaisimmillaan tutkimukseksi, jossa  $N = 1$ . Laajemmin ymmärrettynä tapaustutkimus määritellään tutkimusstrategiaksi, tutkimusotteeksi, metodologiaksi tai jopa omaksi paradigmatyypiksi. (Ks. esim. Dillon & Reid, 2004, s. 23; Van Wynsberhe & Kahn, 2007; Hammersley & Gomm, 2000, ss. 1–2; Verschuren, 2003, ss. 122, 137.) Toisaalta tietyssä mielessä kaikki tutkimus on tapaustutkimusta. Hammersleyn ja Gommin (2000, ss. 1–2) mukaan aina voidaan määrittää jokin yksikkö tai yksikköjen joukko, johon perustuen aineisto on kerätty. Yleensä – kuten myös tämän tutkimuksen kohdalla – tapaustutkimus kui-

tenkin määritellään tutkimusstrategiaksi, joka sallii monenlaiset tutkimusasetelmat (Yin, 1990, ss. 11, 13; Peuhkuri, 2005, s. 282; Luck ym., 2006, s. 105). On siis perusteltua todeta, että tapaustutkimus ei ole pelkkä menetelmä tai metodi eikä myöskään synonyymi laadulliselle tutkimukselle. Staken (2000a, s. 435; 2005, s. 443) mukaan tapaustutkimus ei itse asiassa edes ole menetelmällinen valinta, vaan tutkimuksen kohteeseen liittyvä valinta. Tapaustutkimusta ohjaa tutkijan kiinnostus yksittäiseen tapaukseen.

Tapaustutkimus sisältää erityisen olettamuksen siitä, kuinka sosiaalista maailmaa voidaan ja tulisi tutkia. Se on todellisuuden ja ilmiöiden kuvailemista ja ymmärtämistä (Hammersley & Gomm, 2000, s. 5). Kuvailun ja ymmärtämisen lisäksi, joidenkin tutkijoiden mukaan tapaustutkimuksen avulla voidaan myös selittää asioita (ks. esim. Yin, 1990, s. 13; Syrjälä, 1994, ss. 11–12). Alasuutari (1999, s. 55) huomauttaa, että tapaustutkimuksessa ei kuitenkaan tavoitella universaaleja lainalaisuuksia, vaan keskeistä on ilmiön paikallinen selittäminen. Staken (1995, ss. 39, 42, 102, 86–87) mukaan tapaustutkijan tulee tarjota lukijalleen tiheitä kuvauksia (*thick description*) ja niiden tuottamia välillisiä kokemuksia (*vicarious experience*), joiden avulla lukijan on mahdollista tehdä omia tulkintojaan tutkimuksen kohteena olevasta tapauksesta tai ilmiöstä ja suhteuttaa sitä omaan kontekstiinsa.

Tapaustutkimus voidaan määritellä Syrjälän (1994, s. 11) mukaan myös toiminnan tutkimiseksi, tietyn käytännön tarkasteluksi ja praktisen tiedon etsimiseksi. Tämän, käsillä olevan tutkimuksen kannalta Corcoran ym. (2004, s. 11) toteavat osuvasti, että tapaustutkimus on erityisesti käytännön tutkimista. Se on kaikkien toimintaan suorasti tai epäsuorasti liittyvien tekijöiden ja osallisten tutkimista. Lisäksi tapaustutkimus on osallisten toiminnan sekä heidän toimintaan liittyvien teorioiden tutkimista. Yin (1990, ss. 13, 16–20) esittää yksinkertaistaen, että tapaustutkimus soveltuu vastaamaan kysymyksiin miten ja miksi. Tällöin tapauksen tai ilmiön lisäksi pyritään ymmärtämään myös niiden olosuhteiden merkitystä, jotka vaikuttavat tapahtumien lopputulokseen, kuten Laine ym. (2007, s. 10) tarkentavat.

Tapaustutkimuksen tavoitteiden sekä tapausten lukumäärän perusteella voidaan määritellä erilaisia tapaustutkimuksen tyyppejä. Yin (1990, ss. 24–25) jaottelee tapaustutkimukset toisaalta yksitapaustutkimuksiin (*single-case study*) ja monitapaustutkimuksiin (*multiple-case study*) ja toisaalta tavoitteisiin perustuen selittäviin (*explanatory*), kuvaileviin (*descriptive*), arvioiviin (*evaluative*) ja kartoittaviin (*explorative*) tapaustutkimuksiin. Stake (1995, ss. 3–4) puolestaan määrittelee kolme erilaista tapaustutkimuksen tyyppiä: 1) luonnollinen (*intrinsic*) tapaustutkimus, jolloin ensisijaisena mielenkiinnon kohteena on tietty ainutkertainen tapaus, 2) välineellinen (*instrumental*) tapaustutkimus, jolloin tiettyä tapausta tutkitaan sen vuoksi, että sen ajatellaan edustavan jotain ilmiötä sekä 3) kollektiivinen (*collective*) tapaustutkimus, jolloin tiettyä ilmiötä pyritään ymmärtämään useamman tapauksen avulla.

Vaikka tapaustutkimusta on määritelty toisistaan poikkeavilla tavoilla, monet tutkijat jakavat kuitenkin yhteisen käsityksen tietyistä tapaustutkimuksen keskeisimmistä ominaispiirteistä: Tapaustutkimus on yhden tai muutaman

tapauksen tutkimista ja sen kohteena on tapauksen erityisyys ja ainutlaatuisuus. Tapaustutkimus on kontekstisidonnaista suhteessa aikaan ja paikkaan sekä historiallisiin, poliittisiin, taloudellisiin, kulttuurisiin, sosiaalisiin ja henkilökohtaisiin tekijöihin. Tapaustutkimus toteutetaan luonnollisessa ympäristössä, omassa asiayhteydessään ja tutkimustilanteelle on ominaista kontrolloimattomuus. Tapaustutkimuksessa hyödynnetään tyypillisesti triangulaatiota menetelmien, aineiston, tietolähteiden ja näkökulmien osalta. Kaiken kaikkiaan tapaustutkimus on kokonaisvaltaista. Se on rikasta, yksityiskohtaista, syvällistä, perusteellista ja intensiivistä tutkimusta. Tapaustutkimuksen tavoitteena on kuvailla tutkittavaa ilmiötä ja ilmentää siihen liittyviä erilaisia näkökulmia, vaihtoehtoisia tulkintoja ja jopa ristiriitoja. (Ks. esim. Stake, 1978/2000b; 1995; 2000a; 2005; Yin, 1990; 1994; Bassey, 1999; Hammersley & Gomm, 2000; Hamel ym., 1993; Stevenson, 2004; Luck ym., 2006; Ghesquière ym., 2004; Merriam, 1998; Saarela-Kinnunen & Eskola, 2001.)

Edellä kuvatusta yhteisymmärryksestä huolimatta tapaustutkimukseen liittyy vääjäämättä kaksi, osin toisiinsa liittyvää jännitettä. Tapaustutkijoiden näkemykset eroavat toisalta tulosten yleistettävyyden ja toisalta teorian roolin suhteen. Tapaustutkimusta koskevassa menetelmäkirjallisuudessa yleistettävyyteen liittyvä kysymys siitä, mitä lopulta voidaan sanoa yhden tai muuttaman tapauksen tarkastelun perusteella, on hyvin keskeinen ja näkyvästi esillä (ks. esim. Hammersley & Gomm, 2000; Peuhkuri, 2005, s. 306; 2007, s. 130). Tapaustutkija joutuu tasapainoilemaan tutkimuksen sisäisten ja ulkoisten tarpeiden välillä ja valitsemaan tavoitteleeko yksittäisen tapauksen näkökumaa vai pyrkiikö hän tuottamaan siirrettävää ja käsitteellistettävää tietoa laajemmin hyödynnettäväksi (Corcoran ym., 2004, s. 18). Useimmiten tapaustutkijat vastaavat tähän kritiikkiin toteamalla, että tapaustutkimuksen tavoitteena ei lähtökohtaisesti ole yleistettävyyttä, ainakaan siinä mielessä kuin se positivistisen tutkimusparadigman yhteydessä ymmärretään (ks. esim. Hammersley & Gomm, 2000, s. 5). Yin (1994, ss. 30–32) määrittelee tapaustutkimuksen tavoitteeksi tieteellisen yleistämisen sijaan analyttisen tai teoreettisen yleistämisen, jossa keskeistä on empirian avulla saatujen tietojen vertaaminen teorian pohjalta laadittuihin malleihin tai vaihtoehtoisin selityksiin. Stake (1995, ss. 85–86) puolestaan puhuu naturalistisesta yleistämisestä. Lincoln ja Guba (1985, ss. 38–40) viittaavat samaan termillä läpinäkyvyys tai siirrettävyys. Tällöin oletetaan, että lukija itse yleistää ja ymmärtää tapauksen vertaamalla siitä tehtyä perusteellista kuvausta omiin kokemuksiinsa.

Samoin kuin kysymys yleistettävyydestä, toinen keskeinen tapaustutkimukseen liittyvä kiistan aihe, teorian rooli, jakaa tapaustutkijoita eri leireihin: toisaalta empiirisen käytännön tutkimuksen ja toisaalta teoreettisen orientaation edustajiin. Hammersley ja Gomm (2000, s. 6) toteavat, että useimmat tutkijat kyllä myöntävät teorian merkityksen tapaustutkimuksen teossa, mutta heidän näkemyksensä eroavat sen suhteen, mikä vaaditun teoreettisen näkökulman luonne on. Toiset korostavat itse tapauksen rajattuna systeeminä ja kokonaisuutena, jolloin teorian tehtävänä on kuvata ja käsitteellistää tätä tapausta eli tehdä juuri se ymmärrettäväksi. Toisille taas tutkimuksen keskiössä on

teoria, jolloin tapauksen määrittely perustuu teoriaan ja tavoitteena on kuvata tapauksen edustamaa ilmiötä laajemmassa kontekstissa. Viime kädessä keskeistä lienee kuitenkin se, kuinka eksplisiittistä ja perusteltua käyttö teorian tapaustutkimuksessa on.

Edellä on kuvattu yleisesti tapaustutkimuksen määrittelyä, tavoitteita, ominaispiirteitä sekä siihen liittyviä kriittisiä, yleistettävyyttä ja teorian roolia koskevia jännitteitä. Tämän luvun lopuksi määrittelen ja perustelen tarkemmin käsillä olevan tutkimukseni menetelmällisiä valintoja. Stake (1995, ss. 38–40) erottaa toisistaan määrällisen ja laadullisen tapaustutkimuksen, jotka poikkeavat toisistaan erityisesti sen suhteen, onko ensisijaisena mielenkiinnon kohteena ilmiö vai itse tapaus. Tarkastelussani hyödynnän yhteenvedon omaisesti tätä tutkimusotteiden jaottelua kahden ääripään välisenä dimensiona sekä kuvaan sen avulla omaa tutkimusstrategiaani (ks. taulukko 1.1). Kuten edeltä on käynyt ilmi, tapaustutkimus ei ole yksiselitteisesti määriteltävissä ja sovellettavissa. Sen vuoksi tämä esittämäni eräänlainen vastakkainasettelu on tarkoituksella tapaustutkimukseen liittyviä näkökulmia ja sitoumuksia yksinkertaistava.

Perustan tämän taulukossa 1.1 esitetyn dimensionaalisen tarkastelun pitkälti kahden yhteiskunta- ja kasvatustieteiden piirissä keskeisimmän tapaustutkijan – amerikkalaisten Robert K. Yinin ja Robert E. Staken – näkemyksiin, jotka mielestäni ilmentävät tarkoituksenmukaisella ja havainnollisella tavalla tapaustutkimuksen eri variaatioita sekä mahdollistavat oman tutkimukseni menetelmällisten valintojen suhteuttamisen niihin nähden. Yiniä (1990; 1994) voidaan pitää positivistisen paradigman ja siten määrällisen tapaustutkimuksen edustajana (Stevenson, 2004, s. 43; Bassey, 1999, ss. 26–27). Yinin määritelmässä korostuvat positivistisesta ajattelusta kumpuavat seikat, kuten ensisijainen kiinnostus ilmiöön sekä teorian merkittävä rooli niin tutkimuksen tavoitteena kuin tapausten valinnan perusteenakin. Stake (1995; 2000a; 2005) puolestaan edustaa paradigmaattisten näkemysten toista ääripäätä, tulkinnallista tutkimusta ja siten laadullista tapaustutkimusta (Stevenson, 2004, s. 43; Bassey, 1999, s. 27). Staken ajattelusta ilmenee tulkinnalliselle paradigmalle tyypillinen kiinnostus luonnollisesti ilmenevien tapausten ainutlaatuisuuden ja kontekstisidonnaisuuden tarkasteluun.

Tämä, käsillä oleva tutkimukseni ei edusta strategialtaan puhtaasti kumpaakaan taulukossa 1.1 ilmennettyä tutkimusotetta, määrällistä tai laadullista tapaustutkimusta, vaan on niiden yhdistelmä. Ensisijaisena kiinnostuksen kohteena tutkimuksessani on *ilmiö*, eikä niinkään yksittäinen tapaus. Tutkimuksessa mukana olevien luokanopettajien ajatellaan ilmentävän tutkittavaa ilmiötä, matematiikan opetusta laajemminkin. Kuitenkin keskeinen keino tämän ilmiön tavoittamiseen on *yksittäisten tapausten* tutkiminen. Edellä mainittu Staken (2005, ss. 443–444) ajatus siitä, että tapaustutkimus on ennen kaikkea valinta sen suhteen, että tutkitaan vain yhtä tai muutamaa tapausta on siis erityisen osuva tutkimustani ohjaavan perimmäisen mielenkiinnon kuvaajana. Nämä tutkittavat tapaukset, kolme luokanopettajaa, ymmärretään tässä erityisiksi ja omalaatuisiksi persooniksi, vaikka he edustavatkin monelta osin

tyypillistä luokanopettajaa. Luokanopettajat on valittu kuitenkin siten, että he olisivat keskenään mahdollisimman erilaisia ja näin ollen ilmentäisivät matematiikan opetusta mahdollisimman monipuolisesti.

**Taulukko 1.1.** Tämän tutkimuksen menetelmälliset valinnat suhteessa laadulliseen ja määrälliseen tapaustutkimukseen.

	<b>MÄÄRÄLLINEN TAPAUSTUTKIMUS</b> <i>Edustajana: Robert K. Yin (1990; 1994)</i>	<<	>>	<b>LAADULLINEN TAPAUSTUTKIMUS</b> <i>Edustajana: Robert E. Stake (1995; 2000a; 2005)</i>
<b>Paradigma</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• positivistinen/post-positivistinen</li> </ul>		X	<ul style="list-style-type: none"> <li>• tulkinnallinen</li> </ul>
<b>Tapaus-tutkimus</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• tutkimusstrategia</li> <li>• empiiristä tutkimusta, joka tutkii nykyajan ilmiötä sen todellisessa kontekstissa, jolloin ilmiön ja kontekstin väliset rajat ovat epäselviä</li> </ul>	X	X	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ei metodologinen valinta, vaan valinta sen suhteen, mitä halutaan tutkia: kiinnostus yksittäiseen tapaukseen</li> </ul>
<b>Tapaus</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• teoriaan ja tutkimustietoon perustuen valittu</li> <li>• kontekstisidonnainen, voi sisältää alayksiköitä</li> <li>• yksityiskohtainen kompleksinen</li> </ul>	X	X	<ul style="list-style-type: none"> <li>• luonnollisesti ilmenevä, annettu</li> <li>• rajattu systeemi, kokonaisuus</li> <li>• yksityiskohtainen, kompleksinen</li> </ul>
<b>Kohde</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ilmiö</li> </ul>	X		<ul style="list-style-type: none"> <li>• tapaus</li> </ul>
<b>Tavoite</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• selittäminen, miten ja miksi -kysymyksiin vastaaminen</li> <li>• teorian testaaminen, kehittäminen ja luominen, teoreettiset päätelmät</li> </ul>	X	X	<ul style="list-style-type: none"> <li>• tapauksen kuvaileminen ja ymmärtäminen, ainutlaatuisuuden ilmentäminen</li> <li>• tapauksesta oppiminen, välillisten kokemusten tarjoaminen lukijalle</li> </ul>
<b>Yleistäminen</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• analyttinen yleistäminen</li> </ul>	X		<ul style="list-style-type: none"> <li>• naturalistinen yleistäminen, siirrettävyys</li> </ul>
<b>Tutkimuksen muodot</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• yksitapaustutkimus (<i>single-case study</i>)</li> <li>• monitapaustutkimus (<i>multiple-case study</i>)</li> <li>• selittävä (<i>explanatory</i>) kuvaileva (<i>descriptive</i>) arvioiva (<i>evaluative</i>) kartoittava (<i>explorative</i>)</li> </ul>		X	<ul style="list-style-type: none"> <li>• luonnollinen (<i>intrinsic</i>) instrumentaalinen</li> <li>• (<i>instrumental</i>) kollektiivinen (<i>collective</i>)</li> </ul>
<b>Tutkimusote</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• laadullinen</li> <li>• myös määrällinen</li> </ul>	X	X	<ul style="list-style-type: none"> <li>• laadullinen</li> </ul>
<b>Aineiston keruu</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ennalta kehitetyt teoreettiset väitteet, toistologiikka</li> <li>• luonnollinen konteksti</li> <li>• triangulaatio</li> </ul>		X	<ul style="list-style-type: none"> <li>• luonnollinen konteksti</li> <li>• triangulaatio</li> </ul>
<b>Aineiston analyysi</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• analyttiset strategiat ja tekniikat</li> <li>• tapausten väliset analyysit</li> <li>• vaihtoehtoiset tulkinnat</li> </ul>	X	X	<ul style="list-style-type: none"> <li>• tiiviit kuvaukset</li> <li>• osallisten oma merkityksenanto</li> <li>• tulkinta suhteessa tapaukseen</li> </ul>

Keskeistä tutkimuksessani on matematiikan opetuksen tutkiminen vahvasti *luonnollisiin opetustilanteisiin ja -prosesseihin liitettynä* eli sellaisena kuin se käytännössä ilmenee. Syrjälä (1994, s. 11) toteaaakin, että tapaustutkimus on luonteva tapa opetuksen ja oppimisen tutkimiseen. Tällöin kyse on ongelmien

kokonaisvaltaisesta tarkastelusta ja kuvauksesta, jota on lähes mahdotonta tehdä irrallaan tietystä yksittäisesti oppituntitilanteesta tai tapahtumaketjusta. *Kokonaisvaltaiseen kuvaukseen* tässä tutkimuksessa pyritään mm. triangulaation keinoin: Opettajan toiminnan tutkimisessa hyödynnetään videohavainnointia ja toimintaan liittyvän ajattelun selvittämisessä stimulated recall -haastattelua. Kontekstisidonnaisuuden ja kokonaisvaltaisuuden perusteella tapaustutkimus määrittyykin tässä tutkimuksessa myös *toiminnan tutkimiseksi*, johon ajatellaan Corcoraniin ym. (2004, s. 11) viitaten liittyvän myös opettajan toiminnalleen esittämien perusteluiden selvittäminen.

Tutkimuksen yhtenä keskeisimpänä päämääränä on *kuvata ja ymmärtää* luokanopettajan ajattelua ja toimintaa heille luonnollisissa kontekstissa ja pitkälti heidän näkökulmastaan käsin. Tämän tutkimuksen piirissä näen Staken (1995; 2000a; 2005) tavoin, että tällainen yksittäisten tapausten erityisyyden kuvaaminen ja ymmärtäminen on jo arvo sinänsä. Pyrin tutkimuksellani edistämään lukijan ymmärrystä matematiikan opetuksesta tai ainakin tarjoamaan hänelle uusia näkökulmia kyseiseen ilmiöön. Näin ollen tapausten tasolla pyrin erityisesti *naturalistiseen yleistämiseen* (Stake, 1995, ss. 85–86) ja siirrettävyyteen (Lincoln & Guba, 1985, ss. 38–40). Ajattelen kuitenkin myös niin – kuten esimerkiksi Yin (1990) – että yhtä tai muutamia tapauksia tutkimalla voidaan sanoa jotain myös tietystä laajemmasta ilmiöstä, jota tapausten nähdään edustavan. En siis tässä yhteydessä jätä matematiikan opetuksen tarkastelua vain kuvailevalle tasolle, vaan tavoittelen myös ilmiön *käsitteellistämistä ja mallintamista teoreettisesti*. Tutkittavan ilmiön tasolla pyrin siis *teoreettiseen tai analyyttiseen yleistämiseen* (Yin, 1994, ss. 30–32).

Vaikka tätä, käsillä olevaa tutkimusta voidaan luonnehtia osin määrällisen tapaustutkimuksen piirtein, erityisesti ilmiön tutkimisen ja teorian kehittelyn osalta, tutkimuksen toteutusta ohjaa kuitenkin voimakkaasti *tulkinnallisen* paradigman mukainen ajattelu todellisuuden ja tiedon luonteesta sekä menetelmällisistä keinoista. Näin ollen määrittelen tutkimukseni *laadulliseksi monitapaustutkimukseksi* ja Stakeen (1995; 2000a; 2005) viitaten, tarkemmin *kollektiiviseksi* monitapaustutkimukseksi. Tapauksen määrittelyyn ja tämän tutkimuksen tapausten valintaan liittyviin seikkoihin palaan tarkemmin luvussa 7.

### 1.3.2 Didaktinen opetuksen tutkimuksen traditio

Tämä tutkimus kiinnittyy tausta-ajattelultaan, näkökulmaltaan ja käsitteistöltään didaktiseen opetuksen tutkimuksen traditioon. Yhä useammin nykyisessä kasvatuksen ja opetuksen tutkimuksessa mielenkiinto kohdistuu opetustapahtuman kokonaisuuden tarkastelun sijaan kasvatuspsykologisiin ja oppimisteoreettisiin teemoihin, jonka ytimen muodostaa angloamerikkalainen, empiiris-analyyttinen tutkimusperinne (ks. esim. Kansanen, 2002; 2008b; Järvelä, 2008). Didaktiikka puolestaan juontaa historiallisesti juurensa saksalaisesta, kasvatustieteenfilosofisesta kasvatustieteestä. Näin ollen on syytä aluksi selkeyttää niitä tutkimukseni perusteita, joista käsin tässä tutkimuksessa opetusta tarkas-



tellaan ja erityisesti sellaisena kuin ne suomalaisessa didaktiikassa ymmärretään.

Termi didaktiikka on johdettu kreikankielestä ja otettiin systemaattisesti käyttöön Saksassa tietävästi Wolfgang Ratken ja Johan Amos Comeniuksen toimesta jo 1600-luvun alkupuolella. Sittenmin didaktiikan käsite (saksaksi *Didaktik*) on levinnyt sellaisiin maihin, joihin saksalaisella kulttuurilla on ollut yhteyksiä ja vaikutusvaltaa – lähinnä siis Keski-Eurooppaan ja Pohjoismaihin. (Ks. Gundem, 1992; Hopmann & Riquarts, 1995; 2000; Kansanen, 1995a; 2009a.) Didaktiikka ei kuitenkaan ole kansainvälisesti ymmärrettävä ja käytössä oleva käsite. Kansanen (2002, ss. 431, 434; 2009a, ss. 29–31) toteaa, että angloamerikkalaisessa kirjallisuudessa didaktiikan käsitettä ei juurikaan mainita, vaan samoista kasvatukseseen ja opetukseen liittyvistä teemoista puhutaan useamman eri tutkimusalueen piirissä, kuten esimerkiksi kasvatuspsykologiaan, opettajankoulutukseen sekä opetussuunnitelmateoriaan liittyen. Lisäksi englanninkielisellä termillä ”*didactics*” on hyvin negatiivinen, jopa halveksuva kaiku. Hopmann ja Riquarts (1995, s. 5; 2000, s. 6; ks. myös Hopmann & Gundem, 1998, s. 334) toteavat, että didaktiikan ymmärtäminen vanhanaikaisena, yksipuolisena, opettajajohtoisena ja kaavamaisena opetuksena juontaa juurensa kritiikistä herbar-zilleriläistä, oppitunnin rakennetta koskevaa muodollisten asteiden järjestelmää kohtaan.

Didaktiikka on saanut ajankulussa monenlaisia määritelmiä riippuen historiallisesta ja yhteiskunnallisesta kontekstistaan ja siitä, kuka didaktiikan käsitettä on määritellyt, millaista taustaolettamuksista käsin ja millaisia tarpeita varten. Ratkelle ja Comeniukselle 1600-luvulla didaktiikka oli selkeästi käytännöllinen ja normatiivinen oppijärjestelmä, jossa korostui opetuksen menetelmällinen näkökulma. Seuraavien vuosisatojen aikana Herbart toi didaktiikkaan systemaattisemman tarkastelutavan selkeyttäen opetuksen käsitteiden keskinäisiä suhteita. Hänen mukaansa didaktiikkaan kuului sekä opetuksen muoto eli opetusmenetelmä että opetuksen sisältö. 1700-luvun lopulla ja 1800-luvulla didaktiikalla oli vahva asema tieteenä. Hopmann ja Riquarts (2000, s. 6) toteavat, että herbartilaisuuden merkittävänä saavutuksena pidetään sitä, että sen myötä didaktiikka eriytyi yleisestä kasvatuksen teoriasta tieteenalaksi, jonka kohteena oli erityisesti koulun kontekstiin sijoittuva opetus. 1900-luvun alussa lapsikeskeisyyttä korostava reformipedagogiikka syrjäytti herbartilaisuuden. Saksassa syntyi erilaisia didaktisia koulukuntia, jotka saivat vaikutteita myös angloamerikkalaisesta tutkimustraditiosta. Pohjoismaisen ja suomalaisen didaktiikan kannalta merkittävin näistä on henkítieteellinen koulukunta (*geisteswissenschaftliche Didaktik*), joka rakentuu ensisijaisesti ”*Bildung*” käsitteen (sivistys) ja sisällön varaan. Kansanen (2004, s. 15) mukaan *Bildung*-käsitteellä tarkoitetaan ihmisen kokonaisvaltaista kehitystä sivistyneeksi yhteiskunnan jäseneksi, joka tapahtuu kasvatuksen kautta valtion demokraattisessa valvonnassa. Künzli (2000, ss. 45–46) tarkentaa, että *Bildung* on käsitteenä enemmän kuin tiedot ja taidot. Se ei määrity erillisten akateemisten tieteenalojen kautta, vaan koko elämänpiiriin ja yksilön aktiivisen osallisuuden kautta. Tässä prosessissa kasvatuksellisen sisällön valinta on tärkeää.

(Ks. tarkemmin Kansanen, 1990; 1995a; 1999; Gundem, 1992; Hopmann & Riquarts, 2000.)

Nykyaikainen didaktiikka sai Kansasen (1990, s. 21) mukaan varsinaisesti alkunsa 1900-luvun puolivälissä. Hän kuvailee didaktiikkaa osuvasti todeten, että didaktiikalla on kahdet kasvot: Toisaalta didaktiikka on opetuksen tutkimusta ja toisaalta taas opetuksen käytäntöä, jolloin didaktiikasta puhutaan opetusoppina. Opetusoppi voidaan perinteisesti jakaa edelleen opetussuunnitelmaoppiin, joka käsittelee opetuksen sisältöä eli sitä, mitä opetetaan sekä opetusmenetelmäoppiin, joka viittaa opetuksen muotoon eli siihen, miten opetetaan. (Kansanen, 2002, ss. 430–431.)

Didaktiikka opetusoppina on historiallisesti seurallut muualla maailmassa ilmenneitä kasvatuksen ja opetukseen liittyviä virtauksia 1800-luvun hegeliäisyydestä ja herbart-zilleriläisyydestä 1900-luvun alun reformipedagogiikkaan sekä viimein 1970-luvun behaviorististen käsitysten kautta nykyiseen sosio-konstruktivistisiin opetuksen, opiskelun ja oppimisen periaatteisiin. Didaktiikka tieteenalana ja opetuksen tutkimuksena on puolestaan kehittynyt 1800-luvulta alkaen. Alun alkaen kasvatusta ja opetusoppi perustui spekulatiiviseen filosofiaan ja sen tehtävänä oli asettaa kasvatusta koskevat tavoitteet. 1900-luvulla positivismiin ja kokeellisen psykologian suosio sekä empiiris-analyyttinen tutkimus kuitenkin heikensivät normatiivisen kasvatusta ja opetuksen asemaa. Kasvatustiedettä pidettiin kuvailevana, deskriptiivisenä tieteenä, joka ei ota kantaa arvoihin, vaikka niitä voikin tutkia. Viimeisin käänne tieteellisessä ajattelussa on 1900-luvun loppupuolella empiiris-analyyttisen lähestymistavan rinnalle noussut ihmisen ymmärtämistä korostava tulkinnallinen tutkimus ja kognitiivinen psykologia. (Ks. tarkemmin Kansanen, 1995b; 2002; 2008b; Lahdes, 1994; Heinonen, 1989; Iisalo, 1979; 1980a; 1980b.) Tutkimusintressien kohdistuessa opettajan ja oppilaiden kognitiivisiin prosesseihin on Kansanen (2002, ss. 428–429; 2008b, ss. 156–157;) mukaan opetus-opiskelu-oppimisprosessin vuorovaikutus jäänyt vähemmälle huomiolle eikä didaktisessa tutkimuksessa opetustapahtuman kokonaisuutta juurikaan enää tarkastella. Didaktiikka on muuttanut muotoaan ja ikään kuin sirpaloitunut tutkimaan kokonaisuuksien sijaan erityisiä näkökohtia. (Ks. myös Kivelä & Siljander, 2008, ss. 15–21.)

Huolimatta opetuksen tutkimuksessa tapahtuneista muutoksista, didaktiikalla on kuitenkin Suomessa selkeä ja vahva asema kasvatustieteen keskeisenä osa-alueena ja opettajankoulutuksen taustatieteenä. Suomalaisessa kasvatustieteessä käytetty termi didaktiikka on suora käännöksen saksankielisestä termistä *die Didaktik*. Myös didaktiikan käsitteen merkitys ja käyttö on saksalaisperäistä, vaikka kyseinen traditio ei olekaan enää Pohjoismaissa aktiivinen. Kansanen (2004, ss. 14, 16–17) tulkitsee, että suomalaisessa didaktiikassa saksalainen kasvatustieteellinen traditio – erityisesti henkityieteellinen didaktiikka – ja nykyisin ajankohtainen amerikkalainen empiiris-analyyttinen opetuksen tutkimus ovat sekoittuneet siten, että didaktiikka on kehittynyt pitkälti opetuksen tutkimukseksi, kun taas opetusopin näkökulma on jäänyt taka-alalle. Myös suomalainen opettajankoulutus, joka perustuu tutkimuspainottei-

suuden ajatukselle ja painottaa opettajan pedagogisen ajattelun merkitystä, viestii tästä kehityksen suunnasta. Kasvatuksen ja opetuksen tutkimusta on jo pidemmän aikaa hallinnut pohjoisamerikkalainen tiedemaailma, jota myös suomalainen ja skandinaavinen käytäntö vahvasti seuraa. Kuitenkin didaktiikka opetusta tarkastelevana näkökulmana juontaa juurensa saksalaisesta kasvatustieteestä, jota myös kielenkäyttömme yhä edelleen noudattelee. Näin ollen didaktiikka on Suomessa vahvasti kansallista, jonka puitteissa pyritään seuraamaan kullekin ajalle tyypillisiä ajattelutapoja opetukseen ja oppimiseen liittyen. Lahdes puhui opetusopissaan jo 1960-luvun lopulla ”*vaeltajan didaktiikasta*”. Hän totesi, että ”-- paras opetusoppi pedagogin matkaevääksi on eräänlainen ”vaeltajan didaktiikka”. Sitä noudattava opettaja pyrkii tarkastelemaan aikakauden virtauksia valppaasti mutta samalla harkitusti, sitten valitsemaan kestävimmit ratkaisut ja lopuksi toteuttamaan ne omassa työssään mahdollisuuksien sallimissa rajoituksissa.” (Lahdes, 1969, s. 30.)

Oleellista didaktiikan ymmärtämisen kannalta suomalaisessa kasvatustieteellisessä keskustelussa on sen mielenkiinnonkohteen – opetuksen – näkeminen laajasti opetus-opiskelu-oppimisprosessina. Kansanen (2002, ss. 430–431) korostaa, että opetustapahtuman kokonaisuus sisältää niin opettajan ja opetuksen kuin oppilaan ja oppimisenkin sekä kaikki mahdolliset keskenään vuorovaikutuksessa olevat tekijät. Lisäksi didaktiikka liittyy aina johonkin yhteiskunnalliseen kontekstiin, johonkin sen instituutioon, ja siten myös opetussuunnitelma kuuluu didaktiikan piiriin. Opetussuunnitelma tuo opetustapahtuman kokonaisuuteen mukanaan opetuksen tavoitteet ja sisällöt, jotka määräytyvät yhteiskunnan arvojen ja koulutuspolitiikan mukaisesti. Opetussuunnitelma ohjaa ja rajoittaa tietyssä määrin opettajan ja oppilaiden toimintaa ja sen vapausasteita. Didaktiikka on siis normatiivinen keino vaikuttaa opetustapahtuman toteutumiseen käytännössä. Tutkimus, jota tämän kokonaisuuden sisällä harjoitetaan, on didaktista tutkimusta. Sen tavoitteena on kuvata opetusta deskriptiivisesti, mutta tuottaa myös – ainakin välillisesti – opetuksen käytännössä hyödynnettävää teoreettista tietoa. Puhutaan siis deskriptiivisestä ja normatiivisesta didaktiikasta (ks. tarkemmin esim. Kansanen, 1990).

Toinen didaktiikan keskeinen ominaispiirre liittyy yllä mainittuun deskriptiivisyyden ja normatiivisuuden väliseen kanssakäymiseen. Didaktiikalle on ominaista, että opettaja ymmärretään reflektiiviseksi ammattilaiseksi, jolla on opetussuunnitelman asettamien rajojen puitteissa vapaus toteuttaa omaa opetustaan (ks. esim. Hudson, 2007; Kansanen, 2004; Kansanen ym., 2000; Kansanen, 1991b; Hopmann & Riquarts, 2000; Imsen, 1999; Hopmann & Gundem, 1998; Uljens, 1997). Sen lisäksi, että opetuksen tutkimukselta odotetaan luotettaviin tutkimustuloksiin pohjautuvia opetusohjeita, myös opettajan edellytetään pohtivan opetustapahtumaa kriittisesti niin teorian kuin käytännönkin näkökulmasta. Didaktiikka asettaa siis opettajan varsin vastuulliseen – vaikkakin itsenäiseen – asemaan.

Saksalaisessa opetussuunnitelma-ajattelussa (*Lehrplan*), Westbryn (2000, ss. 17, 23; 1998, ss. 48, 57, 59, 64–65) mukaan opettajan toimintaa oh-

jaavat *Bildung*-käsitteeseen (sivistys) kiteytyvät opetuksen tavoitteet sekä didaktiset ajattelun taidot. Opiskeltava sisältö nähdään arvokkaaksi koetun kulttuuriperinnön edustajana, joka voi olla kasvattavaa ja tulla eläväksi vain opettajan tulkinnan kautta. Didaktiikan ytimessä ovat reflektiivinen opettaja ja reflektiivinen opetus. Opettaja on ammattitaitoinen käytännön toimija (*professional practitioner*), joka työskentelee opetussuunnitelman puitteissa, muttei sen ohjaamana samassa mielessä kuin amerikkalaisessa *curriculum*-ajattelussa. Westbury (2000, ss. 17, 21, 28; 1998, ss. 58–59) kuvailee amerikkalaisen koulutuspolitiikan mukaista opetussuunnitelmaa käyttöohjueksi (*curriculum-as-manual*), joka ohjaa ja kontrolloi koulun toimintaa. Opettajat nähdään koulujärjestelmän työntekijöinä (*employees*), jotka ovat formaalin kontrollin alaisena ja joiden tehtävänä on toteuttaa opetussuunnitelmaa ikään kuin passiivisina tavoitteiden välittäjinä. Saksalaisessa opetussuunnitelma-ajattelussa opettajalla asiantuntijana on puolestaan täysi vapaus kehittää omaa opetustaan. Siten didaktiikassa keskeistä ovat opetusta koskevat perustelut. Didaktiikka ei pyri johtamaan koulutyötä tai opetussuunnitelman laadintaa, vaan se tarjoaa opettajille keinon pohtia keskeisiä mitä-, miten- ja miksi-kysymyksiä, jotka ovat reflektiivisen opetuksen ydintä. Didaktiikka tavoittelee ajattelumalleja, joiden avulla opettaja voi systemaattisesti analysoida, perustella ja tarvittaessa puolustaa omaa työtään ja tulkintojaan opetussuunnitelmasta.

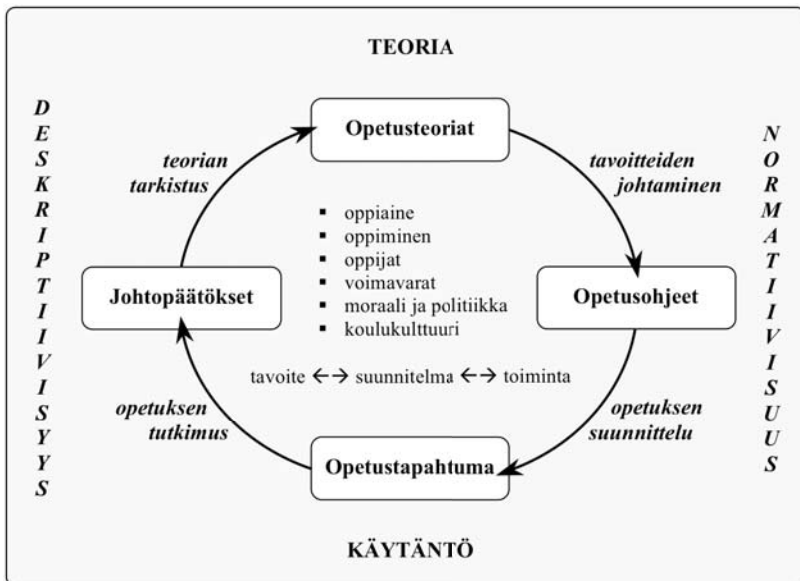
Suomalaiseen didaktiikkaan opettajan didaktinen ajattelu on kuulunut jo 1960-luvulta alkaen. Kansanen (2004, s. 87; ks. myös Krokfors ym., 2009, s. 207; Toom ym., 2010, ss. 332–333) toteaa, että kyseinen ilmaus voidaan yhdistää Matti Koskenniemen kirjoituksiin. Didaktinen ajattelu viittaa opettajan toimintaan opetustapahtumassa ja se tarkoittaa rutiiniajattelun vastakohtaa. Nykytermein ilmaistuna sitä voidaan kutsua opetukseen kohdistuvaksi reflektioksi – tai pedagogiseksi ajatteluksi, jossa yhdistyvät angloamerikkalainen opettajan ajattelun tutkimuksen traditio ja saksalainen didaktinen ajattelutapa.

Nykyistä käsitystä opettajan moninaisesta roolista – opetustapahtuman ohjaajana, opetussuunnitelman laatijana ja siten reflektiivisenä ammattilaisena – ilmentävät myös suomalaisen opettajankoulutuksen tavoitteet. Tutkimuspainotteisuus opettajankoulutuksessa tarkoittaa Kansanen (1991b, s. 257; 2004, s. 109) mukaan sitä, että opetuksen filosofisten perusteiden lisäksi opettajaopiskelijat harjaantuvat opetusta koskevan tutkimustiedon käyttöön ja ymmärtävät sen luonnetta, mutta kykenevät myös itse tekemään omaa tutkimusta. Tämän nähdään johtavan itsenäiseen ja kriittiseen ajatteluun, joka opetusohjeita ja reseptejä varmemmin kestää myös ajan kulussa opetus- ja oppimiskäsitysten muutoksia. Toom ym. (2010, ss. 332–333; ks. myös Westbury ym. 2005, ss. 477–479) toteavat, että tulevaisuuden opettajien tulisi kyetä perustamaan pedagoginen päätöksentekonsa teoreettiselle perustalle sekä reflektoimaan omaa työtään opettajana, jolloin yksi keskeisimmistä tavoitteista on ymmärtää normatiivisen ja deskriptiivisen argumentoinnin eroja omaa päätöksentekoa perustellessaan. (Ks. myös Kansanen, 1995b; Westbury ym.,

2005; Lavonen ym., 2007; Jyrhämä ym., 2008; Byman ym., 2009; Krokfors ym., 2009.)

Kiinnostavaa lopulta on, miten opettaja ja tutkija – kumpikin omassa työssään – siirtyvät pedagogisessa ajattelussaan deskriptiivisestä normatiiviseen ja päinvastoin. Tätä aihepiiriä on tarkasteltu erityisesti opettajan pedagogisen ajattelun tutkimustradition piirissä (ks. esim. Kansanen ym., 2000; luku 1.3.3 tässä tutkimuksessa). Lahdes (1986; 1994; 1997) kiteyttää opetuksen deskriptiivisyyden ja normatiivisuuden vastavuoroisen suhteen didaktiikan kehämallin avulla (ks. kuvio 1.1).

Didaktiikan kehämalli on johdettu Wallacen (1968) tutkimusprosessin rakenneosia kuvaavasta mallista. Opetuksen piiriin sovellettuna malli sijoittuu kehystekijöidensä rajoittamaan kontekstiin. Lähtökohtana on opettajan hallitsema opetusta koskeva teoria, jonka perusteella hän muotoilee opetuksen tavoitteet sekä tarkemmat suunnitelmat opetuksen toteuttamista varten. Jo opetusta toteuttaessaan opettaja arvioi toiminnan kulkua ja ohjailee sitä tarpeen mukaan. Mutta vasta opetuksen jälkeen hänellä on enemmän aikaa pohtia opetustaan ja tehdä siihen liittyviä johtopäätöksiä. Näiden johtopäätösten perusteella opettaja voi tarvittaessa tarkistaa työnsä teoreettisia perusteita – omaa käyttöteoriaansa – joka toimii taas jatkossa uuden didaktisen syklin lähtökohtana. Malli kuvaa osuvasti opettajan pedagogisen ajattelun kehämäistä luonnetta, jossa teoria ja käytäntö, deskriptiivisyys ja normatiivisuus välttämättä vuorottelevat. Aina kun opettaja tekee päätöksen, hän ottaa kantaa ja siirtyy ajattelussaan deskriptiivisestä normatiiviseen.



**Kuvio 1.1.** Didaktiikan kehämalli ja teoria (Lahdes, 1986; 1994; 1997).

Edellä on kuvattu didaktiikalle ja erityisesti suomalaiselle didaktiikalle tunnusomaisia piirteitä, joihin tämä käsillä oleva tutkimus pohjautuu, ja jonka kieltä ja käsitteitä tässä tutkimuksessa hyödynnetään. Tuon vielä lopuksi yhteenvedon omaisesti esiin muutamia seikkoja, jotka ovat oman tutkimukseni tausta-ajattelun, ongelmanasettelun ja menetelmällisten valintojen kannalta keskeisiä.

Ensinnäkin tutkimukseni rajautuu tarkastelemaan mielenkiinnon kohteena olevaa matematiikan opetusta opettajan näkökulmasta käsin. Oleellista tässä on kuitenkin ymmärtää opetus laajasti *opetus-opiskelu-oppimisprosessina*. Tällöin – didaktiikan hengessä – myös oppilaat ja heidän toimintansa lukeutuvat automaattisesti mukaan opetustapahtuman kokonaisuuteen, vaikkei heitä ensisijaisesti tarkastellakaan. Yksittäisessä tutkimuksessa on menetelmällisesti mahdotonta tarkastella koko opetustapahtumaa kaikkine tekijöineen, mutta johtopäätöksissä ja pohdintoissa kokonaiskuvan palauttaminen ehjäksi on jälleen mahdollista.

Toiseksi opettaja nähdään tämän tutkimuksen piirissä *reflektiivisenä ammatillisena ja käytännön toimijana*. Opettaja toimii opetustilanteissa tietyllä tavalla ja jälkeensä hän kykenee pohtimaan tätä toimintaansa ja esittämään sille perusteita. Opettajan *pedagogisen ajattelun ja toiminnan* nähdään yhdessä muodostavan kokonaisuuden, joka luo ymmärrystä tutkittavasta ilmiöstä. Ajattelun ja toiminnan väliltä ei siis pyritä etsimään ristiriitaisuuksia, vaan niiden ajatellaan syventävän toistensa luomaa käsitystä opetus-opiskelu-oppimisprosessin kulusta

Kolmanneksi didaktiikka – tutkimusta ohjaavana opetuksen tutkimuksen traditiona – määritellään niin *opetuksen tutkimukseksi* kuin *opetuksen käytännöksi*, tiedostaen deskriptiivisyyden ja normatiivisuuden välisen yhteyden. Opetuksen tutkimuksen tehtävänä tuottaa tietoa, joka auttaa ymmärtämään ja selittämään, mutta myös ohjaamaan opetuksen käytäntöä. Näiden pedagogisten seuraamusten tulee olla vankasti tutkimustuloksien avulla perusteltuja. Toisaalta opettajan – opetuksen ammatillaisen ja reflektiivisen käytännön toimijan – työssä deskriptiivisyys ja normatiivisuus eli opetuksen teoria ja käytäntö ovat molemmat välttämättä läsnä ja vuorovaikutuksessa keskenään. Opettaja hyödyntää sekä teoriaa että käytännön kokemustaan päätöksenteossaan koskien tarkoituksenmukaisen opetustapahtuman suunnittelua, ohjaamista ja arviointia. Käsillä olevan tutkimuksen rakennetta ja kulkua voidaan myös kuvata deskriptiivisyyden ja normatiivisuuden avulla siten, että tutkimuksessa tarkastellaan deskriptiivisistä lähtökohdista käsin normatiivista opetuksen käytäntöä, jota opettajat omalla toiminnallaan ja siihen liittyvällä perustellulla päätöksenteollaan ilmentävät.

### 1.3.3 Opettajan pedagogisen ajattelun ja toiminnan luonne

Edeltä on käynyt selväksi, että didaktiikan yksi merkittävimmistä ominaispiirteistä on opettajan ymmärtäminen opetuksen ammatillaiseksi ja reflektiiviseksi käytännön toimijaksi. Opettajan pedagogisella ajattelulla nähdään olevan

keskeinen rooli opetustapahtumassa. Tämä ilmenee opettajan ammatin nauttiman yleisen arvostuksen sekä opetuksen tutkimuksen piirissä esitettyjen näkemysten lisäksi mm. siten että suomalaisen opettajankoulutuksen päätavoite on opettajaopiskelijoiden ajattelun taitojen kehittäminen. Seuraavaksi tarkastellaan, miten tämän tutkimuksen erityisenä mielenkiinnon kohteena oleva opettajan pedagoginen ajattelu rakentuu ja mikä on sen yhteys opettajan pedagogiseen toimintaan. Ensin kuitenkin luodaan tiivis silmäys opetuksen tutkimuksen – erityisesti opettajan ajattelun tutkimuksen – vaiheisiin ja kehittymiseen.

Käsillä oleva tutkimus asettuu opetuksen tutkimuksen kontekstissa erityisesti opettajan ajattelun (*teacher thinking*) tutkimustradition piiriin. Opettajan ajattelun tutkimus on saanut alkunsa Yhdysvalloissa 1960-luvun loppupuolella ja aktivoitunut erityisesti 1970- ja 1980-luvulta lähtien opetuksen tutkimuksessa ilmenneen tulkinnallisen käänteen myötä. (Tornberg, 1994, s. 20; Pitkäniemi, 1997, s. 368.) Tulkinnallisen tutkimuksen todetaan syntyneen sen laajan kritiikin myötä, jota opetuksen tutkimusta 1900-luvun puolivälistä alkaen hallinnut, behavioristisesta psykologiasta vaikutteita ammentanut ja opetustapahtuman tehokkuuteen keskittynyt prosessi-produkti -tutkimus sai osakseen. Tulkinnallisessa tutkimuksessa opetustapahtuma ymmärrettiin aiempaa moniulotteisempana. Kyseinen paradigma sai vaikutteita kognitiivisesta psykologiasta ja sen piirissä opetustapahtumaan osallistujien merkitys alettiin nähdä entistä merkittävämpänä. (Ks. esim. Gage, 1963; Shulman, 1986a; Calderhead, 1996; Pitkäniemi, 1997.)

Kompf ja Denicolo (2003) toteavat, että vaikka opetuksen tutkimuksen tavoitteena ylipäätään on opettajien toiminnan ja oppilaiden kasvatuksellisten kokemusten kehittäminen, erityisen tärkeänä opettajan ajattelun tutkimuksen piirissä nähdään opettajien ja oppilaiden henkilökohtaiset käsitykset siitä, mitä luokahuoneessa itse asiassa tapahtuu. Siten ulkopuolisen tutkijan opettajan ominaisuuksista ja toiminnasta tekemien havaintojen ja tulkintojen merkitys on toisarvoista. Tutkimuksissa pyritään autenttisuuteen ja ”tiheisiin” kuvauksiin eikä niinkään viimeiseen asti huolehtimaan yleistettävyyden kysymyksistä. Tämän kaltaisen laadullisen tutkimuksen tavoitteena on rikastuttaa ja osaltaan vaikuttaa määrälliseen ja eksperimentteihin perustuvaan tutkimukseen. Pyrkimyksenä on kuvata ja edelleen ymmärtää, mitä opettajat ja oppilaat ajattelevat ollessaan osallisena opetustapahtumassa, millaisia heidän intentionensa ja reaktionsa ovat, miten he ennakoivat ja refleктоivat toimintaansa ja miksi he toimivat juuri tietyllä tavalla. Kansasen (1996, ss. 46, 48) mukaan opettajan ajattelun tutkimuksen perimmäisenä kysymyksenä on, miten opettaja perustelee päätöksiään oman uskomusjärjestelmänsä varassa. Tarkemmin ilmaistuna kiinnostus kohdistuu siihen, miten ajattelu siirtyy deskriptiivisestä normatiiviseen.

Alun alkaen opettajan ajattelun tutkimus on kohdistunut opetus-opiskelu-oppimisprosessin eri vaiheiden – pre-, inter- ja post- – aikaiseen ajatteluun. Lisäksi on tutkittu opettajan ajattelun ja toiminnan taustalla vaikuttavia teorioita ja uskomuksia (ks. esim. Clark & Yinger, 1977, ss. 279–304; Clark & Pe-

terson, 1986, ss. 257–258). Näitä ajattelututkimuksia on luokiteltu myös muista näkökulmista, mutta niitä ei tämän tutkimuksen rajauksen puitteissa käsitellä (ks. esim. Clandinin, 1986, ss. 10–11; Handal, 1991, s. 550; Morine-Dersheimer 1991, s. 159). Clark esittää vuonna 1986 kirjoittamassaan artikkelissa kriittisiä näkökohtia opettajan ajattelun tutkimusta koskien. Hän näkee yhtenä epäkohtana sen, että ajattelututkimuksessa opetuksen sisältö on jäänyt itse opetusprosessin seuraamisen varjoon. Sitten Clark kuvailee tutkimuksen kehittymistä ja toteaa kritiikkinsä saaneen vastakaikua (Clark, 2003, s. 220). Tutkijat ovat alkaneet kiinnostua opettajien aineenhallinnallisesta tiedosta ja siitä, miten tämä tieto ilmenee opetustilanteissa. Opettajan työn vaatima tietoperusta on saanut tutkimuksellista arvoa laajemminkin. Hyvin tunnettu esimerkki tästä on Shulmanin (1986a; 1987) esittämä opettajan tiedon osa-alueiden luokittelu kuin myös opettajan hiljaisen tiedon käsite (ks. esim. Toom, 2006). Lisäksi, kuten esimerkiksi Handal (1991, s. 549; ks. myös Aaltonen, 2003) toteaa, opettajan ajattelun tutkimuksessa korostetaan opettajan päänsisäisten ajatteluprosessien ohella myös opettajan ajattelun ja toiminnan vuorovaikutusta. Opettajan ajattelulla ja päätöksillä nähdään olevan ratkaiseva vaikutus siihen, kuinka opettaja opetustilanteessa toimii. Varsin yleisesti tästä tutkimustraditiosta käytetäänkin Kosusen (1994, s. 21) mukaan nimeä opettajan ajattelun ja toiminnan tutkimus, joka tuo esiin ajattelun ja toiminnan vahvan keskinäisen yhteen sitoutumisen.

Myös Suomessa opettajan ajattelun tutkimus on ollut varsin vilkasta ja sen puitteissa erityisesti Kansanen (1993; 1995c; 1996; 2004; ks. myös Kansanen ym., 2000) on määritellyt opettajan pedagogista ajattelua ja sen luonnetta tarkemmin. Opettajan pedagoginen ajattelu tarkoittaa Kansasen (2004, ss. 87–92) mukaan opettajan opetustapahtumaan kohdistuvaa ajattelua. Sitä voidaan kuvata intentionaaliseksi ja interaktiiviseksi. Se kuuluu opetussuunnitelman piiriin ja sillä on opettajan toimintaa ohjaava funktio. Pedagogisella ajattelulla viitataan erityisesti opettajan päätöksentekoon. Opettajan työlle on ominaista, että opetus- ja opiskelutilanteet muuttuvat jatkuvasti ja opettaja joutuu tekemään valintoja, joiden avulla hän ohjaa opetustapahtuman kulkua. Nämä valinnat voivat perustua joko reflektiiviseen tai nopeaan ja intuitiiviseen ajatteluun. Päätöksenteko on harkittua usein silloin, kun ratkaisut eivät vaadi välitöntä toteuttamista, kuten opetusta suunnitellessa tai arvioitaessa. Sen sijaan opetuksen interaktiivisessa opettaja joutuu tekemään runsaasti nopeita ja intuitiivisia päätöksiä, jotka voivat pohjautua ennakkosuunnitelmaan tai olla spontaaneita.

Opettajan pedagoginen ajattelu perustuu Kansasen (2004, ss. 95–96) mukaan opettajan henkilökohtaiseen kasvatusta koskevaan uskomusjärjestelmään, joka voi olla tietoinen tai tiedostamaton tai yleensä osaksi tietoinen. Kansanen viittaa Kindsvatteriin, Wileniin ja Ishleriin (1992), jotka jakavat tämän uskomusjärjestelmän kahteen osaan: intuitiiviseen ja rationaaliseen. Intuitiiviset perustelut tarkoittavat omia kokemuksia, jotka pohjautuvat henkilökohtaisiin tarpeisiin tai kokemushistoriaan. Rationaaliset perustelut ovat taas periaatteita, tutkimustuloksia, asiantuntemusta ja koettua käytäntöä. Näitä



opettajan pedagogisen päätöksenteon taustalla vaikuttavia teorioita ja uskomuksia kutsutaan opettajan tiedon tutkimuksen parissa monilla erilaisilla käsitteillä (esim. käyttöteoria, käyttötieto, implisiittinen teoria, toimintateoria, opettajan tietämys, uskomukset ja päämäärät) ja opettajan tiedon sisältöjä voidaan luokitella ja kuvata myös useilla eri tavoilla (Aaltonen 2003). Yhteistä näille kaikille nimityksille Kosusen (1994, ss. 30–45) mukaan kuitenkin on se, että ne nähdään opettajan henkilökohtaisena järjestelmänä, jonka varassa hän toimii.

Kansanen (1993, ss. 60–61; ks. myös 1995; 2004; Kansanen ym. 2000) kuvailee opettajan pedagogista ajattelua myös Königin (1975) ideaan perustuen ns. pedagogisen ajattelun tasomallin avulla. Malli koostuu kolmesta tasosta – toimintatasosta ja kahdesta eri ajattelutasosta – jotka kukin osaltaan kuvailevat opettajan ajattelun ja päätöksenteon kohdetta ja laatua: 1) Alin eli toimintataso edustaa jokapäiväistä opetuksen käytäntöä ja opettajan ajattelu kohdistuu opetustapahtumaan. 2) Ensimmäiselle ajattelutasolle sijoittuvat ns. objektiteoriat. Tällöin opettaja tarkastelee opetuksen käytäntöä kasvatustieteellisten teorioiden ja käsitteiden valossa sekä hyödyntää omaa sisäistynyttä käyttöteoriaansa. 3) Toisella ajattelutasolla eli metateorioiden tasolla opettajan reflektio kohdistuu puolestaan objektiteorioihin. Opettaja pohtii ja arvioi kriittisesti hyödyntämiään teoreettisia näkökohtia ja siten omien pedagogisten ratkaisujensa arvoperustaa.

Matematiikan opetuksen tutkimuksen piiristä löytyy opettajan pedagogista ajattelua vastaava tutkimusalue. Usein puhutaan kuitenkin pedagogisen ajattelun sijaan opettajan uskomuksista ja niiden merkityksestä matematiikan opetuksen toteutumiseen käytännössä. Matematiikkauskomuksia on tutkittu runsaasti useamman vuosikymmen ajan, ja tutkimuksen mielenkiinto on kohdistunut uskomus-käsitteen määrittelyyn, uskomusten ja opetuskäytänteiden välisen yhteyksien selvittämiseen sekä opettajien uskomusten sisältöihin. Uskomustutkimuksen piirissä on oltu kiinnostuneita opettajien uskomuksista koskien matematiikkaa ja matemaattisen tiedon luonnetta sekä matematiikan opetusta ja oppimista. (Ks. Thompson, 1992.) Lisäksi viime aikoina huomio on kiinnittynyt entistä enemmän opettajien uskomuksiin oppilaiden matemaattisesta ajattelusta, opetussuunnitelmasta, teknologian hyödyntämisestä sekä sukupuolikiusauksista, mutta myös uskomuksiin ja affektioihin – erityisesti siihen, miten uskomuksiin vahvasti liittyvät kognitiiviset ja affektiiviset prosessit ilmenevät vuorovaikutuksessa keskenään (ks. Malmivuori, 2001; McLeod & McLeod, 2002; Philipp, 2007).

Vaikka uskomuksia on tutkittu paljon, uskomus-käsitettä ei ole kyetty määrittelemään yksiselitteisesti (ks. esim. Furinghetti & Pehkonen, 2002; Thompson, 1992; Philipp, 2007). Epäselvyyksiä aiheuttaa uskomusten erottaminen lähikäsitteistään, kuten tiedosta, käsityksistä, näkemyksistä, asenteista, mielipiteistä ja tunteista. Rajanvetoa vetoa vaikeuttaa Thompsonin (1992, s. 129) mukaan ajan kuluessa muuttuvat käsitykset sekä toisaalta, kuten Pehkonen (1998, ss. 43–44) toteaa, näkemys uskomusten sijoittumisesta ulottuvuudelle affektiivinen – kognitiivinen. Kun painotetaan uskomusten ja tiedon

välistä yhteyttä, uskomusten nähdään edustavan kognitiivisia rakenteita. Jos taas uskomuksia pidetään asenteina, affektiivinen ulottuvuus korostuu.

Uskomuksiin liittyvän aihepiirin laajuuden vuoksi ei niitä tässä yhteydessä ole mahdollista pohtia enempää (ks. tarkemmin esim. Thompson, 1992; Kupari, 1999; Furinghetti & Pehkonen, 2002). Käsillä olevan tutkimuksen kannalta Pehkonen esittää kuitenkin riittävän ja tarkoituksenmukaisen uskomuksen määritelmän selventäen myös uskomusten, tiedon ja käsitysten eroa. Pehkonen (1998, ss. 44–46; ks. myös 1999; 2003) viittaa Pajaresin (1992) määritelmään, jonka mukaan uskomukset (ja käsitykset) ymmärretään osaksi tietoa. Uskomukset ovat yksilöiden kiistattomia henkilökohtaisia ”totuuksia”, jotka saavat alkunsa käytännön kokemuksista tai kuvitelmista ja sisältävät voimakkaan affektiivisen ja arvioivan komponentin. Pehkonen itse päätyy määrittelemään uskomukset yksilön subjektiiviseksi tiedoksi ja tuntemukseksi jostain asiasta tai asiantilasta. Uskomukset ovat hänen mukaansa vakaita, kokemukseen perustuvia ja usein implisiittisiä, eikä niille aina löydy pitäviä perusteluja objektiivisessa tarkastelussa. Yksilö valitsee joka kerta itse ne tosiasiat (ja uskomukset), joita hän käyttää päättelynsä perusteluina ja joiden pohjalta hän arvioi uskomustensa hyväksyttävyyttä. Käsitykset Pehkonen (1998, ss. 45–46, ks. myös 1999, s. 121) määrittelee puolestaan tiedostetuiksi uskomuksiksi. Näin ollen käsitykset ovat uskomusten osajoukko. Ne ovat korkeamman tason uskomuksia, jotka perustuvat ainakin yksilön itsensä tiedostamiin ja hyväksymiin päättelyprosesseihin. Pehkonen vertaa käsityksiä näkemyksiin (*views*). Hän toteaa näkemysten olevan käsityksiä spontaanimpia ja niiden affektiivinen komponentti on korostuneempi. Käsitykset ovat puolestaan tiedostetumpia ja toisaalta niiden kognitiivinen elementti on vahvemmin painottunut.

Kuten jo edellä todettiin opettajan pedagogisen ajattelun ja siten myös uskomusten nähdään olevan tiiviissä yhteydessä opettajan toimintaan käytännössä, vaikkakaan yhteys ei ole suoraviivainen. Myös tämä seikka – opettajan ajattelun ja toiminnan yhteys – on ollut useiden tutkijoiden mielenkiinnon kohteena. Pohdinnat ovat koskeneet mm. opettajan uskomusten ja toiminnan välisiä epä johdonmukaisuuksia ja ristiriitoja sekä uskomusten ja toiminnan muuttumista ja niihin vaikuttamista (ks. esim. Nespor, 1985; Ernest, 1989b; Thompson, 1992; Calderhead, 1996; Franke ym. 1997; Philipp, 2007).

Lindgren (2004, s. 386) näkee, että opettajan asenteet matematiikkaa kohtaan sekä uskomukset siitä, mitä matematiikka on ja kuinka sitä tulisi opettaa, ovat ratkaisevassa asemassa matematiikan oppimisen kannalta. Nämä asenteet ja uskomukset vaikuttavat opettajan opiskeltavan sisällön valintaan, opetuksen organisointiin ja yleisesti siihen, millainen hänen käsityksensä on opettajan ja oppilaan roolista matematiikan opiskelussa. Tutkimusten mukaan näyttää olevan olemassa maaginen sykli tai noidankehä: opettaminen – oppiminen – opettaminen. Opettajat opettavat samalla tavalla kuin heitä on opetettu ja näiden opettajien oppilaat opettavat vuorostaan samalla tavalla kuin he ovat itse opiskelleet.

Kupari (1999, ss. 75–78, 165) kuitenkin toteaa, että tutkimustulokset osoittavan myös ristiriitaisuuksia opettajien matematiikkaa koskevien uskomusten ja heidän opetuskäytäntönsä välillä. Siten voidaan olettaa, että opettajien uskomukset ja heidän opetukselliset käytäntönsä eivät ole suorassa syyseuraus-suhteessa, vaan yhteys on monimutkainen ja siihen vaikuttavat monet tekijät (ks. myös Thompson, 1992, ss. 137–138). Syynä uskomusten ja käytänteiden väliselle epäsuhdalle voi Kuparin mukaan olla uskomusten ”syvyys” ja opettajan tietoisuudentason omista uskomuksistaan, mutta myös koulun sosiaalisen kontekstin voimakas vaikutus, jonka läpi opettajan matematiikkaan ja sen opettamiseen ja oppimiseen liittyvät uskomukset välittyvät käytäntöön.

Clark ja Peterson (1986, ss. 256–258) kokoavat tunnetun opettajan ajattelututkimusta koskevan katsauksensa perusteella opettajan ajattelua ja toimintaa kuvaavan mallin. Malli sisältää nimensä mukaisesti sekä ajattelun että toiminnan osa-alueet, jotka molemmat nähdään merkittävänä opetustapahtuman kannalta. Käsillä olevan tutkimuksen näkökulman osalta oleellista mallissa on erityisesti se, että opettajan ajattelun ja toiminnan ymmärretään olevan keskenään vastavuoroisessa suhteessa: Opettajan ajattelun nähdään vaikuttavan laajalti opettajan toimintaan, ja vastaavasti opettajan toiminta vaikuttaa hänen ajatteluunsa. Clark ja Peterson toteavatkin, että opetustapahtumaa voi täysin ymmärtää vain silloin, kun nämä kaksi osa-aluetta saatetaan yhteen ja niitä tutkitaan suhteessa toisiinsa.

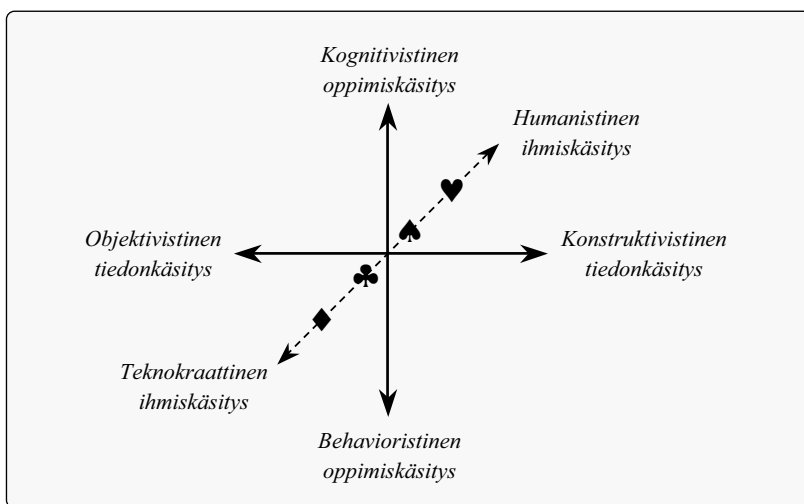
Philipp (2007, s. 281) toteaa, että tutkijat eivät ole vain kiinnostuneita opettajien ajattelun ja uskomusten selvittämisestä, vaan he haluavat myös muuttaa niitä. Uskomusten ja opetuskäytänteiden muuttuminen nähdään opettajan ammatillisena kehittymisenä ja siten myös vastauksena opetukseen kohdistuvaan kritiikkiin.

Tutkimusten tuloksena tutkijat ovat laatineet erilaisia malleja opettajan ajattelun ja uskomusten muuttumisesta (ks. esim. Shawn ym., 1991; Wood ym. 1991; Thompson, 1991; 1992; Pehkonen, 1994a; 1994b; Lindgren, 2004; Philipp, 2007). Kaiken kaikkiaan on havaittu, että ajattelun ja toiminnan muutos on hidas ja haasteellinen prosessi. Thompson (1992, s. 140) toteaa, että usein opettajat mieluummin sopeuttavat uudet ideat aiempiin käsityksiinsä kuin muuttavat käsityksiään uusien ideoiden mukaisesti. Pehkonen (1992, s. 281; 1994b, s. 397–398) mukaan opettajien käsitykset ”hyvästä opetuksesta” ovat niin syvälle juurtuneita, etteivät pintatason muutokset, kuten ulkoisten olosuhteiden muuttaminen, ole niihin vaikuttaneet. Kun pyritään muutokseen opettajan luokkahuonekäytänteissä, on hänen mukaansa päästävä opettajien uskomusten syvätasolle, joka tosiasiassa ohjaa heidän toimintaansa.

Tarkastellessaan uskomusten ja opetuskäytänteiden muuttumiseen liittyvää tutkimusta Philipp (2007, ss. 276, 281) toteaa, että tätä muutosta voidaan tarkastella ajattelusta tai toiminnasta käsin. Tutkimus tukee usein ajatusta, jonka mukaan opettajan toiminta voi muuttua vain hänen ajattelunsa muutoksen myötä, koska uskomukset ohjaavat ja rajoittavat opettajan havainnointia ja tulkintaa. Philipp kuitenkin huomauttaa, että tärkeämpää kuin pohtia, kum-

pi muuttuu ensin – ajattelu vai toiminta – on se, että opettajia tuetaan muuttamaan uskomuksiaan ja opetuskäytänteitään samanaikaisesti. Useissa tutkimuksissa tullaan siihen päätelmään, että muutoksen keskeisin tekijä on opettajan itsereflektio (ks. esim. Paasonen, 1993; Pehkonen, 1992; 1994b; Kupari, 1999; Cooney ym., 1998; Mewborn, 1999). Philipp toteaa, että reflektointi auttaa opettajia pohtimaan toimintaansa eri näkökulmista ja siten haastamaan heidän aiemmat uskomuksensa. Tämä havaittu ristiriita voi edelleen johtaa ajattelun ja toiminnan muutokseen. Uskomusten muutos ei kuitenkaan välttämättä johda toiminnan muutokseen tai päinvastoin, mutta Philipp otaksuu, että kestävimmat muutokset syntyvät sellaisista ammatillisen kehittymisen kokemuksista, joissa opettajilla on mahdollisuus yhdistää vähittäinen uskomusten muutos vastaavan käytännön muutoksen kanssa.

Yhteenvetona edellä esitetystä ajattelun ja toiminnan tarkastelusta voidaan todeta, että opettajan pedagogista toimintaa ohjaa hänen pedagoginen ajattelunsa, joka rakentuu opettajan henkilökohtaisista uskomusjärjestelmistä ja käyttöteorioista. Matematiikan opetusta on kritisoitu paljon sen riittämättömyydestä kehittää oppilaiden luovaa matemaattista ajattelua ja ongelmanratkaisukykyä. Jos tähän kritiikkiin siis halutaan vastata, on opettajien tavoiteltava reflektion avulla muutosta niin ajattelussaan kuin toiminnassaan. Näin ollen uskomusten ja siten käytänteiden muuttuminen suhteessa opetussuunnitelma-ajatteluun sekä opetus- ja oppimisteorioihin on opettajan ammatillista kehittymistä kohti ideaalia matematiikan opetusta. Tätä opettajan ammatillista kehittymistä kuvaa osuvasti Patrikaisen (1997, s. 241) esittämä malli eri opettajuuksien sijoittumisesta ihmis-, tiedon- ja oppimiskäsitysten muodostamaan kenttään (ks. kuvio 1.2).



**Kuvio 1.2.** Ihmis-, tiedon- ja oppimiskäsityksinä kuvattu opettajuuden (♦, ♣, ♠, ♥) dimensionaalinen kenttä (Patrikainen 1997, s. 241).

Patrikainen (1997, ss. 254–255) on tutkimuksessaan määritellyt neljä abstraktia opettajuutta: 1) opetuksen suorittaja (♦), 2) tiedon siirtäjä ja oppimisen kontrolloija (♣), 3) oppimaan ja kasvamaan saattaja (♠) sekä 4) kasvu- ja oppimisprosessin ohjaaja (♥). Tutkimuksen mukaan opettajuus abstraktina käsitteenä on dimensionaalinen ja dynaaminen ilmiö. Opettajat ovat ammatillisessa kehitymisessään eri vaiheissa ja kehityksen suunta näyttää kulkevan objektivistis-behavioristisesta kognitivistis-konstruktivistiseen näkemykseen. Tämä kehitys näkyy pedagogisen ajattelun laatuna mm. siten, että sisäistetty konstruktivistinen ajattelu sisältää myös behavioristisen opetuksen hallinnan, mutta behavioristiseen ajatteluun ei näytä sisältyvän konstruktivistisen opetus-opiskelu-oppimis-prosessin tietoista hallintaa. Ammatillista kehittymistä tapahtuu ensin ihmiskäsityksen eettisen ulottuvuuden ja kollegiaalisen reflektoinnin osalta, johon liittyy myös oivallus oppilaalle merkityksellisen tiedon ja maailmankuvan rakentumisen ja oppimismenetelmien yhteydestä ihmisenä kasvamiselle. Tämän oivalluksen jälkeen opettaja voi muuttaa pedagogista ajatteluaan ja aktivoitua reflektoivaksi, metakognitiotaan käyttäväksi oman ajattelunsa ja sitä kautta myös toimintansa haltijaksi, ”metaopettajaksi”.

Tämä Patrikaisen (1997) esittämä malli sopii käsitteistöltään hyvin myös käsillä olevan tutkimuksen viitekehykseen kuvaamaan erilaisia näkökulmia opettajan ajatteluun ja toimintaan opetustapahtuman kulussa. Malli tuo esiin myös sen, että ammattitaitoisen opettajan kuuluu hallita monenlaiset opetuksen toteuttamisen tavat oppilaista, opiskeltavasta sisällöstä ja muista opetustapahtuman reunaehdoista riippuen. Opettaja ei voi ankuroitua vain yhdenlaiseen käsitykseen opetuksesta.

### 1.3.4 Matematiikan luonteesta tieteenalana ja oppiaineena

Tämä tutkimus sijoittuu erityisesti matematiikan opetuksen kontekstiin. Vaikka tässä yhteydessä ei lähdetä tarkemmin selvittämään tietyn oppiaineen vaikutuksia opettajan pedagogiseen ajatteluun ja toimintaan, on kuitenkin josain määrin tarpeellista kuvata matematiikan luonnetta tieteenalana ja oppiaineena. Pehkonen (2001, s. 14) toteaaakin, että matematiikan olemuksen selvittäminen auttaa osaltaan ymmärtämään matematiikan opetuksen problematiikkaa koulutodellisuudessa. Toisaalta, kuten edellä on todettu, opettajien uskomukset matematiikasta ohjaavat merkittävästi myös heidän toimintaansa matematiikan opetuksen yhteydessä. (Ks. tarkemmin oppiaineen merkityksestä opetuksessa esim. Leinhardt & Smith, 1985; Stodolsky, 1988; Lampert, 1990; Ball & McDiarmid, 1990; Ball, 1991; Gudmundsdottir, 1991; Wineburg & Wilson, 1991; Grossman & Stodolsky, 1995; Mewborn, 2001; Grossman ym., 2005.)

Matematiikka on saanut alkunsa ihmisen tarpeesta ratkaista käytännön ongelmia, kuten lukumäärien laskemisesta ja mittaamisesta. Vuorisen (2003, s. 21) mukaan varhaisimmat kirjalliset dokumentit matematiikan hyödyntämisestä löytyvät muinaisesta Babyloniasta ja Egyptistä. Tieteellinen matematiikka on syntynyt antiikin Kreikassa, jossa erityisesti geometriaa kehiteltiin

hyvin pitkälle. Nykyisin matematiikka sovelluksineen on kehittynyt nopeasti ja sen merkitys yhteiskunnassa on kiistaton. Kupari (1999, ss. 23–24) toteaa, että maailmamme on enenevässä määrin matematisoitunut. Matematiikan oivalluksia ja rakenteita hyödynnetään kuvaamaan, organisoimaan, säätämään ja edistämään inhimillisiä toimintojamme. Hän viittaa Keiteliin (1993), joka on todennut osuvasti, että matematiikasta on tullut eräänlaista metateknologiaa, jossa tietokone toimii materialisoituneen matematiikan roolissa. Tämänkaltaisen matematiikan hyödyntäminen on usein ”tavalliselle” ihmiselle mahdotonta ymmärtää. Kupari väittääkin, että samalla kun matematiikan yhteiskunnallinen merkitys on lisääntynyt, on vastaavasti kouluissa opetetavan ns. ”subjektiivisen” matematiikan merkitys yksittäisen ihmisen kannalta vähentynyt.

Mitä matematiikka sitten on? Matematiikka on monimuotoinen tieteenala, jota on vaikea luonnehtia lyhyesti tai ylipäättään edes määritellä. Ihmiset kohtaavat matematiikan arkielämän tilanteiden lisäksi koulussa oppiaineena. Valtakunnallisissa opetussuunnitelman perusteissa kuin myös yliopisto-opinnoissa matematiikan keskeisinä sisältöinä mainitaan mm. luvut ja laskutoimitukset, algebra, funktiot, geometria, todennäköisyys ja tilastot sekä differentiaali- ja integraalilaskenta. Lopulta matemaattisten julkaisujen luokittelussa käytettävä MSA-luettelo sisältää yli 5000 matematiikan erikoisalaa.

Karttunen (2006, ss. 8–12) toteaa, että matematiikkaa ei voida määritellä niinkään sen sisältöjen ja tutkimuskohteen kuin tutkimustavan pohjalta. Matematiikalle on tyypillistä matemaatikkojen harjoittama tietynlainen abstrakti tapa päätellä asioita. Ennalta annettujen oletuksien perusteella todistetaan tiettyjä logiikan sääntöjä käyttäen mutkikkaampia väitteitä. Oleellista matematiikan kehittymiselle tieteenä on myös se, että uudet tulokset rakentuvat aina vanhojen tulosten perustalle niitä hylkäämättä ja tuoden asiaan lisääymmärrystä. Tossavainen ja Sorvali (2003, ss. 30–31) viittaavat kulttuurifilosofi Spenglerin (1962) esittämään näkemykseen matematiikan ilmenemismuodosta: ”Jos matematiikka olisi pelkkää tiedettä, kuten astronomia tai minerologia, sen kohde olisi määriteltävissä. Ei ole mitään matematiikkaa, on vain matemaatikkoja.” He päätyvät lopulta toteamaan, että matematiikan on ihmismielen määrittelemätön peruspiirre. Sekä Karttunen (2006, s. 8) että Tossavainen ja Sorvali (2003, s. 31) palaavatkin usein esitettyyn määritelmään, jonka mukaan ”matematiikka on sitä, mitä matemaatikko tutkii”.

Myös Oikkonen (2004) mainitsee, että matematiikka näyttäytyy usein sellaisena tieteenä, joka tutkii itse määrittelemiään maailmoja. Mutta hän esittää toisenkin näkökulman, jonka mukaan matematiikka on eräällä tapaa äidinkielen jatke. Samoin kuin sanoihin ja niiden käyttämiseen, niin myös matemaattisiin olioihin sisältyy paljon tietoa ja ajattelua. Kieli on ihmiselle ajattelun väline ja matematiikka on tavallaan ajattelun tiettyjen piirteiden vielä pidemmälle kehitetty väline. Lisäksi matematiikka on ihmiselle samalla tavalla luonnollista kuin äidinkieli.

Lopulta, kuten jo matematiikan yhteiskunnallista merkitystä pohdittaessa kävi ilmi, matematiikka on ihmisten yritystä vastata moniin arkielämän ja

muiden tieteenalojen tarpeisiin. Matematiikka toimii toisten tieteenalojen työkaluna ja tutkimustulosten tarkkoina ilmaisuvälineinä, mutta matematiikkaa tutkitaan myös sen itsensä vuoksi. Karttunen (2006, s. 5) toteaa, että matematiikka on pitkälti luovaa ajattelua, jota todellinen maailma ei kahlitse. Hän vertaa matemaattikkoa taiteilijaan, joka voi luoda vapaasti sellaisia maailmoja kuin ikinä haluaa. Myös Vuorinen (2003, ss. 21–22) mainitsee, että muiden tieteiden sovellustarpeiden lisäksi matematiikan kehitystä ohjaa kokeneen matemaatikon sisäinen näkemys eli intuitio. Näin matematiikka siis eroaa selkeästi muista luonnontieteistä, joiden pyrkimyksenä on puolestaan selvittää juuri ympäröivän todellisuuden ominaisuuksia.

Entä mitä on matemaattinen tieto? Arkiajattelun piirissä on helppoa todeta matemaattisen tiedon olevan luonteeltaan absoluuttista, johon omat henkilökohtaiset käsitykset eivät voi vaikuttaa. Mutta abstraktimpia asioita pohdittaessa asian on toisin. Matemaattisen tiedon luonne on askarruttanut filosofejä ja matemaatikkoja jo yli kahden tuhannen vuoden ajan. Pohdinnan kohteena ovat olleet kysymykset: Onko matemaattinen tieto olemassa tietäjästään riippumatta? Miten matemaattista tietoa voidaan hankkia? Miten voidaan varmistua matemaattisen tiedon totuudesta? Onko matemaattinen tieto luonteeltaan absoluuttista, formaalia ja staattista vai dynaamista, muuttuvaa ja jopa erehtyvää? Entä miten matemaattista tietoa käytetään? (Ks. tarkemmin Shapiro, 2000, ss. 3–45; Leino, 2004, s. 22.) Suhtautuminen näihin kysymyksiin on johtanut matemaatikkojen jakautumiseen erilaisiin koulukuntiin.

Dossey (1992, s. 40) toteaa, että keskustelu matemaattisen tiedon luonteesta johtaa Platonin ja hänen oppilaansa Aristoteleen noin 400 eKr. esittämisiin pitkälti vastakkaisiin näkemyksiin. Platonin mukaan matemaattiset oliot ovat olemassa aistien tavoittamattomissa olevassa ulkoisessa ideamaailmassa, ja ympäröivä todellisuus on siis vain näiden heijastumaa. Tietoa tästä korkeammasta, ulkoisesta ja itsenäisestä tietorakenteesta voidaan saada ainoastaan järjen ja päättelyn avulla. Platonin ajattelutapaan viitattaessa puhutaankin myös rationalismista ja realismista. Aristoteles sen sijaan perusti ajattelutapansa näkemykselle, jonka mukaan järjen ohella myös aistihavaintoihin perustuen voidaan muotoilla korkeamman tason käsitteitä ja prosesseja. Aristoteleen näkemys matematiikasta perustui koettuun todellisuuteen, missä tietoa hankitaan kokemuseräisesti ja näitä havaintoja järjen avulla abstrahoiden. (Ks. myös Reynolds ym. 1996, s. 94; Shapiro, 2000, ss. 49–71, Karttunen, 2006, ss. 134–135.)

Platonismin mukainen ajattelutapa kohtasi kuitenkin vaikeuksia, ja tämän seurauksena matematiikan perusteisiin ja todistamiseen alettiin kiinnittää erityistä huomiota. 1800- ja 1900-lukujen vaihteessa kehittyi kolme uutta matematiikan perusteiden koulukuntaa: platonistiseen ajattelutapaan perustuva logisismi, joka pitää matematiikkaa yhtenä logiikan haarana sekä aristotelista perinnettä seurailevat intuitionismi ja formalismi. Intuitionismin lähtökohtana on luonnollisten lukujen järjestelmä, josta ihmisellä on valmis, intuition perustuva käsitys, ja matemaattiset oliot ovat olemassa vain, jos ne ovat johdettavissa äärellisin, konstruktivisin menetelmin. Formalismin mukaan matema-

tiikka on taas puhtaasti formaali, muodollinen järjestelmä, jossa olennaista on sen ristiriidattomuus. (Ks. Dossey, 1992, s. 41; Shapiro, 2000, ss. 107–197; Lehtinen, 2000, s. 108; Karttunen, 2006, ss. 135–138.) Dossey (1992, ss. 41–42; ks. myös Hersh, 1986, ss. 11–12) mukaan käytännössä useimmat matemaatikot edustavat näkemyksiltään platonismia ja/tai formalismia.

Kuitenkin, kuten Dossey (1992, s. 42) ja Thompson (1992, ss. 127–128) toteavat, 1900-luvun viimeisten vuosikymmenien aikana edellä kuvatut perinteisen matematiikan koulukunnat ovat saaneet rinnalleen vaihtoehtoisen ajattelutavan liittyen matematiikan luonteeseen ja sitä kautta myös matematiikan opetukseen ja opiskeluun. Tämän ns. ”uuden matematiikan filosofian” keskeisiä nimiä ovat mm. Ernest (ks. esim. 1991; 1996; 1997), Hersh (ks. esim. 1986; 1997), ja Tymoczko (ks. esim. 1986; 1994). Voidaan todeta, että perinteiset koulukunnat pitivät matematiikkaa sisältöineen produktina, lopputuotoksena. Uuden matematiikan filosofian edustajat kuitenkin näkevät matematiikan pikemminkin prosessina. Heidän mukaansa huomio kiinnittyy siihen tutkimusprosessiin, jossa matemaatikko työskentelee, ja joka on luonteeltaan erehtyväistä ja julkista toimintaa. Tällöin matematiikka ilmenee mentaalisenä toimintana ja sosiaalisena konstruktiona, joka sisältää oletukset, todistamiset ja virheelliseksi osoittamiset. Näin saadut tulokset ovat alttiina muutoksille ja niiden luotettavuus arvioidaan suhteessa sosiaaliseen ja kulttuuriin ympäristöön. (Tymoczko, 1986; ks. Dossey, 1992, s. 42; Thompson, 1992, s. 127.)

Pehkonen ja Pietilä (2002, ss. 42–45) pohtivat matemaattisen tiedon luonnetta yksilön näkökulmasta käsin. He määrittelevät matematiikan ihmisen luomaksi tietoverkoksi tai struktuuriksi ja jakavat matemaattisen tiedon kahteen osaan, objektiiviseen ja subjektiiviseen tietoon. Objektiivinen tieto tarkoittaa yleisesti hyväksyttyä, loogisesti totta matematiikan struktuuria, joka koostuu kaikkien matemaatikkojen työstä yli 2000 vuoden ajalta. Opiskellessaan yksilö oppii tästä suuresta tietomäärästä vain osan ja yleensä omalla luonteenomaisella tavalla. Yksilö muodostaa siis omia käsityksiään matemaattisista sisällöistä. Tällainen subjektiivinen tieto on ainutlaatuista ja tavallisesti vain yksilön itsensä hallussa, koska se perustuu hänen kokemuksiinsa ja ymmärrykseensä ja voi siten sisältää myös loogisesti epätosia seikkoja. Tämän kahtiajaon lisäksi Pehkonen ja Pietilä toteavat, että matemaattinen tieto voidaan jakaa myös menettelytapatietoon, joka tarkoittaa laskutaitojen, sääntöjen ja algoritmien hallintaa sekä käsitteelliseen tietoon, joka sisältää käsitteiden ja niiden välisten suhteiden ymmärtämisen. Myös tämän kahtiajaon yhteydessä he tuovat esiin yksilön uskomussysteemin yhteyden hänen tietorakenteeseensa. Sfardiin (1991) viitaten he toteavatkin, että käytännössä suurin osa yksilön matemaattisesta tiedosta on uskomuksia, joka koostuu henkilökohtaisista käsityksistä tai tunnelautuneista muistikuvista aiemmin opitusta matematiikasta ja se voi poiketa huomattavasti yleisesti hyväksytyistä käsityksistä.

Pehkonen ja Pietilän (2002) ajatukset johdattavat pohtimaan niitä uskomuksia, joita ihmisillä on matematiikasta ja matemaattisen tiedon luonteesta. Tämän tutkimuksen piirissä kiinnostavaa on – edellä kuvattujen matemaatik-



kojen ja filosofien näkemysten lisäksi – erityisesti opettajien uskomukset matematiikasta ja siten myös opettamisesta, opiskelusta ja oppimisesta.

Karkeasti jaotellen opettajien uskomukset matematiikasta näyttävät seurailevan matematiikan filosofisten koulukuntien edustamia – niin traditionaalisia kuin modernejakin – päälinjoja (ks. esim. Dossey, 1992; Thompson, 1992; Kupari, 1999; Perkkilä, 2002; Philipp, 2007). Dossey (1992, ss. 43–45) mukaan uskomusten voidaan ajatella asettuvan ulottuvuudelle, jonka toisessa päässä on platonistinen, ulkokohtainen käsitys matematiikasta, ja vastakohtana tälle, ulottuvuuden toisen pään muodostaa aristotelinen, sisäinen näkökulma matematiikkaan. Platonistisen ajattelutavan mukaan opettajat pitävät matematiikkaa valmiina, eksaktina tietorakenteena tai formaalina systeiminä, jota kuvailevat sanat absoluuttisuus, täsmällisyys, varmuus, erehtymättömyys, staattisuus ja objektiivisuus. Aristotelisesta näkökulmasta tarkasteltuna matematiikkaa pidetään puolestaan sosiaalisena konstruktiona ja inhimillisen kekseliäisyyden tuotteena, joka on luonteeltaan dynaaminen, erehtyväinen, muuttuva ja kehittyvä. (Ks. esim. Skemp, 1978; Lerman, 1983; Chassapis, 2003.)

Monissa matematiikan määritelmää koskevissa uskomustutkimuksissa on käytetty edellä mainitun kahtiajaon sijaan myös ns. kolmidimensionaalista mallia. Tällöin matematiikkaa tarkastellaan myös välineellisestä näkökulmasta käsin. Instrumentaalisen näkemyksen piirissä matematiikka nähdään ikään kuin työkalupakkina – faktojen ja laskusääntöjen kokoelmana, joilla on ulkoista käyttöarvoa. (Ks. esim. Dionné, 1984; Ernest, 1989a; 1989b.)

Matematiikan opetuksen tutkijat ovat kehilleet edelleen näitä opettajien matematiikkauskomuksia koskevia luokitteluja ja tuloksista on raportoitu lukuisissa lähteissä (ks. esim. Pehkonen & Leppman, 1994; Lindgren, 1994; Grigutsch ym., 1995; Mura, 1995; Pehkonen, 1999; Kupari, 1999; Leder ym., 2002; Perkkilä, 2002; Tikkanen, 2008). Erilaisia luokituksia tarkastellessa on kuitenkin syytä muistaa, kuten mm. Dionné (1984, s. 227) omiin tutkimustuloksiinsa perustuen toteaa, että edellä kuvatut käsitykset matematiikan luonteesta eivät ole käytännössä näin selkeärajaisia. Opettaja, joka sitoutuu pääsääntöisesti tiettyyn käsitykseen, kuitenkin pitää tärkeänä myös muiden käsitysten sisältämiä elementtejä.

Luonnollisesti, opettajan pedagogisen ajattelun ja toiminnan vastavuoroisesta suhteesta johtuen, edellä kuvatut opettajien uskomukset matematiikasta niin tieteenalana kuin oppiaineena vaikuttavat osaltaan siihen, millaiseksi matematiikan opetus-opiskelu-oppimisprosessi käytännössä muotoutuu (Thompson, 1992, ss. 134–135; Philipp, 2007, ss. 271–276). Kupari (1999, ss. 24–29) toteaa, että matematiikan absoluuttista olemusta edustavan näkökulman piirissä matematiikan osaaminen näyttäytyy lasku- ja toimintasääntöjen suorittamisena ja matemaattisten peruskäsitteiden tunnistamisena. Siten matematiikan opetuksen tehtävänä on esittää tarvittavat käsitteet ja menettelytavat selkeällä tavalla ja tarjota oppilaille runsaasti mahdollisuuksia niiden harjoitteluun. Sen sijaan dynaamisesta matematiikkanäkemyksestä seuraa, että matematiikan osaaminen on matematiikan tekemistä, kuten Hersh (1986, ss. 21–22) toteaa. Ernest (1991) nimittää tätä matematiikan inhimillistä ja sosiaalista puolta so-

siokonstruktivismiksi. Tällöin matematiikan opetus ja opiskelu ovat Kuparin (1999, s. 27) mukaan oppilaiden omaa, aktiivista ja monipuolista ajattelua vaativaa ongelmanratkaisua, joka liittyy oppilaille merkityksellisiin, jokapäiväisen elämän konteksteihin ja kokemuksiin. (Ks. tarkemmin konstruktivistisesta matematiikan opetuksesta luku 4.2.2.)

Kuhs ja Ball (1986) erittelevät – ainakin teoriassa – erilaisista matemaattikauskomuksista johdettavia opetus- ja opiskelukäytänteitä edellistä tarkemmin. He esittävät käsillä olevan tutkimuksenkin kannalta kiinnostavalla tavalla neljä erilaista näkemystä matematiikan opetuksen ja opiskelun toteutumisesta: 1) Luokkahuonekeskeinen näkemys – Matematiikan opetus pyrkii noudattelemaan tehokkaan opetuksen malleja, 2) Sisältökeskeinen, tehtävien suorittamista painottava näkemys – Matematiikan opetuksessa painotetaan oppilaan matemaattisten sääntöjen ja proseduurien hallintaa ja käyttöä, 3) Sisältökeskeinen, käsitteellistä ymmärrystä painottava näkemys – Matematiikan opetus ohjautuu matemaattisesta sisällöstä käsin, mutta tavoitteena on käsitteellinen ymmärrys ja 4) Oppilaskeskeinen näkemys – Matematiikan opetuksen tavoitteena on oppilaan omakohtaisen matemaattisen tiedon rakentuminen. (Ks. tarkemmin Thompson, 1992, ss. 136–137; Perkkilä, 2002, ss. 73–75.)

Tämä katsaus matematiikan luonteeseen niin tieteenalana kuin koulun oppiaineenakin voidaan päättää Pólyan (1973, vii) sanoja lainaten. Matematiikalla näyttää olevan kahdet kasvot – niin filosofien, matemaatikkojen kuin pedagogienkin mielestä. Toisaalta matematiikka on tiukka ja ankara tiede, jossa korostuu sen deduktiivisuus. Toisaalta taas matematiikka on kaikille ihmisille mahdollista inhimillistä toimintaa, jolloin näyttäytyy matematiikan kokeellinen, induktiivinen ja luova puoli. Matematiikka on lopulta universaalialia ja dynaamisuudestaan huolimatta ikuista.

## 2 Tutkimusraportin rakenne

Tehdäkseni käsillä olevan tutkimusraportin seuraamisen lukijalleni selkeäksi esittelen johdannon lopuksi raportin kulkua ja sen keskeiset osat. Tutkimusraporttini etenee varsinaisen tutkimusprosessin kulkua mukaillen: Johdannossa lähdin liikkeelle ajankohtaisesta koulua ja opetusta koskevasta keskustelusta sekä omasta tutkijan esiymmärryksestäni. Raportin kulussa päädyn tutkimani ilmiön – matematiikan opetuksen – empiirisen tarkastelun kautta sitä viimein käsitteellistävään teoreettiseen pohdintaan ja tutkimuksen merkityksen arviointiin.

Tutkimusraportti jakautuu kaiken kaikkiaan kuuteen osaan, jotka sisältävät yhteensä 16 lukua. Edellä johdannossa toin jo esiin tutkimukseni lähtökohtia ja tavoitetta sekä niitä paradigmaattisia taustaolettamuksia, joiden varaan tutkimukseni lähtökohtaisesta rakentuu. Nämä näkökohdat osoittavat sen, millaiseen tausta-ajatteluun tutkimukseni ankkuroituu, millaisena ymmärrän tutkimukseni keskeisen henkilön – luokanopettajan – aseman opetustapahtumassa sekä miten näen saavani tietoa opetustapahtuman kokonaisuudesta hänen avullaan.

Raportin toisessa osassa kuvaan teoreettisen esiymmärrykseni tutkimastani ilmiöstä, matematiikan opetuksesta. Tuon ensin esiin erilaisia kasvatustieteellisessä kirjallisuudessa ja tutkimuksessa esitettyjä opetuksen käsitteen määritelmiä ja niihin kohdistettua kritiikkiä (luku 3). Kuvailen myös opetuksen olemusta sekä sen perustekijöitä ja niiden välisiä suhteita. Opetuksen yleisen tarkastelun jälkeen tarkennan huomioni erityisesti matematiikan opetukseen eli tutkimukseni ainedidaktiseen näkökulmaan (luku 4). Tarkastelen matematiikan opetusta niin historiallisessa kuin nykyisen suomalaisen matematiikan opetuksen tutkimuksen ja opetussuunnitelma-ajattelun valossa. Tutkimuksen viitekehyksenä esittämäni opetuksen kuvaus kiteytyy lopulta teoreettiseksi opetustapahtumaa kuvaavaksi käsitteistöksi, joka viime kädessä ilmentää omaa esiymmärrystäni tutkimastani ilmiöstä (luku 5). Jatkossa hyödynnän – ja siten myös koettelen – tätä käsitteistöä tutkimuksen empiirisen toteutuksen kulussa. Kaiken kaikkiaan tutkimukseni teoreettisen viitekehyksen tavoitteena on osoittaa monenlaisia käsityksiä opetuksen – ja erityisesti matematiikan opetuksen – olemuksesta, mutta kuvata myös niitä keskeisimpiä tekijöitä, jotka viime kädessä opetusta määrittävät.

Kolmas raportin osa alkaa tutkimusasetelman esittelyllä, joka ilmentää tutkimustani kokonaisuutena tavoitteineen ja menetelmineen (luku 6). Tämän jälkeen esittelen ne kolme luokanopettajaa, jotka toimivat tutkimushenkilöinäni (luku 7). Teen tutkimushenkilöitäni tutuksi lukijalle erityisesti heidän matemaattisen tiedonkäsitteensä avulla, mutta myös kuvailemalla heidän opettajakokemustaan ja luokkaa, jota he tutkimusprosessin aikana opettivat. Lisäksi selostan – myös menetelmällisiä valintojani kriittisesti pohtien – miten tutkimukseni aineisto on kerätty, käsitelty ja analysoitu opettajan toimintaa ilmentävää videohavainnointia, opettajan ajattelua paljastavaa stimulated

recall -haastattelu-menetelmää sekä pitkälti laadullisia analyysimenettelyitä hyödyntäen (luvut 8 ja 9).

Raportin neljännessä osassa esitän käsillä olevan tutkimukseni empiiriset tulokset (luvut 10 ja 11). Tätä matematiikan opetuksen empiiristä tarkastelua ohjaa ajatus siitä, että opettajan opetuskäsitys muodostuu hänen tavastaan toimia matematiikan opetus-opiskelu-oppimisprosessin ohjaajana sekä hänen matematiikan opetusta koskevasta ajattelutavastaan. Näen opettajan pedagogisen toiminnan ja ajattelun olevan tiiviissä ja vastavuoroisessa suhteessa toisiinsa. Tämän vuoksi en pyri etsimään opettajan ajattelusta ja toiminnasta samankaltaisuuksia tai toisaalta ristiriitaisuuksia, vaan määrittelen ajattelun ja toiminnan yhdessä syventävän ymmärrystä kunkin opettajan henkilökohtaisesta opetuskäsityksestä.

Viidennessä osassa siirryn jälleen teoreettisemmalle tasolle matematiikan opetuksen tarkastelussa. Tässä raportin osassa pyrin käsitteellistämään ja mallintamaan tutkimukseni empiirisiä tuloksia. Empiiristen tutkimustulosten pohjalta määrittelen opettajien ajattelua ja toimintaa vastaavat opetuskäsitteet sekä vertaan niiden välittämää kuvaa matematiikan opetuksesta vallalla olevaan opetussuunnitelma-ajatteluun (luvut 12 ja 13). Tulososion lopuksi kokoon tutkimustulokset teoreettisen mallin muotoon, jonka tavoitteena on viime kädessä ilmentää didaktisen kolmion sisältämää didaktista suhdetta – sitä, miten opettaja hahmottaa oppilaan ja opiskeltavan sisällön välisen suhteen sekä oman itsensä suhteessa tähän oppilaiden opiskeluun ja oppimiseen (luku 14).

Tutkimusraportin viimeisessä eli kuudennessa osassa pohdin tutkimukseni luotettavuutta sekä sen merkitystä ja käytettävyyttä. Tutkimuksen toteutukseen ja tuoksiin liittyviä luotettavuuden kysymyksiä pohdin erityisesti koko tutkimusprosessin kokonaisuuden kannalta tarkasteltuina (luku 15). Viimein tuon esiin tutkimustulosten, kuin myös menetelmällisten kehittelyiden, merkitystä koulun ja matematiikan opetuksen kontekstissa yleensä sekä niiden hyödynnettävyyttä käytännön opetustyössä, opettajankoulutuksessa ja opetuksen tutkimuksen piirissä (luku 16). Tutkimusraportti päättyy tämän tutkimusprosessin herättämiin ajatuksiini mahdollisista jatkotutkimusaiheista sekä siitä, mitä tämä tutkimusprosessi on minulle opettajana, opettajankouluttajana ja tutkijana lopulta opettanut.

## II TUTKIMUKSEN TEOREETTISET LÄHTÖKOHDAT

### Opetus teoreettisena ja praktisena ilmiönä

*Tässä tutkimukseni toisessa osassa esitän tutkittavan ilmiön – matematiikan opetuksen – empiiristä tarkastelua ohjaavan teoreettisen esiymmärrykseni. Sitoudun tutkimuksessani didaktiikan käsitteeseen perustuvaan keskieurooppalaiseen, erityisesti skandinaaviseen ajattelutapaan opetuksesta ja hyödynnän tästä taustasta nousevaa termistöä. Tästä tausta-ajattelusta käsin luon katsauksen erilaisiin opetuksen käsitteen määritelmiin sekä näistä johdettaviin opetuksen luonteelle tunnusomaisiin piirteisiin, perustekijöihin ja keskeisiin käsitteisiin. Lisäksi pohdin, mitä opetuksen erityispiirteitä tutkimukseni matematiikkaan liittyvä ainedidaktinen näkökulma ilmentää.*

*Käsillä olevassa tutkimuksessa opetus ymmärretään laajasti opetustapahtumana – tarkemmin ilmaistuna opetus-opiskelu-oppimisprosessina. Tutkittavaa ilmiötä kuvataan teoreettisesti erityisesti didaktisen kolmion sisältämän didaktisen suhteen avulla (Kansanen & Meri, 1999), joka saa omat erityispiirteensä tutkimuksen ainedidaktisesta näkökulmasta johtuen. Lopulta opetuksen käsitteen tarkastelu kiteytyy ”opetustapahtumaa kuvaavaksi teoreettiseksi käsitteistöksi”, jota hyödynnän myöhemmin aineistoni analyysissa. Tämä käsitteistö edustaa siten sitä esiymmärrystä, joka minulla tutkijana lähtökohtaisesti on matematiikan opetuksesta, ja jonka pätevyyttä empiirisen aineiston analyysin avulla tutkimuksen kulussa koettelen.*



### 3 Opetus

Didaktiikan mielenkiinnon kohteena oleva opetus on yksi keskeisimmistä ja vanhimmista kasvatukseen liittyvistä ilmiöistä ja käsitteistä. Kasvatuksen historia on pitkälti juuri opetuksen historiaa, joka juontaa juurensa antiikin ajoille saakka Sokrateen dialogiin (Siljander, 2005, s. 49). Opetuksen lähikäsitteitä ovat mm. kasvatus, sivistys ja koulutus. Eettisessä mielessä opetus erotetaan usein mm. ehdollistamisesta, indoktrinaatiosta sekä erityisesti propagandasta ja pakottamisesta. Nämä ilmiöt voivat sisältää tavoitteen oppimisesta, mutta toiminnan laatu voi olla vääränlaista yhteisesti jaettujen kasvatuksellisten arvojen näkökulmasta. (Smith, 1987, s. 14; Robertson, 1987, ss. 15–18.)

Mielenkiintoiseksi opetuksen käsitteen tekee myös se että, vaikka meillä kaikilla on opetuksesta paljon kokemuksia omilta koulu- ja opiskeluajoiltamme, ja vaikka opetusta on tutkittu paljon, niin silti opetuksen olemuksesta ei ole olemassa yhteistä, universaalia näkemystä ns. opetuksen teoriaa – ei arkielämässä eikä tieteellisessä keskustelussakaan. Opetukseen liitetään monenlaisia mielleyhtymiä ja sitä määritellään monin eri tavoin. Hyvin helposti opetuksen määrittelyssä päädytään neutraalin, deskriptiivisen kuvauksen sijaan, arvosidonnaisiin, normatiivisiin luonnehdintoihin siitä, millaista on hyvä, tehokas tai vastaavasti huono opetus (ks. esim. Fenstermacher, 1986, ss. 37–38, 41). Kiinnostava yksityiskohta on esimerkiksi se, että saksan kielen verbi ”*unterrichten*” kääntyy sanatarkasti suomen kielessä muotoon ”tehdä oikein” (Meri, 1998; s. 1).

Opetuksen käsitteen määrittely on kuitenkin tärkeää juuri siitä syystä, ettei sille ole olemassa yksiselitteistä määritelmää. Uusikylä (1980, s. 8) toteaa, että se, mitä ymmärrämme opetuksella, ohjaa sekä opettajankoulutusta että käytännön opetustyötä. On oleellista erottaa toisistaan kasvatuksellisesti hyväksyttävä opetus opetuksen ”väärännöksistä”, kuten Puolimatka (1995, s. 135) asian ilmaisee. Opetuksen käsitteen määrittely ohjaa myös opetuksen tutkimusta ja siten opetuksesta saatavaa uutta tietoa (Pitkäniemi, 2000, s. 444). Käsitteenmäärittelyn merkitys korostuu myös kansainvälisessä aihepiiriin liittyvässä keskustelussa. Koulu ja opetus ovat voimakkaasti kulttuuri- ja kontekstisidonnaisia ilmiöitä, jotka ympäristöstään eristettyinä voivat saada monenlaisia merkityksiä ja tulla väärin ymmärretyiksi. Lisäksi, kuten jo edellä luvussa 1.3.2 todettiin, viime vuosikymmeninä lisääntyneet keskieuropalalaisen, saksalaisperäisen ja angloamerikkalaisen kielenkäytön erot aiheuttavat yhtäläillä sekaannuksia opetuksesta keskusteltaessa.

#### 3.1 Opetuksen käsitteen määrittelyä

Kasvatustieteen piirissä opetuksen käsitettä on määritelty erilaisia – niin tutkimuksellisia kuin praktisiakin – tarpeita ajatellen (ks. esim. Highet, 1951; Mitzel, 1960; Scheffler, 1967; 1969; Peters, 1967; 1969; Green, 1969; Smith, 1969; 1987; Lahdes, 1969; 1977; 1986; 1997; Koskeniemi & Hälinen, 1970; Hirst, 1971; Dunkin & Biddle 1974; McClellan, 1976; Gage, 1978; Fenster-

macher, 1986; Robertson, 1987; McEwan, 1989; 1992; Uljens, 1997; Kansanen, 1999; Puolimatka, 1999; Mason, 2000; Pitkäniemi, 2000; 2009; Bengtsson, 2001; Fenstermacher & Richardson, 2005). Taulukkoon 3.2 on koottu keskeisimpiä sekä kansainvälisessä keskustelussa että kansallisestikin suomalaisessa opetuksen tutkimuksessa ja didaktiikan oppikirjoissa esiintyviä opetuksen määritelmiä sekä muutamia kyseisten näkemysten edustajia.

Seuraavaksi esitettävän opetuksen käsitteen määrittelyä koskevan tarkastelun pohjana hyödynnetään Smithin (1987) jaottelua, jonka mukaan opetusta on määriteltä viidestä eri näkökulmasta käsin: 1) opetuksen kuvaileva määritelmä (*descriptive definition*), 2) opetus normatiivisena toimintana (*as normative behavior*), 3) opetus tuloksellisena toimintana (*as success*), 4) opetus intentionaalisenä toimintana (*as intentional activity*) sekä 5) opetuksen tieteellinen määritelmä (*scientific definition*). Lisäksi kirjallisuudessa esitetään myös opetuksen yleinen määritelmä, jota usein täsmennetään tarkoittamaan erityisesti kasvattavaa opetusta (ks. McClellan, 1976; Fenstermacher, 1986; Robertson, 1987; Puolimatka, 1995). Toisaalta opetuksen tieteellinen perusta on joidenkin tutkijoiden toimesta kyseenalaistettu ja tällöin opetus määritellään taiteena (*teaching as art, art of teaching*) (ks. Highet, 1951; Gage 1978). Suomalaisessa kasvatustieteellisessä tutkimuksessa sekä didaktiikan oppikirjoissa esitetyt opetuksen määritelmät tulevat usein lähelle Smithin mainitsemaa intentionaalisen opetuksen käsitettä.

### ***Opetuksen deskriptiivinen eli kuvaileva määritelmä***

Opetuksen deskriptiivinen eli kuvaileva määritelmä kertoo Smithin (1987, ss. 11–12; ks. myös Scheffler, 1969, ss. 19–20) mukaan siitä, miten termiä opetus on aikojen saatossa käytetty ja mitä sen alaan perinteisesti on katsottu kuuluvan. Ymmärrettävästi tällainen määrittely ei johda kovin tarkkaan ilmaisuun ja on vahvasti omaan kielialueeseensa sidottua, kuten Yrjönsuuri (1993, s. 24) ja Bengtsson (2001, s. 13) kritisoiivat. Opetuksen kuvailevan määritelmän tarkoituksena on kuitenkin osoittaa termin käyttöaluetta ja sitä, miten se eroaa lähikäsitteistään. Se pyrkii vähentämään termien monitulkintaisuutta.

Smith (1987, s. 11–12) kuvailee artikkelissaan termin ”*teach*” (opetus) käyttöä englanninkielessä. Historiallisessa mielessä ”*teach*” on yhdistetty termiin ”*learn*” (oppia), jolloin viitataan opetuksen sisältöön. Opetus on kuitenkin saanut myös toisenlaisen merkityksen, jonka mukaan ”*to teach*” (opettaa) tarkoittaa jonkin asian näyttämistä tai esittämistä jollekin toiselle merkkiin tai symbolien avulla. Nykykielessä opetuksella tarkoitetaan kuvailevan määritelmän mukaan tiedon tai taidon välittämistä. (Ks. tarkemmin esim. Smith, 1987; Bengtsson, 2001; Kansanen, 2004.)

### ***Opetuksen yleinen määritelmä***

Opetuksen yleisen määritelmän tavoitteena on kuvata opetusta mahdollisimman yksinkertaisesti ja yleispätevästi sekä erottamaan opetuksen perusmerki-



tys sen arvosidonnaisista muodoista, jota erityisesti Fenstermacher (1986, ss. 37, 40–41) pitää keskeisenä opetuksen käsitteen määrittelyssä. Hän toteaa, että kysymys ”Mitä opetus on?” eroaa oleellisesti kysymyksestä ”Onko tämä hyvää tai tuloksellista opetusta?”. Yleisen määritelmän perusteella voidaan todeta, onko jokin havaittu toiminta opetusta vai ei, muttei sitä, millaista opetus on laadultaan tai millaisiin tuloksiin se johtaa. Yleinen määritelmä muodostaa tietyn lähtökohdan, jonka perusteella itse toiminta voi toteutua lukuisilla eri tavoilla, ja siihen sisältyy runsaasti erilaisia yksityiskohtia, kuten Kansanen (2004, s. 54) muistuttaa.

Analyyttilisen filosofian edustaja James McClellan (1976, s. 28) pyrkii paljastamaan opetustapahtuman välttämättömät ja riittävät ehdot mahdollisimman pelkistetyksi ja esittää opetuksen määritelmän yleisen opetusväitteen muodossa: ”*A opettaa B:lle X:n*”, jossa A on opettaja, B oppilas ja X opetuksen sisältö. Jotta opetusväite olisi pätevä, sen tulee täyttää myös tiettyjä ehtoja, jotka liittyvät mm. opettajan pedagogisiin aikomuksiin ja sisällöllisiin intentioihin, opettajan ja oppilaan kohtaamiseen sekä opetuksen ja oppimisen menestyksellisyyteen (ks. tarkemmin McClellan, 1976, ss. 30–47; Puolimatka, 1995, ss. 135–137).

Kansanen (2004, ss. 53–54) kommentoi opetuksen yleistä määrittelyä toteamalla, että opetusta analysoidaan usein opettajan ja oppilaan yhteisenä toimintana, koska opettaminen ilman oppilaiden osallistumista olisi epämielikästä. Hän toteaa kokoavasti, että oleellista opetustapahtumaan osallistuvien toiminnassa on se, että opettajalla on jokin opetuksellinen tarkoitus sekä jotain sellaista opetuksen sisältöä, jota oppilaat eivät vielä hallitse. Lisäksi oppilailla on motivaatiota osallistua opetustapahtumaan ja opiskella tarkoituksenmukaisesti. (Ks. myös Fenstermacher, 1986, ss. 37–38; Robertson, 1987, ss. 15–16.)

Bengtsson (2001, ss. 144–145) esittää ontologisesta näkökulmastaan käsin oman ehdotelmansa opetuksen yleiseksi määritelmäksi. Se sisältää pitkälti samoja elementtejä kuin edellä kuvatut määritelmät. Hän mainitsee opetuksen yleisinä ominaisuuksina toiminnan ja kahden henkilön välisen kanssakäymisen eli praktisen intersubjektiviisuuden. Opetuksen erityisinä ominaisuuksina, jotka erottavan sen muista samankaltaisista ilmiöistä, hän määrittelee luonteeltaan käytännöllisen tai teoreettisen tiedon sekä opetuksellisen intention. Toisin sanoen opetus on Bengtssonin mukaan käytäntöön liittyvää kanssakäymistä, jonka tavoitteena on, että joku oppii tietyn tiedollisen sisällön.

### *Opetus normatiivisena toimintana*

Vaikka opetuksen yleisellä määrittelyllä on arvonsa palataan kuitenkin kysymykseen siitä, miten eettiset ja moraaliset näkökohdat suhteutuvat opetuksen käsitteen määrittelyyn. Keskeinen tutkijoita puhututtanut aihe koskee kannanottoja opetuksen sisällön ja menetelmien valinnan suhteen (ks. esim. Fenstermacher, 1986; Smith, 1987; Robertson, 1987; Puolimatka, 1995; Bengtsson,

2001). Tällöin lähestytään normatiivista opetuksen käsitteen määrittelyä, jolloin opetuksen ajatellaan noudattavan tiettyjä eettisiä ehtoja.

Opetuksen yleistä määritelmää tarkasteltaessa huomataan pian, ettei se ole riittävä erottelemaan opetusta muista sellaisista kanssakäymisen muodoista, jotka myös omalla tavallaan edistävät tai aikaansaavat oppimista. Robertson (1987, s. 16) toteaa, että ihmisiä voidaan opettaa yhtä hyvin tappamaan kuin pelastamaan ihmishenkiä, ja menetelminä voidaan käyttää joko uhkailua ja pakottamista tai hyväntahtoisia keinoja. Erotuksena tästä opetuksella usein viitataan toimintaan, joka pyrkii edistämään juuri tietynlaista oppimista – tyyppillisesti sellaista oppimista, jonka katsotaan kuuluvan kasvatuksen piiriin. Bengtsson (2001, s. 138; ks. myös Smith, 1987, s. 14; Uljens, 1997, s. 15) toteaa, että opetuksen käsitteen normatiivisten tarkennusten tavoitteena on siis erottaa opetus muista samankaltaisista toiminnoista, erityisesti indoktrinaatiosta ja ehdollistamisesta.

Käytännössä ei kuitenkaan ole aina helppoa tehdä selvää eroa opetuksen ja indoktrinaation välille. Smith (1987, s. 14) toteaa, että opettaja joutuu tilanteisiin, joissa hänellä ei ole tiedossa kaikkia faktoja tai hänen oma näkemyksensä poikkeaa yleisestä mielipiteestä. Myös opettajan kansallinen kulttuuri tai käytetty oppimateriaali voivat rajoittaa katsantokantaa. Puolimatka (1995, s. 153) toteaa, että indoktrinaatio on kiistanalainen käsite, jonka moraalisesta hyväksymisestä ollaan eri mieltä. Usein ajatellaan, että indoktrinaatio on opetuksen alakäsite, mutta siihen liittyy vahvasti negatiivinen arvomääre. (Ks. tarkemmin indoktrinaation käsitteestä Puolimatka, 1997.)

### *Kasvattava opetus*

Edellä pohdittuun viitaten on ymmärrettävää, että opetuksen määritelmään on syytä sisällyttää ajatus opetuksen arvosidonnaisuudesta. Robertson (1987, s. 16) huomauttaa, että tavat, joilla esimerkiksi ehdollistamisen ja indoktrinaation ei katsota saavuttavan kasvatuksellisia arvoja, paljastavat keskeiset normatiivisen käsityksen rajat siitä, mitä kasvattava opetus on.

Puolimatka (1997, ss. 26–29; ks. myös 1995, s. 180) kuvailee kasvatuksellisesti hyväksyttävää opetusta tietoteoreettisten käsitteiden – tietäminen ja uskominen – avulla. Kasvatuksellisesti hyväksyttävää on opettaa uskomuksia, joita oikeutetusti voidaan pitää tietona. Toisaalta tiedolliset valmiudet ovat aina yhteydessä yleisiin henkisiin valmiuksiin ja siten tavoitteena on myös oppilaan persoonallisuuden kehittäminen. Opetuksen sisällön lisäksi Puolimatka asettaa vaatimuksia myös opetustavalle. Opetuksen tulee edistää oppilaan kykyä tietää eli ymmärtää asioiden välisiä suhteita ja kyetä arvioimaan niiden pätevyyttä. Puolimatka asettaa opetukselle vielä moraalisiakin vaatimuksia, joista keskeisin on oppilaan persoonan ja oman arvointikyvyn kunioittaminen. Oppilasta ei saa koskaan käyttää keinona opettajan tavoitteiden saavuttamiseksi, vaan oppilaan tulee aina olla päämäärä sinänsä.

Kansanen (2004, s. 41) viittaa toistuvaan väärtelynaiheeseen siitä, onko opettaja ”vain” opettaja vai onko hän myös kasvattaja. Kasvatusta ja opetusta

on kuitenkin mahdotonta erottaa toisistaan, koska opetus perustuu aina arvovalintoihin. Lisäksi kouluopetukseen kuuluu oppiaineiden ohella paljon sellaisia yleistavoitteita, jotka kuuluvat kaiken opetuksen piiriin. Herbart – käytäessään kasvattavan opetuksen käsitettä – määritteli osuvasti tätä kasvatuksen ja opetuksen suhdetta. Kasvattavalla opetuksella hän tarkoitti, että kasvatusta ei voi olla ilman opetusta eikä opetusta ilman kasvatusta. Myös Uljens (1997, s. 50) pitää tätä Herbartin käsitettä hyödyllisenä. Hän viittaa Puolimattakan (1995; 1997) tavoin eron tekemiseen opetuksen ja indoktrinaation välillä ja toteaa, että kasvatuksen käsite sisältää ajatuksen, jonka mukaan kasvatettava yksilö osallistuu itse päätöksentekoon siitä, millaisia kulttuurisia arvoja, käytänteitä ja normeja hän tavoittelee pyrkiessään kehittymään sosiaalisesti, älyllisesti ja persoonallisesti kypsäksi yhteiskunnan jäseneksi.

### *Opetus tuloksellisenä toimintana*

Tuloksellisuuden näkökulmasta tarkasteltuna opetus määritellään toiminnaksi, josta seuraa oppimista. Jos oppimista ei tapahdu, ei ole tapahtunut myöskään opettamista. Tämän opetuksen määritelmän mukaisesti oppiminen sisältyy opetukseen. Smith (1987, s. 12) toteaa, että kirjallisuudessa usein esiintyvä muoto ”opetus-oppiminen” kuin myös edellä esitetty katsaus opetuksen ja oppimisen termien historiaan korostavat näiden käsitteiden tiivistä yhteyttä.

Tuloksellisuuteen perustuvaa opetuksen määritelmää on kritisoitu paljon. Lähtökohtaisesti sitä pidetään vääränä, koska opetuksen ja oppimisen välillä ei välttämättä ole suoraa yhteyttä. Kenenkään ei tarvitse opettaa, vaikka joku oppii, eikä kenenkään tarvitse oppia vain siksi, että joku opettaa, kuten Bengtsson (2011, s. 136) toteaa. Lisäksi Smith (1987, s. 13) huomauttaa, että tuloksellisen opetuksen määritelmän perusteella ei voida todeta, onko havaittava toiminta opetusta, ennen kuin on varmistuttu siitä, johtaako kyseinen toiminta oppilaiden oppimiseen vai ei. On myös kohtuutonta säilyttää kaikkea vastuuta oppimisesta opettajalle, koska hän ei voi kontrolloida kaikkia oppimiseen vaikuttavia tekijöitä. Opetuksen tuloksellisuuteen perustuvan määritelmän käytännöllinen hyöty lieenee kuitenkin siinä, että opetuksen odotetaan tuottavan oppimista, ja jos näin ei tapahdu, asialle vaaditaan selityksiä.

Fenstermacher (1986, ss. 38–39) esittää ratkaisuksi opetuksen ja oppimisen välisen ilmeisen yhteyden luonnehdintaan – edellä kritisoidun kausaalisen suhteen sijaan – ontologista suhdetta. Hän vertaa opetusta ja oppimista kilpailmiseen ja voittamiseen. Kilpailla voi loputtomiin, vaikkei koskaan voittaisikaan. Mutta olisi epämielekästä sanoa, ettei ole kilpaillut, koska ei voittanut. Kilpailamisen ja voittamisen käsitteiden välillä on erityinen semanttinen suhde, jossa edellisen suhde on monella tapaa riippuvainen jälkimmäisen olemassaolosta. Tällaista suhdetta Fenstermacher kutsuu ”ontologiseksi riippuvuudeksi”. Opetuksen ja oppimisen suhdetta voidaan kuvata samoin. Huomio ontologisesta riippuvuudesta auttaa selittämään sitä, miksi opetuksen ja oppimisen usein ajatellaan olevan tiukasti toisiinsa sidoksissa. Jos kukaan ei olisi koskaan oppinut, niin tuskin tarvittaisiin käsitettä opetus.

### ***Opetus intentionaalisena toimintana***

Tuloksellisen opetuksen määritelmään viitaten voidaan todeta, että vaikka opetus ei välttämättä saa aikaan oppimista, voidaan kuitenkin olettaa, että opetuksesta voi seurata oppimista. Opettaja ei aina onnistu toiminnassaan, mutta hänen odotetaan kuitenkin yrittävän parhaansa. Smith (1987, s. 13) toteaa, että opetus ei ole vain tapahtumiin osallistumista, vaan myös tietoista havainnointia, päätelmien tekoa ja tilanteiden ohjailemista. Smith katsoo, että yrittäminen on osa sitä, että aikoo tehdä tai saavuttaa jotain. Jos opettaja siis opettaa oppilaita, tämä ymmärretään siten, että hänen tavoitteenaan on saada oppilaat oppimaan. Smith tiivistää Scheffleriin (1960; ks. Scheffler, 1969, ss. 20–21) viitaten, että opetus on intentionaalista toimintaa, jonka tavoitteena on aikaansaada oppimista. Intentionaalisen opetuksen määritelmä saa kannatusta opettajan ajattelun tutkijoiden keskuudessa. Smith (1987, s. 13) viittaa Fenstermacheriin (1980) toden, opettajan toiminnan katsotaan ohjautuvan hänen intentioidensa perusteella, jotka perustuvat opettajan uskomusjärjestelmään ja ajattelutapoihin. (Ks. myös Clark & Peterson, 1986; Kansanen, 1991b; 1993; 2004; Kansanen ym. 2000.)

Bengtsson (2001, s. 137) tuo esiin opetuksen intentionaalisen määritelmän eräänä muunnoksena Uljensin (1997) ja Kansasen (1999) sekä Fenstermacherin (1986) ajatuksen opiskelusta, jolla on välillinen rooli opetuksen ja oppimisen välissä. Oleellista tässä ajattelutavassa on, että oppiminen ei ole seurausta opettamisesta vaan opiskelusta tai opiskelijana olemisesta – jota tässä yhteydessä käytetään vapaana suomennoksena Fenstermacherin termistä ”*studenting*”. Siten opettaja opettaessaan voi ottaa vastuuta vain oppilaiden opiskelusta, muttei koskaan heidän oppimisestaan. Opiskelu on Uljensin (1997, ss. 36–41) ja Kansasen (1999, s. 85) mukaan oppilaan tietoisesta toimintaa, jonka tavoitteena on oppiminen (ks. tarkemmin luku 3.2.3).

Pitkäniemi (2009, ss. 265–267) pitää Kansasen (1999) ja Uljensin (1997) esiin tuomaa opiskelun käsitettä merkittävänä parannuksena opetuksen käsitteen määrittelyyn. Hän puhuu ns. opiskelukeskeisestä opetuksen määritelmästä (*study-centred concept of teaching*). Pitkäniemi toteaa, että opetuksen intentionaaliseen määritelmään perustuvissa käsityksissä hyväksytään ajatus, jonka mukaan on riittävää, että on olemassa intentio oppilaan oppimisen edistämiseksi. Tämä eroaa käsityksestä, joka korostaa oppilaiden oman työskenteelyn eli opiskelun välttämättömyyttä oppimisessa. Siten opetusta ei voida määritellä yksin opettajan toimintaan perustuen. Pitkäniemi päätyykin määrittelemään opetuksen oppilaan toimintakriteeriin vedoten. Opetus on tavoitteisiin suuntautunutta toimintaa, joka edellyttää myös oppilaiden opiskelua ja suuntautumista kohti opetussuunnitelman tavoitteita.

### ***Opetuksen tieteellinen määritelmä***

Smith (1987, s. 14) toteaa, että edellä esitetyt neljä opetuksen määritelmää – deskriptiivinen, normatiivinen, tuloksellinen ja intentionaalinen – juontavat

juurensa arkipäiväisestä ja tavanomaisesta kielenkäytöstä, ja vaikka ne osaltaan selventävät niitä merkityksiä, joita opetuksen käsitteelle pedagogisessa keskustelussa annetaan, ne eivät ole tieteellisessä mielessä riittävän tarkkoja kaikkialla sovellettavaksi.

Opetuksen tieteellinen määritelmä on Smithin (1987, s. 14; ks. myös Yrjönsuuri, 1993, s. 19; Bengtsson, 2001, s. 139) mukaan luonteeltaan tekninen. Se perustuu empiirisesti todennetuille opettajan toiminnan vaikutuksia ja seurauksia ilmaiseville väitteille. Opetuksen tieteellinen määritelmä voidaan esittää yleisessä muodossa:  $a = df [b, c, \dots]$ , missä  $a$  merkitsee lausetta ”Opetus on tehokasta”, ja  $[b, c, \dots]$  sellaisten lauseiden yhdistelmää, kuten ”Opettaja antaa palautetta”, ”Opettaja kertoo säännön ja esittää sitä tukevia ja siihen kuulumattomia esimerkkejä”, ja missä  $= df$  kuvaa lauseiden välistä yhteyttä. Tällaisen teknisen määritelmän muodossa opetuksen käsite ei ole eksplisiittisesti määritelty, mutta sen merkitys on ilmaistu lauseissa, joissa se kuitenkin ilmenee. Smithin mukaan tämän määritelmän avulla on mahdollista päästä lähemmäs havainnoitavaa ja manipuloitavissa olevaa kokemuksen tasoa kuin olisi mahdollista opetuksen perinteisten määritelmien avulla, joissa yksi abstrakti termi määritellään viittaamalla muihin abstrakteihin termeihin.

Bengtsson (2001, s. 139–140) toteaa, että tätä opetuksen määritelmää voisi yhtä lailla kutsua positivistiseksi, koska siinä oletetaan, että vain empiirinen opetuksen tutkimus voi tuottaa opetuksen määritelmän. Tämä on hänen mielestään kuitenkin mahdoton tehtävä. Tilanne on pikemminkin päinvastoin, koska empiirinen opetuksen tutkimus edellyttää opetuksen määrittelyä ennen kuin se voidaan toteuttaa. Siten opetuksen määritelmä on edellytys tutkimukselle eikä niin, että määritelmä olisi tutkimuksen tulos.

### *Opetus taiteena*

Opetuksen käsitteen määrittelyn yhteydessä esiintyy myös näkemyksiä, joissa kyseenalaistetaan koko opetuksen tieteellinen perusta. Tällöin opetus määritellään taiteena tai taitona. Kansanen (2004, s. 84) toteaa, että pinnallisesti tarkasteltuna tieteen ja taiteen näkökulmien välinen ero johtuu pitkälti kannanotosta positivismiin, vastakkainasettelusta (luonnon)tieteiden ja taiteen välillä. Ongelmaa voidaan kuitenkin pohtia myös sisällöllisenä kysymyksenä opetuksen olemukseen ja opettajankoulutukseen liittyen: Voiko opetusta tutkia empiirisin keinoin? Entä onko opettajien kouluttaminen – siis opetuksen opettaminen – mahdollista?

Highet (1954; ks. Dunkin, 1987, s. 19), joka usein mainitaan yhtenä johtavana keskushahmona tässä opetuksen taideluonnetta koskevassa keskustelussa, on vahvasti sitä mieltä, että opetus on taidetta. Hän perustelee näkemystään sillä, että opetukseen sisältyvät ihmiset tunteineen ja arvoineen. Näiden hän katsoo kuuluvan tieteen vallan ja ymmärryksen ulkopuolelle ja jopa vaarantuvan yrityksistä soveltaa tieteellisiä tavoitteita ja menetelmiä niihin.

Samoin Gage (1963; 1978; ks. Dunkin, 1987, s. 19) näkee, että opetus on taidetta, mutta pitää sitä pikemminkin hyödyllisenä ja käytännöllisenä taitona

kuin omistautumisena kauneuden ja esteettisten mielikuvien luomiselle. Gage pohtii erityisesti, voiko tieteellisiä menetelmiä hyödyntää opetuksen ymmärtämisessä ja toteaa, että taiteellisilla toiminnoilla on luontainen laki ja järjestyks, joka tekee niistä melko sopivia tieteellisen analyysin kohteeksi.

Kansanen (2004, s. 85–86) tuo esiin kysymyksen opettajankoulutuksen mahdollisuudesta – tai mahdottomuudesta. Hän toteaa, että jos opetus nähdään taiteena, voidaan se ymmärtää prosessina, joka on ainutkertainen ja säännönmukaisuuksista vapaa. Tällaisen toiminnan kulussa opettaja voi kehittyä persoonallisella tavalla, mutta yleisen ja kaikille sopivan koulutusohjelman järjestäminen on mahdotonta. Lisäksi opetus taiteena sisältää ajatuksen opettamisesta synnynäisenä ominaisuutena tai taitona. Tällöin koulutuksen tarve voidaan jälleen kyseenalaistaa. Lopulta Kansanen huomauttaa, että opetuksen tarkasteleminen tieteen ja taiteen välisenä vastakkaisasetteluna kelpaa pohdinnan lähtökohdaksi, mutta osoittautuu riittämättömäksi tarkemman erittelyn kulussa. Yksi opetusta ja taidetta erottavana piirre on suhtautuminen tavoitteisuuteen ja normatiivisuuteen. Opetus taiteena korostaa intuitiota, spontaanisuutta ja suunnitelmien väljyyttä. Kasvatus ja opetus ovat puolestaan tarkoituksellista toimintaa, jota ohjaavat ennalta määrättyt tavoitteet. Taiteenomaisuus voidaan kuitenkin sijoittaa opetustapahtumaan ja sen vuorovaikutukseen, joka on luonteeltaan ainutlaatuista, osin ennakoimatonta, ja jossa opettajan toimintaan voidaan liittää monia taiteelle ominaisia määreitä, kuten luovuus, ilmaisu ja joustavuus (Gage, 1978; Dunkin, 1987; Kansanen, 2004).

### *Oppimisteoreettinen näkemys opetuksesta*

Oppimisen tutkimuksessa huomio kiinnittyy luonnollisesti ensisijaisesti oppimiseen oppilaan toimintana ja kognitioina.. Vallalla oleva, tiedon suhteellisuutta ja oppilaan omaa aktiivisuutta korostava konstruktivistinen oppimiskäsitys merkitsi aikanaan täyskäännöstä behavioristisesta, ulkoisen kontrollin ajatuksesta sisäiseen oppimisprosessin säätelyyn. Siten konstruktivistisen näkemyksen edustajat kuvailevat opetusta lähinnä oppimisen ohjaamisena ja oppimisympäristöjen organisoimisena. Siljander (2005, ss. 215–216; ks. myös Terhart, 2003, s. 32) toteaa, että tämä näkemys pohjaa perusoletukseen siitä, että oppiminen on sisältäpäin ohjautuvaa ja viime kädessä oppilaan itsesäätelyä. Näin ollen olisi ristiriitaista kannattaa ajatusta että, joku opettaa toiselle jotakin. Opettajan rooli muuttuu siis opettamisesta ohjaamiseksi ja oppilaan tiedonkonstruointia tukevan oppimisympäristön järjestämiseksi.

Konstruktivismiin piirissä opetusta ei siis yleensä edellä kuvattua tarkemmin määritellä, pikemminkin vain kuvaillaan oppimiskäsityksestä johdettavia pedagogisia seuraamuksia (ks. tarkemmin luku 4.2.2). Engeström (1987, ss. 7, 9–11, 62) kuitenkin esittää oppimisteoreettisista lähtökohdista käsin varsin perusteellinen tarkastelun opetuksen olemuksesta, joka sisältää myös käsillä olevan tutkimuksen kannalta mielenkiintoisia näkökulmia. Engeströmin oppimisen ja hyvän opetuksen määritelmä perustuu kognitiiviseen oppimiskäsitykseen ja psykologiseen toiminnan teoriaan. Kyseisen tausta-ajattelun mu-

kaan oppiminen ymmärretään mielekkääksi, tavoitteelliseksi, tiedollisten rakenteiden ja mallien muodostamiseksi sekä niiden luovaksi käytöksi. Opetuksen Engeström puolestaan määrittelee tietoisien ja täydellisen oppimisen ohjaamiseksi, jonka tehtävänä on virittää, suunnata, johtaa ja ohjata opiskelua.

Engeströmin (1987, ss. 15–17, 62, 66–67) toteaa, että opetusprosessissa eli didaktisessa prosessissa on tarkoituksena saattaa mahdollisimman hyvin yhteen oppilaiden oppiminen ja opettajan opetus. Hän huomauttaa, että oppimista tapahtuu koko ajan, mutta ilman opetusta orientoitunut, tietoinen ja syvällinen oppiminen on harvinaista ja juuri siksi tarvitaan opetusta. Opetuksen laatu riippuu siitä, miten opetukseen vaikuttavat osatekijät – tavoite, sisältö ja menetelmä – saadaan nivotuksi yhteen. Ratkaisevaa tässä on Engeströmin mukaan opetuksen ulkoisten ja sisäisten tekijöiden erottaminen toisistaan. Ulkoisilla tekijöillä tarkoitetaan opetuksen aikana välittömästi näkyviä seikkoja, kuten oppilaiden käyttäytymistä ja opetuksen muotoja. Sisäiset tekijät perustuvat sen sijaan aktiiviselle ja tietoiselle näkemykselle oppimisesta. Tärkeintä ei ole oppilaiden ulkoinen reagointi, vaan se, mitä heidän mielessään tapahtuu. Sisäiset tekijät ovat keinoja, joilla ohjataan oppilaiden henkistä työskentelyä. Tuloksellisen opetuksen suunnittelu ja toteutus perustuvat Engeströmin mukaan ensisijaisesti sisäisten tekijöiden hallintaan, vaikkakin myös ulkoiset tekijät ovat hyvän opetuksen kannalta välttämättömiä.

### *Opetuksen käsitteen määrittelyä suomalaisissa opetusopeissa*

Käsillä olevan tutkimuksen toteutusta ja käytettyä termistöä ohjaa lähtökohdaisesti didaktiikan ja opetuksen käsitteiden määrittely erityisesti sellaisena kuin ne suomalaisessa kasvatustieteellisessä tutkimuksessa on vuosikymmenien ajan ymmärretty. Tästä syystä opetuksen käsitteen määrittelyn yhteydessä on syytä kiinnittää huomiota myös juuri suomalaisissa opetusopeissa ja didaktiikan oppikirjoissa esitettyihin näkemyksiin, jotka on koottu yhteenvedon omaisesti taulukkoon 3.1. Tämä kirjallisuus on ollut – ja on edelleen – keskeistä suomalaisessa opettajankoulutuksessa, joten näin sillä on merkitystä myös käytännön kouluelämässä opettajan työn tukijana. Myös suomalaisessa tutkimuskirjallisuudessa esitetyt opetuksen määrittelyt ovat kiinnostavia (ks. esim. Yrjönsuuri, 1993; Uljens, 1997; Kansanen, 1999; 2003; 2004). Näitä näkemyksiä tarkastellaan myöhemmin luvussa 3.2.1.

Seuraavassa pohdinnassa suomalaisten opetusoppien ja didaktiikan oppikirjojen tarkastelu rajataan alkamaan peruskoulun alkuajoilta Lahdeksen vuonna 1969 ilmestyneestä Peruskoulun opetusopista taulukko (ks. taulukko 3.1). Tämä raja on perusteltua tutkimuksen peruskoulukonteksti ja tutkimushenkilöiden saama opettajankoulutus huomioiden.

**Taulukko 3.1.** Opetuksen määritelmiä suomalaisissa opetusopeissa peruskoulun aikana.

<b>TEKIJÄT – OPETUSOPPI, DIDAKTIIKAN OPPIKIRJA</b>	<b>Opetuksen määritelmä</b>
<i>Lahdes, E. (1969) Peruskoulun opetusoppi</i>	Opetus ja kasvatustavoitteet tarkoittavat ”koulun harjoittamaa, oppilaan kokonaispersoonallisuuteen kohdistuvaa toimintaa” (s. 44). ”Opetus on tavoitehakuista toimintaa, jolla pyritään muuttamaan oppilaiden käytöstä haluttuun suuntaan” (s. 86).
<i>Lahdes, E. (1977) Peruskoulun uusi opetusoppi</i>	”Opetus on ympäristötekijöiden säätelyä, jonka tarkoituksena on muuttaa kasvattien käyttäytymistä – oppimisen avulla – asetettujen tavoitteiden suuntaan” (s. 15).
<i>Lahdes, E. (1986) Peruskoulun didaktiikka</i>	”Opetus on kasvatustavoitteiden suuntaista suunniteltua ja tavoitteellista vuorovaikutusta, jonka tarkoituksena on olosuhteita ohjailemalla saada aikaan tietoista ja mielekästä oppimista” (s. 20).
<i>Lahdes, E. (1997) Peruskoulun uusi didaktiikka</i>	”Opetus on kasvatustavoitteista johdettavaa tarkoituksellista ja suunniteltua opettajan ja oppilaiden välistä sosiaalista vuorovaikutuksellista toimintaa, jonka tarkoituksena on luoda oppilaalle edellytykset oppimisen avulla tavoitteiden saavuttamiseen” (s. 14).
<i>Koskeniemi, M., &amp; Hälinen, K. (1970) Didaktiikka lähinnä peruskoulua varten</i>	Opetus käsitetään ”interaktiotapahtumaksi, joka sijoittuu koulun elämänpiiriin ja joka tähtää oppilaiden persoonallisen kehityksen edistämiseen kasvatustavoitteiden määrittämissä suunnissa” (s. 101).
<i>Uusikylä, K., &amp; Atjonen, P. (2000; 2005; 2007) Didaktiikan perusteet</i>	”Opetus ei ole pelkkää opetustekniikkaa tai oppilaiden itsenäistä opiskelua, vaan se on inhimillistä vuorovaikutusta ja kasvatusta, joka vaikuttaa koko ihmiseen (s. 9). ”Opetus on vuorovaikutusta. -- Mikä tahansa vuorovaikutus ei kuitenkaan ole opetusta. Pedagogista vuorovaikutusta on vain koulussa, ja sitä ohjaa aina opetussuunnitelma, joka säätelee koulujen toimintaa. (ss. 20–21.) ”Opetuksessa on neljä olennaista elementtiä: persoonallisen kehityksen edistäminen, tavoitteet, interaktio ja koulun elämänpiiri. -- Opetus on opettajan ja oppilaiden välistä tavoitteista vuorovaikutusta. -- Opetus on monimutkainen ilmiö. Opetuksen moninaiset tavoitteet vaativat erilaisten opetusmuotojen, opetusvälineiden ja oppimateriaalien käyttöä. --Kouluopetus on koulukasvatuksen synonyymi, koska kouluopetus on koko persoonallisuuteen vaikuttamista.” (s. 25)

Peruskoulua on sen olemassa olon aikana kehitetty jatkuvasti ja sen pedagogiset linjat ovat vaihdelleet äärilaidasta toiseen. Nopean muutoksen myötä didaktiikan oppikirjojakin julkaistiin useita. Lahdekselta opetusoppeja ilmestyi joka vuosikymmenellä. Hänen ensimmäinen opetusoppinsa, *Peruskoulun opetusoppi* (1969), edustaa Hellströmin (2008, ss. 24–25) mukaan vahvasti peruskoulun ideaa. Kasvatusihanteena oli kulttuuri-ihminen, joka kykeni omaksumaan sivistyspääoman, osallistumaan yhteistyöhön ja joka oli itsenäinen, ehjä persoonallisuus (ks. Lahdes, 1969, s. 33). Toisessa, *Peruskoulun uudessa opetusopissa* (1977) esitetty opetuksen määritelmä eroaa edeltäjästään. Vaikka Lahdes liittää opetuksen vahvasti koulun kontekstiin ja toteaa peruskoulun pyrkivän ”kasvattinsa koko persoonallisuuden suotuisaan kehittämiseen”, on hän jättänyt opetuksen määritelmästä nämä viittaukset pois. Lahdes puhuu sen sijaan ”käyttäytymisestä”, jonka hän tosin määritelmän ulkopuolella tarkentaa



käsittävän ulkoisesti havaittavan käyttäytymisen lisäksi myös tunteet, asenteet ja ajatteluprosessit. (Ks. Lahdes, 1977, ss. 14, 17.) Uusikylän (1980, ss. 8–9) mukaan tässä määritelmässä korostuu opetuksen ”manipulatiivinen” luonne – se, että opetus on ympäristötekijöiden säätelyä. Hellström (2008, s. 27) puolestaan toteaa, että tämä Lahdeksen opetusoppi edustaa kovaa didaktiikkaa, joka oli differentiaalipsykologisen kykypsykologian ohjaamaa. Sen mukaan oppilasta ei houkuteltu oppimaan. Hänen ajateltiin olevan itse vastuussa oppimisestaan. Seuraavissa oppikirjoissaan, *Peruskoulun didaktiikka* (1986) ja *Peruskoulun uusi didaktiikka* (1997), Lahdes pyrki irtaantumaan behaviorismista ja perusti didaktiikkansa ajan hengen mukaisesti konstruktivismiin (Yrjönsuuri, 1993, s. 20; Hellström, 2008, s. 27). Yhteistä kaikille Lahdeksen esittämille opetuksen määritelmille on kuitenkin lopulta opetuksen määrittely koulukasvatuksena ja tavoitteellisena toimintana.

Hyvin usein suomalaisessa kasvatustieteellisessä kirjallisuudessa viitataan Koskenniemen ja Hälisen (1970) *Didaktiikka lähinnä peruskoulua varten* -teoksessa esitettyyn opetuksen määritelmään. Koskenniemi ja Hälinen (1970, ss. 91–92, 101–102) toteavat, että opetuksen interaktiivisen perusluonteen lisäksi opetusta voidaan pitää myös ohjailutapahtumana. Tällöin opettaja ohjaa oppilaiden etenemistä kohti asetettuja tavoitteita sovittamalla oman toimintansa oppilaiden edellytysten ja reaktioiden mukaisesti. He kuitenkin tähdentävät, että opettaminen on eri asia kuin opetus. Opetus on enemmän kuin ne opettajan toimet, joiden tarkoituksena on oppilaiden tietojen, taitojen ja asenteiden omaksuminen. Opetus on tapahtumasarja, jossa esiintyy sekä opettamista että oppimista. Tämä laaja opetuksen määritelmä viittaa Koskenniemen ja Hälisen mukaan siihen, että opetus itse asiassa tarkoittaa samaa kuin koulukasvatus. Uusikylä (1980, s. 8) toteaa, että Koskenniemen ja Hälisen opetuksen määritelmään sisältyvän interaktion korostaminen heijastaa 1900-luvun voimakkaiden kasvatusaatteiden – progressivismin, oppilaskeskeisyyden ja oppilaiden oman aktiivisuuden – arvostamista.

Uusin didaktiikan oppikirja on 2000-luvulla useampana päivitettyä painoksen ilmestynyt Uusikylän ja Atjosen *Didaktiikan perusteet* (2000; 2005; 2007). Uusikylän ja Atjosen näkemys opetuksesta perustuu perinteisen suomalaisen didaktiikan ajatuksille opetuksen olemuksesta. He viittaavat vahvasti Koskenniemen ja Hälisen (1970) esittämään opetuksen määritelmään sekä osin myös Lahdeksen (1977; 1986; 1997) näkemyksiin. Lisäksi Uusikylä ja Atjonen (2007, ss. 21, 25) erottavat toisistaan opiskelun ja oppimisen. Näin he laajentavat opetuksen käsitettä ja sisällyttävät siihen opettamisen ja oppimisen lisäksi myös opiskelun. Heidän mukaansa ihminen oppii koko ajan ja myös tahattomasti. Opiskelu taas on puolestaan tietoista, intentionaalista toimintaa, jonka avulla oppilas pyrkii oppimaan. Hellström (2008, ss. 27–28) toteaaakin, että Uusikylän ja Atjosen teosta voidaan pitää vanhan suomalaisen didaktiikan puolustuspuheena, jossa esitetään kritiikkiä oppimisen tutkimuksen ylivaltaa kohtaan. Uusikylän ja Atjosen (2007, ss. 20, 25) mukaan oppimisteoriat auttavat opetuksen suunnittelussa ja toteutuksessa, mutta ne eivät kuitenkaan korvaa opetuksen teoriaa.

Suomalaisissa peruskoulun aikaisissa opetusopeissa ja didaktiikan oppikirjoissa esitetyissä opetuksen käsitteen määrittelyissä on havaittavissa ajan kuluessa esiintyviä muutoksia. Tämä on nähtävissä erityisesti Lahdeksen (1969; 1977; 1986; 1997) vuosikymmenittäin ilmestyneissä teoksissa, joissa opetusta on määritelty niin behavioristisesta kuin konstruktivistisestakin näkökulmasta. Kannanotot tähän opetussuunnitelma-ajattelun vaihteluun ilmevät hänen määritelmissään vahvasti. Esimerkiksi opettajan ja oppilaiden kanssakäymisestä puhutaan kahdessa ensimmäisessä määritelmässä toimintana, kun myöhemmin opetus määritellään opettajan ja oppilaiden välisenä sosiaalisena vuorovaikutuksena. Myös Uusikylän (1980) ”manipulatiiviseksi” luonnehtima ilmaus ”ympäristötekijöiden säätely” on esitetty ”pehmeämmin” olosuhteiden ohjailuna ja edellytysten luomisena. Koskenniemen ja Hälisen (1970) esittämä määritelmä on sen sijaan säilyttänyt muotonsa ja asemansa usein siteerattuna opetuksen käsitteen määritelmänä peruskoulun alkuajoilta näihin päiviin saakka. Heidän määritelmänsä on ilmeisesti alusta pitäen muotoiltu yleisellä tasolla pyrkien neutraalisti kuvaamaan vain opetukselle ominaisia piirteitä. Siinä ei niinkään oteta kantaa vallalla oleviin opetus- ja oppimisteoreettisiin näkemyksiin. Ja kuten jo edellä todettiin, uusimman didaktiikan oppikirjan kirjoittaneet Uusikylä ja Atjonen (2000; 2005; 2007) perustavat oman määritelmänsä pitkälti näille perinteisille näkemyksille, joiden mukaan opetuksen olemusta on suomalaisessa didaktisessa ajattelussa ajan kuluessa määritelty. Oman lisänsä opetuksen käsitteen määrittelyyn he tuovat laajentaessaan mallin opetuksesta ja oppimisesta opetus-opiskelu-oppimisprosessiksi. Tämä voidaan tulkita opetuksen teorian puolesta puhumisena viime aikoina alaa vallanneen oppimisen teorian rinnalla.

### ***Yhteenveto erilaisista opetuksen käsitteen määrittelyistä***

Taulukko 3.2 kokoaa edellä esitetyn katsauksen opetuksen käsitteen erilaisiin määrittelyihin niin kansainvälisessä keskustelussa kuin kansallisestikin suomalaisissa opetusopeissa ja didaktiikan oppikirjoissa. Taulukossa kuvataan lyhyesti, mikä kunkin määritelmän – deskriptiivisen, normatiivisen, tuloksellisen, intentionaalisen, tieteellisen, taiteellisen sekä oppimisen tutkimuksen liittyvän – keskeinen näkökulma opetuksen käsitteen tarkasteluun on. Lisäksi esitetään muutamia keskeisiä kyseisten näkemysten edustajia tai tutkijoita, jotka ovat tätä aihepiiriä pohtineet.

**Taulukko 3.2.** Yhteenveto erilaisista opetuksen käsitteen määrittelyistä.

OPETUKSEN MÄÄRITELMÄ		Näkemyksen edustajia
<i>Opetuksen deskriptiivinen eli kuvaileva määritelmä</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Opetuksen etymologinen määrittely, mitä opetuksen käsitteen ala on perinteisesti katsottu kuuluvan</li> <li>Pelkistetty, objektiivinen kuvaus opetuksen perustekijöistä</li> </ul>	Etymologinen tarkastelu <ul style="list-style-type: none"> <li>Robertson (1987)</li> <li>Bengtsson (2001)</li> </ul> Yleinen määritelmä, malli <ul style="list-style-type: none"> <li>McClellan (1976)</li> <li>Fenstermacher (1986)</li> <li>Bengtsson (2001)</li> </ul>
<i>Opetus normatiivisena toimintana</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Opetusta määrittelevät tietyt eettiset ehdot</li> <li>Opetus erotetaan muista samankaltaisista ilmiöistä</li> <li>"hyvä opetus"</li> </ul>	Kasvattava opetus <ul style="list-style-type: none"> <li>Herbart</li> </ul> Hyvä opetus <ul style="list-style-type: none"> <li>Engeström (1987)</li> </ul>
<i>Tuloksellinen opetus</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Opetus on toimintaa, josta seuraa oppimista</li> <li>Opetuksen ja oppimisen kausaalinen yhteys</li> <li>Opetus-oppimisprosessi</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Dewey (1933)</li> <li>behavioristisen prosessi-produkti-tutkimustradition edustajat</li> </ul>
<i>Intentionaalinen opetus</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Opetus on toimintaa, jonka tavoitteena on edistää tai aikaansaada oppimista</li> <li>Opetuksen ja oppimisen ontologinen suhde</li> <li>Opetus-opiskelu-oppimisprosessi</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Fenstermacher (1986)</li> <li>Bengtsson (2001)</li> </ul> Useat suomalaiset tutkijat, kuten <ul style="list-style-type: none"> <li>Lahdes (1969; 1986; 1997)</li> <li>Koskenniemi &amp; Hälinen (1970)</li> <li>Yrjönsuuri (1993)</li> <li>Puolimatka (1995)</li> <li>Uusikylä &amp; Atjonen (2000; 2005; 2007)</li> </ul> Opiskelun käsite <ul style="list-style-type: none"> <li>Uljens (1997)</li> <li>Kansanen (1999; 2003; 2004)</li> </ul>
<i>Opetuksen tieteellinen määritelmä</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>a = df [b, c, \dots]</math></li> <li>Tekninen määritelmä, joka perustuu empiirisesti todennetuille opettajan toiminnan vaikutuksia ilmaiseville väitteille</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>behavioristisen tutkimustradition edustajat</li> </ul>
<i>Opetus taiteena</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Opetuksen tieteellisen perustan ja empiirisen tutkimisen kyseenalaistaminen</li> <li>Opetus synnynnäisenä taitona</li> <li>Koulutuksen kyseenalaistaminen</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Highet (1954)</li> <li>Gage (1964; 1978)</li> </ul>
<i>Oppimisteoreettinen näkemys opetuksesta</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Opetus on oppimisen tukemista ja ohjaamista sekä oppimisympäristöjen luomista</li> </ul>	Konstruktivistisen oppimisen tutkimuksen edustajat, kuten <ul style="list-style-type: none"> <li>von Glaserfeld (1991; 1995)</li> <li>Ernest (1991)</li> <li>Darling-Hammond (2007)</li> </ul> Suomalaisia tutkijoita, kuten <ul style="list-style-type: none"> <li>Rauste-von Wright &amp; von Wright (1994)</li> <li>Hakkarainen, Lonka &amp; Lipponen (1999; 2004)</li> </ul>

Edellä kuvatuista opetuksen käsitteen määrittelyistä voidaan kokoavasti todeta, että kyseinen määritelmien luokittelu ei ole toisiaan poissulkeva tarkastelukehys. Yhtälailla esimerkiksi opetuksen yleinen määritelmä, joka pyrkii kuvaamaan opetusta mahdollisimman yksinkertaisesti ja neutraalisti, näyttää useimmiten sisältävän myös intentionaalisen opetuksen piirteitä. Tai, kuten Smith (1987, ss. 13–14) toteaa, voidaan ajatella, että kaikki opetuksen käsitteen määrittelyt ovat luonteeltaan normatiivisia ja tiettyjen reunaehtojen rajaamia. Normatiivinen määritelmä on vain toisenlainen tapa erottaa opetus muista samankaltaisista ilmiöistä, jotta opetus toteutuisi eettisesti ja moraalisesti kestäväällä tavalla. Esitetyn luokituksen tavoitteena onkin selkeän loke-roinnin sijaan pikemminkin kuvata eri näkökulmista opetuksen erilaisia ulotu-uvuuksia ja myös opetuksen rajoja, joiden ylittyessä toimintaa ei voi enää tunnistaa opetukseksi käytännön vuorovaikutustilanteissa. Jokaisella määritelmällä on omat puolestapuhujansa ja kriittikkonsa.

Opetuksen käsitteen määrittelyä tarkastellessa havaitaan, että kyseinen luokittelu pitää sisällään eräänlaisia jännitteitä. Opetuksen deskriptiivisellä määritelmällä on arvonsa pelkistetyn, objektiivisen kokonaiskuvan ilmentäjänä, mutta hyvin pian huomataan, ettei se yksinään riitä. Tietyissä tilanteissa tarvitaan eettisiä ja moraalisia kannanottoja, jotta opetus voidaan erottaa vaikkapa indoktrinaatiosta, ja näin päädytään opetuksen normatiivisen määrittelyn piiriin, josta kasvattava opetus on yksi esimerkki.

Nykyisin pidetään tosiasiana sitä, ettei opetus välttämättä johda suoraan haluttuihin oppimistuloksiin. Opetuksen ja oppimisen suhdetta kuvaa kausaalisuuden sijaan paremmin ontologinen riippuvuus, kuten Fenstermacher (1986) asian ilmaisee. Vaikka oppimistuloksilla on yksilölle arkielämässä merkitystä – esimerkiksi palautteena omasta osaamisesta tai jatko-opintoihin pyrkiessä – käsitteenmäärittelyn kannalta todenmukaisempaa on perustaa ymmärryksensä opetuksesta sen intentionaaliselle määritelmälle tuloksellisen määritelmän sijaan. Opetus on toimintaa, jonka tavoitteena on saada aikaan oppimista, vaikkei se sitä voi taatakaan. Eräänlaisena ratkaisuna tähän ongelmaan Uljens (1997) ja Kansanen (1999; 2003; 2004) sekä osaltaan myös Fenstermacher (1986) tuovat opiskelun käsitteen, joka sijoittuu opetuksen ja oppimisen väliin. Tämän ajattelutavan mukaan opetuksella voidaan vaikuttaa vain oppilaiden opiskeluun, joka on tietoista ja aktiivista toimintaa, ja joka onnistuessaan johtaa oppimiseen. Siten opetus-oppimisprosessi laajentuu opetus-opiskelu-oppimisprosessiksi.

Vastakkain voidaan asettaa myös opetuksen tieteellinen määritelmä ja näkemys opetuksesta taiteena. Tieteellisen määritelmän mukaan opetus voidaan määritellä empiirisesti todennettujen, opettajan toiminnan seurauksia koskevien väitteiden avulla. Taidenäkökulma sen sijaan kyseenalaistaa opetuksen tieteellisen perustan ja empiirisen tutkimisen mahdollisuuden. Kärjistetyimmillään tämä voi johtaa myös opettajankoulutuksen mahdottomuuteen, jos opetus nähdään synnynnäisenä tai vaikeasti eksplikoitavissa olevana taitona. Nämä kaksi ääripäätä vaikuttavat olevan niin kaukana toisistaan, että edellä kuvattu-

jen jännitteiden tapaan niiden välille ei ole helposti löydettävissä sovittavia ratkaisuja.

Viimeisenä jännitteenä voidaan nostaa esiin opetuksen tutkimuksen eli didaktiikan ja oppimisen tutkimuksen välinen näkökulmaero. Opetuksen tutkimuksen piirissä opetusta on – edellä kuvatulla tavalla – määritelty sen eri ulottuvuuksia monipuolisesti painottaen. Oppimisen tutkimuksessa opetusta sen sijaan ei juurikaan määritellä. Opetuksen todetaan olevan oppimisen ohjaamista, tukemista ja edistämistä. Erityiset painotuksensa opetus saa käsillä olevan oppimiskäsityksen seurauksena.

Yhteenvetona suomalaisen didaktisen kirjallisuuden parissa ilmenneistä opetuksen käsitteen määrittelyistä voi todeta, että ne edustavat pitkälti intentionaalista opetuksen määritelmää. Opetukseen liitetään vahvasti tavoitteet ja niihin pyrkiminen. Useimmiten tavoitteena on yksilön tai oppilaan kokonaispersoonallisuuden kehittäminen ja puhutaan kasvatustavoitteista. Lisäksi tavoitteina mainitaan myös mm. sisällön oppiminen, kompetenssin saavuttaminen tai käyttäytymisen muutos. Opetusta yleensä luonnehditaan monin eri tavoin. Toisaalta opetus on toimintaa ja vuorovaikutusta, toisaalta olosuhteiden säätelyä. Opetus voidaan määritellä myös hyvin laajasti kokonaisuutena, opetustapahtumana tai prosessina, joka sisältää niin opettamisen, opiskelun kuin oppimisenkin. Opetus interaktion tai vuorovaikutuksena saa useita lisämäärittelyitä, kuten inhimillinen, sosiaalinen, pedagoginen tai tavoitteellinen vuorovaikutus.

Kaiken kaikkiaan opetus on tyypillinen kasvatustieteellinen ilmiö ja käsite siinä mielessä, että se on olemukseltaan monimuotoinen ja sitä voidaan määritellä monin eri tavoin. Smith (1987, s. 15) toteaa, että pedagogiikka tarvitsee kehittyessään tieteenä yhä enemmän termejä, joista ollaan universaalisti yhtä mieltä. Luotettavat päätelmät ovat mahdollisia vain silloin, kun käytetään yhtenäistä kieltä, ja tätä tarvitsee myös tehokas opetuksen käytäntö. Kansanen (2004, s. 108) peräänkuuluttaa opetuksen perustekijöiden määrittelyä, jotta opetuksesta voidaan muodostaa selkeä kokonaiskuva tai synteesi. Hän toteaa, että se, minkä käsitteiden kautta opetustapahtuma saa merkityksensä, ohjaa myös opetuksen tutkimusta. Kuten edeltä on käynyt ilmi, opetus on vahvasti kontekstisidonnainen käsite, ja opetuksen yhtenäisen teorian laatiminen on varsin kyseenalaista. Bengtsson (2001, s. 146) muistuttaakin, että kaikki määritelmät eivät sovi yhteen kaikkien teorioiden kanssa, kuten esimerkiksi intentionaalinen määritelmä, joka ei käy yksiin behaviorististen teorioiden kanssa. Hän toteaa, että jatkossa tutkimuksen tuleekin keskittyä ontologisten määritelmien teoreettisten löydösten tutkimiseen. Tämä tarkoittaa vastausten etsimistä seuraavanlaisiin kysymyksiin: Miten yksilöt ymmärretään opetuksellisessa suhteessa ja miten suhde heidän välillään ymmärretään? Mitä opetus-toiminta on, ja miten muut ihmiset sen ymmärtävät? Miten suhteet opetusta koskevan tiedon, opetusvälineiden ja opetussuunnitelman välillä ymmärretään? Miten opetuksen intentio toimii ja miten se ilmaistaan? Entä mitä tiedonkäsitystä käytetään?

## 3.2 Opetuksen olemus

Edellä esitetyt opetuksen käsitteen erilaiset määritelmät ilmentävät laajasti sitä ominaisuuksien, tekijöiden ja käsitteiden kirjoa, joiden avulla opetuksen luonnetta voidaan yleisesti kuvata. Tämän tutkimuksen piirissä opetusta tarkoituksemukaisella tavalla luonnehtivat piirteet kytkeytyvät pitkälti näemyksiin opetuksesta intentionaalisen toimintana, kuten myös Herbartin ajatuksiin kasvattavasta opetuksesta. Lähtökohtaisesti opetusta pyritään kuvaamaan yleisesti, sen perustekijöitä ja niiden välisiä suhteita selvittellen. Käsillä olevan tutkimuksen tausta-ajattelusta käsin opetuksen luonnetta kuvaavat erityisesti interaktio eli vuorovaikutus, intentionaalisuus eli tavoitteisuus sekä opetuksen kontekstisidonnaisuus. Perustekijöiden välisiä suhteita kuvaa puolestaan didaktinen kolmio kärkipisteineen ja niiden välisine yhteyksineen.

Seuraavassa tarkastelussa tukeudutaan pääosin Uljensin (1997) ja Kansanen (1999; 2003; 2004) sekä Kansanen ja Meren (1999) ajatuksiin, koska niiden nähdään edustavan luotettavalla tavalla opetuksen olemuksen ymmärtämistä suomalaisen opetuksen tutkimuksen ja kouluelämän kontekstissa. Seuraavat näkökohdat lähteistöineen luovat myös viime kädessä perustan tätä tutkimusta ohjaavalle esiymmärrykselle opetusta koskien.

### 3.2.1 Opetuksen ominaisluonne

#### *Vuorovaikutus*

Vuorovaikutus on opetuksen perustavaa laatua oleva ominaisuus. On hankalaa ajatella, että opetusta ilmenisi sellaisessa tilanteessa, jossa on läsnä vain yksi henkilö. Jotta toiminta voidaan määritellä opetuksiksi, tarvitaan siis vähintään kaksi henkilöä – hän, joka opettaa eli opettaja ja hän, jota opetetaan eli oppilas. Luonnollisesti opetustilanteessa on yleensä osallisena useampia oppilaita.

Kansanen (2004, s. 38) hiukan kritisoi termin ”vuorovaikutus” merkitystä. Hän toteaa, että se voidaan redusoida vaikutukseksi, jolloin vuorovaikutus on siis ”vaikuttamista vuoronperään”. Vaikutus sinällään sopii kasvatuksen piiriin, mutta termi ”vaikutusyritys” olisi hänen mukaansa sopivampi ilmaus. Vuorovaikutuksen sijaan Kansanen ehdottaa interaktiota, jonka perusta on ”aktio”, toiminta. Näin ollen interaktio viittaa ainakin kahden ihmisen väliseen toimintaan ja olisi siten Kansanen mukaan osuvampi termi opetuksesta puhuttaessa. Bengtsson (2001, s. 144) käyttää tässä yhteydessä termiä ”praktinen intersubjektiivisuus”. Hän toteaa, että opettaminen on aina välttämättä jonkin tekemistä, siis toimintaa. Ja jotta tämä toiminta voi olla opetusta, tarvitaan sen ilmenemiseen useampia henkilöitä. Intersubjektiivisuus on siis integroitunut ja erottamaton osa opetusta. Tässä tutkimuksessa päädytään lopulta käyttämään termiä ”vuorovaikutus” tarkoittaen vähintään kahden ihmisen välistä sosiaalista keskinäistoimintaa, jonka ytimen Kansaseen (2004, s. 37) viitaten muodostavat toiminta ja kommunikaatio.

Missä tahansa ihmisten välisessä kanssakäymisessä esiintyy vuorovaikutusta, mutta tässä yhteydessä se täsmennetään pedagogiseksi, jolloin siihen liittyy tiettyjä ominaisuuksia ja rajoitteita. Kansanen (1999, s. 82; 2003, s. 225) tarkentaa, että kaikkea opetukseen liittyvää yhteistoimintaa voidaan kutsua vuorovaikutukseksi, mutta kaikki vuorovaikutus ei ole pedagogista vuorovaikutusta. Hän toteaa, että kun opetus asetetaan johonkin instituutioon – tässä tapauksessa koulun piiriin – sitä määrittää opetussuunnitelma, joka antaa sisällön ja merkityksen myös opetukseen keskeisesti liittyvälle vuorovaikutukselle. Näin ollen juuri konteksti tekee vuorovaikutuksesta erityisesti pedagogista vuorovaikutusta, joka on luonteeltaan intentionaalista ja normatiivista.

Pedagogisella vuorovaikutuksella on tiettyjä ominaispiirteitä edellä mainittujen intentionaalisuuden ja normatiivisuuden lisäksi. Kansanen (1999, ss. 83–84; 2003, ss. 224–225; 2004, ss. 39–40) mukaan pedagoginen vuorovaikutus on demokraattista, mutta myös asymmetristä opettajan vastuusta ja auktoriteetista johtuen. Vaikka opettaja ja oppilas ovat opetustapahtumassa tasavertaisia, ja vaikka opettaja pyrkii toimimaan oppilaan parhaaksi, on heidän asemansa silti erilainen. Pitkäniemi (2009, ss. 269, 274) puolestaan toteaa, että kysymys opetuksen symmetrisyydestä on kompleksinen. Hänen näkemyksensä mukaan opettajan ja oppilaiden erilaisuus on juuri se seikka, joka oikeuttaa kasvatuksen ja opetuksen olemassa olon. Kuitenkin oppilaan asymmetrinen, opettajan tuesta riippuvainen asema on vain väliaikaista. Parhaimmillaan opetus on vuorovaikutukseltaan symmetrinen, opettajan ja oppilaiden yhteistyössä rakentuva prosessi, jossa opetussuunnitelman tavoitteet jaetaan kaikkien osallisten kesken, vaikka tietysti opettajalla viime kädessä onkin vastuu opetus-opiskelu-oppimisprosessin alkuun saattamisesta ja ohjaamisesta.

Kansanen (1999, s. 83; 2003, s. 225; 2004, s. 39) toteaa lisäksi, että pedagoginen vuorovaikutus opettajan ja oppilaiden välillä on usein välitöntä eli suoraa. Vuorovaikutus voidaan kuitenkin ymmärtää myös eri aikaan tai eri paikassa tapahtuvaksi välilliseksi eli epäsuoraksi vuorovaikutukseksi. Näin opetustapahtuma laajenee sisältämään myös opetuksen suunnittelun ja arvioinnin sekä esimerkiksi oppilaiden kotitehtävien tekemisen. Toisiaan seuraavat suunnittelun, toteutuksen ja arvioinnin vaiheet muodostavat kehän ja siten vuorovaikutusta voidaan luonnehtia myös jatkuvaksi.

Uljens (1997, ss. 79–80) muistuttaa, että myös vuorovaikutuksen luonne on oleellista pedagogisten tilanteiden sosiaalisen ilmapiirin kannalta. Hän toteaa, että vaikka vuorovaikutuksen luonnetta on hankala suunnitella etukäteen tai eksplisiittisesti arvioida, se on kuitenkin seikka, jonka oppilaat usein muistavat loppuelämänsä. Uljens viittaa van Manenin (1991) pedagogisen tahdikkuuden käsitteeseen, jonka avulla voidaan pohtia opettajan ja oppilaiden välisen vuorovaikutuksen eksistentiaalista ulottuvuutta. Pedagoginen tahdikkuus koostuu opettajan sensitiivisyydestä ja kunnioituksesta kasvavan lapsen persoonaa kohtaan sekä opettaja taidosta toimia niin, että tämä ei vahingoitu pedagogisen prosessin aikana tai sen seurauksena.

Käytännössä opettajan ja oppilaiden välinen vuorovaikutus ilmenee opetus- ja opiskelutoiminnan organisoitumisena erilaisiksi sisällön esittämisen, menetelmien ja sosiaalisen järjestyksen muodoiksi. Opettajan ammattitaitoon kuuluu järjestää opetus-opiskelu-oppimisprosessi tarkoituksenmukaisella tavalla. Kuten aiemmin luvussa 3.1 on tuotu esiin, Engeström, (1987, ss. 14–17, 120–123) analysoi opetustapahtumaa tai -tilannetta sekä sen ulkoiselta että sisäiseltä puolelta. Laadukkaan opetuksen aikaansaamiseksi on oleellista, että opettaja tunnistaa kunkin opetuksellisen vaiheen merkityksen koko prosessin kannalta. Tämän – opetuksen sisäisen puolen tarkastelun – hän näkee ensisijaisena opetus- ja sosiaalimuotoihin nähden, jotka ovat siis opetuksen ulkoisia, toiminnasta heti havaittavissa olevia tekijöitä.

Myös Kansanen (2004, ss. 32–33) ja Uljens (1997, ss. 71–73) tarkastelevat kyseistä aihepiiriä puhuen metodista tai menetelmästä. Kansanen mukaan opetusmetodi tarkoittaa sitä tapaa, jolla opettajan ja oppilaan välinen vuorovaikutus on järjestetty. Metodi voi olla hyvin laaja-alainen, jolloin sillä viitataan yhteiskunnan kehittämisen kasvatukseen, didaktiikan tai opetussuunnitelman keinoin. Samoin Uljens toteaa, että vaikka metodiikassa pohditaan, millaista toimintaa oppimisen tukemisessa tarvitaan, se ei kuitenkaan välttämättä tarkoita menetelmien ymmärtämistä pelkkinä tekniikkoina, vaan ne voivat – Deweyyn viitaten – kattaa myös tavoitteita sekä kasvatuksen ja opetuksen sisältöjä koskevat päätöksiä. Kansanen mukaan metodi määritellään tavallisesti suppeammin, ja sillä tarkoitetaan konkreettista opiskelun tapaa, jota esimerkiksi suomalaisissa didaktiikan oppikirjoissa kutsutaan opetusmenetelmäksi, opetusmuodoksi tai työtavaksi. Didaktisessa kirjallisuudessa esitetäänkin monenlaisia opetusmuotoja ja niiden luokittelujen perusteita (ks. Engeström, 1987; Lahdes, 1997; Koskenniemi & Hälinen, 1970; Usikylä & Atjonen, 2007). Opettajan ja oppilaiden välinen vuorovaikutus muotoutuu erilaiseksi opetusmuodosta riippuen, kuten myös opetustilan käyttö eli sosiaalimuoto, Kansanen lisää.

Lopulta Kansanen (2003, s. 227) toteaa, että ideaali vuorovaikutuksen muoto olisi tarkoituksenmukainen toiminta, joka tapahtuu yhdessä opettajan ja oppilaiden kesken, ja joka suuntautuu kohti opetussuunnitelmassa asettuja tavoitteita. Usein kuitenkin nämä opetustapahtuman osapuolet painottavat erilaisia näkökohtia. Tämä johdattaa pohtimaan toista opetukseen liittyvää ydinkäsitettä, tavoitteisuutta.

### *Tavoitteisuus*

Toinen opetuksen keskeisimmistä ominaisuuksista on tavoitteisuus. Opetus on intentionaalista ja tarkoituksellista toimintaa. Yrjönsuuri (1993, s. 26; ks. myös Yrjönsuuri, 1991) toteaa, että intentionaalisen toiminnan käsite on opetuksen yhteydessä välttämätön, koska opetuksessa tekoja ei tehdä sattumanvaraisesti, vaan niiden intentiot suuntautuvat oppimisen aikaansaamiseen. Uljensin (1997, s. 17) mukaan intentionaalisen kasvatuksen tulee olla normi



koulussa ja nostaakin intentionaalisuuden oman kouludidaktisen mallinsa keskeisimmäksi käsitteeksi (Uljens, 1997, ss. 61, 66).

Yrjönsuuri (1993, ss. 30–31) valottaa intentio-sanan alkuperää. Hänen mukaansa intentio on peräisin latinasta, ja se merkitsee tarkoitusta, pyrkimystä, aikomusta tai suuntautumista johonkin. Filosofiasa intentionaalisuus on yksi inhimillisen toiminnan tarkastelun keskeisimmistä käsitteistä. Yrjönsuuri kuitenkin toteaa, että opetusta tarkasteltaessa ei ole tarpeen etsiä intentionaalisuuden rajoja, vaan ymmärtää se toimintana, johon sisältyy tietty aikomus – oppimisen aikaansaaminen – joka siten erottaa opetuksen selvästi muusta intentionaalisesta toiminnasta. Myös Uljens (1997, ss. 59–60, 241) erottaa intentionaalisuuden pedagogisen tulkinnan sen fenomenologisesta tulkinnasta, jonka mukaan intentionaalisuus eli ihmismielen jatkuva suuntautuminen joltain kohti on tietoisuuden perustavanlaatuinen piirre.

Intentionaaliseen toimintaan kuuluu ajatus nykyhetkestä tulevaisuuteen. Uljens (1997, s. 24) toteaa Stenbäckin (1955) viitaten, että opetus tavoittelee aina jotakin, mikä ei ole läsnä. Opetuksessa yritetään tehdä todeksi jokin ideaali. Siten, se tietoisuuden piirre, että voidaan olla tietoisia jonkin ei-läsnäolevan mahdollisuudesta, on opetuksessa äärimmäisen tärkeää. Arvot, joita opettaja edustaa, ohjaavat Uljensin mukaan ratkaisevasti tätä intentionaalisuutta ja siten opettajalla on opetustapahtumassa aina tietty ajatus koskien oppilaan tulevaisuutta. (Ks. myös Yrjönsuuri, 1993, s. 31.)

Kuten pedagogisella vuorovaikutuksella, myös pedagogisella intentionaalisuudella on omat erityispiirteensä. Uljens (1997, ss. 24–25; 59–61) toteaa, että pedagoginen intentionaalisuus sisältää luonnollisesti ajatuksen toisen oppimisen auttamisesta, mutta tarkentaa vielä näkemystään. Hän viittaa jälleen Stenbäckin (1955) ja määrittelee, että ollakseen pedagogista, toiminnan täytyy olla intentionaalista eli tavoitteisiin suuntautunutta. Tavoitteilla on siis erityinen rooli. Pedagogiset intentiot ovat aina orientoituneet joihin sellaisista kohti, mitä pidetään pedagogisen prosessin kannalta merkityksellisenä. Opettajan pedagoginen intentionaalisuus viittaa niihin päätöksiin, joita opettaja tekee opetustapahtuman kulussa. Lisäksi pedagogisiin intentioihin liittyvät eettiset näkökohdat, kuten opettajan näkemykset kasvatuksesta ja tiedosta sekä hänen oikeuksista ja velvollisuuksistaan yksilöä ja yhteiskuntaa kohtaan. Koska opetus on tarkoituksellista toimintaa, on Uljensin mukaan myös syytä kysyä, missä määrin opettaja on tietoinen oman ajattelunsa ja tietoisuutensa sisällöstä. Tämä tietoisuus vaihtelee ihmisten kesken. Uljensin mukaan opettajan pedagogisessa intentionaalisuudessa on siis kaksi perustavaa laatua olevaa ominaispiirrettä – tarkoituksellisuuden laatu (*type of purposiveness*) ja tietoisuuden aste.

Kuten jo aiemmin on käynyt ilmi, Uljens (1997, ss. 40–41) tähdentää erityisesti oppilaiden intentionaalista toimintaa. Opiskelu on oppilaiden tietoista pyrkimistä jonkin heidän määrittelemänsä kompetenssin saavuttamiseksi. Opettajan pedagogisen intentionaalisuuden eettisen ulottuvuuden tulee siis sisältää myös oppilaiden oikeudet ja velvollisuudet. Hän toteaa, että pedagogisesta vuorovaikutuksesta puhuminen on mahdotonta, ellei ajatella, että ope-

tustapahtuman osapuolet – opettaja ja oppilaat – ovat intentionaalisia toimijoita. (Uljens, 1997, ss. 61, 66.)

Kansanen (2004, s. 91) puhuu intentionaalisuuden sijaan opetuksen tarkoitus- ja vaikutusluonteesta sekä tavoitteisuudesta. Hän toteaa, että kaikessa inhimillisessä toiminnassa on intentioita, mutta tavoitteiseksi opettajan toiminta kehittyi opetussuunnitelmassa ilmaistujen tavoitteiden sisäistämisen seurauksena. Kansanen ja Uusikylä (1981, s. 73) tarkentavat intentionaalisen ja tavoitteellisen toiminnan eroa toteamalla, että pedagoginen toiminta on intentionaalista aina silloin, kun opettajan intentiot perustuvat hänen omille tavoitteilleen. Jos opettajan intentiot perustuvat puolestaan ennalta määrättyille tavoitteille, ja opettaja on niistä tietoinen, voidaan puhua tavoitteellisesta pedagogisesta toiminnasta.

Tavoitteisuus viittaa siis opetuksen tarkoitusluonteeseen, joka saa merkityksensä toisaalta opetussuunnitelman kautta ja toisaalta osana opettajan ja oppilaiden ajattelua. Opettaja ja oppilaat tuovat kuitenkin mukanaan opetukseen myös omat henkilökohtaiset kokemuksensa. Keskeinen kysymys Kansanen mukaan onkin, miten opetussuunnitelman tavoitteina määritelty kasvatuksen tarkoitus integroidaan opettajan ja oppilaiden ajatteluun.

Opettajan työ on pedagogisen ajattelun näkökulmasta määriteltynä päätöksentekoa, kuten jo tämän tutkimuksen luvussa 1.3.3 on todettu. Opetustapahtuman kuluksi ilmenevien opettajan kannanottojen seurauksena hänen päätöksentekonsa muuttuu normatiiviseksi ja tämä johtaa Kansanen (2003, s. 226; 2004, ss. 45–52, 92–93) mukaan tarkastelemaan opettajan pedagogisen ajattelun arvotaustaa ja päätöksenteon luonnetta. Kansanen ajatus opettajan pedagogisesta ajattelusta eettisine ulottuvuuksineen tulee lähelle Uljensin (1997) ajatusta opettajan pedagogisesta intentionaalisuudesta ja sen ominaispiirteistä. Kansanen mukaan opettajan ajattelussa ilmenee kaksitahoinen arvo-problematiikka, joka liittyy siihen, mihin opetuksella pyritään vaikuttamaan: Toisaalta opetus perustuu velvollisuuseettisiin periaatteisiin eli vastuullisuuteen, mutta toisaalta myös seurauseettisiin periaatteisiin eli tuloksellisuuteen. Opettaja joutuu siis käytännössä tukeutumaan niin opetussuunnitelman velvoitteisiin kuin omaan kokemukseensa siitä, millainen toiminta johtaa oppimistuloksiin. Kun nämä näkökulmat yhdistetään, puhutaan Kansanen mukaan tavoitteisuudesta.

Tavoitteisuus ilmaisee, missä määrin opettaja on perehtynyt opetussuunnitelman arvotaustaan ja tavoitteisiin sekä kykenee ottamaan tämän päätöksenteossaan huomioon (ks. myös Kansanen & Uusikylä, 1981). Samoin kuin Uljens, Kansanen (2003, s. 226; 2004, ss. 92–93) toteaa, että opettajan tietoisuus opetuksen tavoitteista voi vaihdella paljon – täydellisestä teknikosta itsenäiseen päätöksentekijään. Hänen mukaansa opetussuunnitelman tavoitteiden tulee kuitenkin olla tiedostettu osa opettajan ajattelua ja toimintatapoja. Tavoitteisuus edellyttää opettajalta opetussuunnitelman tavoitteiden tuntemista, tavoitteiden hyväksymistä ja niiden mukaisen ajattelu- ja toimintatavan omaksumista sekä viimein tavoitteiden sisäistämistä osaksi omaa ajattelua.

Vaikka opetussuunnitelman ja oman ajattelun sulauttaminen yhdeksi kokonaisuudeksi voi Kansanen (2004; ss. 88–89, 93, 105) mukaan olla uhka opettajan autonomisuudelle ja vaikka hän kehottaa opettajia olemaan kriittisiä, on hänen ajattelunsa kulmakivi kuitenkin se, että opetussuunnitelman tulee olla opettajan työn lähtökohta. Kansanen näkee tässä opetussuunnitelman työn merkittävänä tekijänä. Nykyisin opettajat osallistuvat itse opetussuunnitelman laadintaan ja tulevat siten jo varhaisessa vaiheessa ottaneeksi kantaa sen sisältöön. Kansanen toteaa, että omiin perusteltuihin päätöksiin sitoutuminen on luonteeltaan aivan toisenlaista kuin ylhäältä annettujen, toisten tekemien ratkaisujen noudattaminen. Toisaalta opetussuunnitelma kirjoitetaan käytännössä varsin väljäksi ja siten se mahdollistaa myös väljän tulkinnan.

Kansanen (2003, ss. 226–227; 2004, ss. 99–102, 108–109) pohtii Uljensin (1997) tavoin myös oppilaan tavoitteisuutta. Hän toteaa, että oppilaan tavoitteista opiskelua koskee samat edellytykset kuin opettajankin toimintaa aina niiden tuntemisesta sisäistämiseen saakka. Lisäksi sekä opettajan että oppilaan tavoitteisuus tähtää samaan lopputulokseen, opetussuunnitelman tavoitteissa määriteltyyn osaamiseen. Kuitenkin opettajan ja oppilaan tavoitteisuus on lähtökohdiltaan ja luonteeltaan hyvin erilaista. Kansanen mukaan opettajan työtä ohjaa hänen ammatinvalintansa motivaatio ja oman työn arvostaminen. Oppilas sen sijaan on koulussa suorittamassa oppivelvollisuuttaan, eikä siis välttämättä aina omasta tahdostaan. Haasteena on saada oppilas – tavallisesti ulkoisen motivaation perusteella – suuntaamaan toimintaansa opetussuunnitelman tavoitteita kohti, ja vielä niin, että tällaisesta toiminnasta kehittyy oppilaan mielessä arvokasta juuri sen tavoitteiden vuoksi. Opettajan on siis suostuttelun ja motivoinnin keinoin vedottava oppilaan tahtoon, ja oppilaan on suostuttava omasta tahdostaan yhteistyöhön. (Ks. tarkemmin Byman & Kansanen, 2008a.)

Kansanen (2003, ss. 227–228; 2004, ss. 102–105) toteaa, että opetustapahtuman onnistumisen kannalta suotuisinta olisi yhteistavoitteisuus. Hän viittaa tässä yhteydessä me-intention -käsitteeseen (Hellgren, 1985), joka tarkoittaa sitä, että opettajalla ja oppilaalla on yhteiset, opetussuunnitelman kontekstissa määritellyt tavoitteet. Kansanen näkemyksen mukaan tämä lienee kuitenkin käytännössä ihanne enemmän kuin arkipäivän todellisuutta. Luokassa on aina useita oppilaita omine henkilökohtaisine päämäärineen, joiden yhteensovittaminen opetussuunnitelman tavoitteiden kanssa on haasteellista.

Uljens (1997, ss. 242–246) kritisoi tässä kohden Kansanen ajattelua. Hän nostaa esiin sitoutumisen ja vastuun ongelmat koskien opettajan ajattelua ja toimintaa. Ensinnäkin Uljens näkee realistisena sen vaihtoehdon, että opettajat eivät sisäistä opetussuunnitelman tavoitteita – deontologisessa eli velvollisuuseettisessä mielessä – siinä määrin kuin Kansanen edellyttää. Opettajat toimivat myös niiden omien henkilökohtaisten intentioidensa mukaisesti, joiden he ovat havainneet – teleologisessa eli seurauseettisessä mielessä – johtavan positiivisiin oppimistuloksiin. Toiseksi opettajan moraalinen velvollisuus on Uljensin näkemyksen mukaan huomioida opetussuunnitelman tavoitteiden lisäksi myös oppilaiden yksilölliset tarpeet ja mielenkiinnon kohteet toimin-

tansa lähtökohtana. Tästä seuraa, että opettaja, joka onnistuu tukemaan oppimista juuri niissä asioissa, joita oppilaat haluavat oppia, on menestynyt työssään tuloksellisesti. Uljens päätyykin määrittelee tavoitteisuuden opettajan intentionaalisenä toimintana, joka perustuu sekä opetussuunnitelman että opettajan henkilökohtaisille arvoille, kuin myös oppilaiden intentioneille.

### *Kontekstisidonnaisuus*

Opetuksen olemuksen kontekstisidonnaisuus on jo edellä tullut implisiittisesti esiin vuorovaikutuksen ja tavoitteisuuden ominaispiirteitä pohdittaessa. On kuitenkin syytä vielä tarkentaa muutamia erilaisia näkökulmia, joista käsin opetuksen kontekstin ja sen vaikutuksia voidaan ymmärtää.

Opetustapahtuma sijoittuu aina johonkin laajempaan kontekstiin. Kansanen (1999, s. 84; 2004, ss. 25, 33) toteaa, että opetus on yhteiskunnassa osa laajempaa kasvatuksen kenttää ja sen tarkoitus määritellään osana yhteiskunnan koulutusjärjestelmää. Hän jakaa opetuksen institutionaaliseen ja vapaa-muotoisen opetukseen ja toteaa niiden eroavan toisistaan siten, että yhteiskunta valvoo institutionaalista opetusta. Koulu on yhteiskunnan koulutusjärjestelmän keskeisin instituutio. Se on aina oman yhteiskuntansa koulutuspolitiikan mukainen ja sen tavoitteena on sivistää kansalaisiaan yhteiskunnan kehittämiseksi. Oleellista tässä on huomata, että kasvatuksesta ja opetuksesta puhuttaessa, jokaisessa yhteiskunnassa koulutusjärjestelmällä on sille ominaiset piirteet.

Vaikka opetusta voidaankin pitää yleisenä ilmiönä, koulussa tapahtuvan opetusprosessin kontekstin ymmärtäminen on Kansanen (2003, ss. 221–222) mukaan erityisen tärkeää. Opettajan ja oppilaiden vuorovaikutus muodostaa sosiaalisen kontekstin. Lisäksi voidaan määrittää psyykkinen ja fyysinen sekä ennen kaikkea pedagoginen konteksti. Pedagogisessa kontekstissa osalliset eivät voi toimia täysin vapaasti, sillä heidän toimintaansa suuntaavat tietyt tavoitteet. Pedagoginen konteksti on siten normatiivinen. Kansanen mukaan koululle on tunnusomaista suunnitelmallisuus ja sen myötä opetussuunnitelma, jossa esitetään opetuksen tarkoitus.

Kansanen (2004, ss. 26–27, 29–31) erittelee opetussuunnitelman sisältöä tarkemmin. Hän toteaa, että rationaalisesti ajateltuna opetuksen sisällöt johdetaan ja valitaan tavoitteista käsin. Opetusta ei kuitenkaan suunnitella puhtaalta pöydältä käsin. Yhteiskunnan instituutiona koulun odotetaan valitsevan opiskeltavat sisällöt vallitsevan kulttuurin käytäntöjen ja traditioiden pohjalta. Periaatteena Kansanen mukaan on, että opiskeltavaksi valitaan se osa kulttuuriperinnöstä, jonka katsotaan olevan kyllin arvokasta seuraavan sukupolven omaksuttavaksi ja edelleen kehitettäväksi. Opetussuunnitelmassa esitetään koulukasvatuksen tarkoitus tiivistettynä kasvatuspäämääränä, joka luonnehtii opetuksen kasvatusfilosofista yleislinjaa. Opetuksen tavoitteet tarkentuvat oppisisällöiksi, jotka esitetään tieteenaloista johdettuina perinteisesti oppiaineina sekä erilaisina aihekokonaisuuksina, joiden avulla pyritään sitomaan eri oppi-

aineita toisiinsa ja joiden ajatellaan toteutuvan usean aineen yhteydessä ns. läpäisyperiaatteella.

Opetussuunnitelman tavoitteet ja sisällöt eivät kuitenkaan ilmene pelkästään oppiaineina. Opetuksessa on paljon muutakin sisältöä, joka liittyy lähinnä yleistavoitteisiin. Yleistavoitteet – joihin Herbartin kasvattavan opetuksen käsite viittaa – kattavat Kansasen (2004, ss. 26–31) mukaan kaiken opetuksen. Ne koskevat jokaista oppilasta, ja jokainen opettaja on velvoitettu huomioimaan ne opetuksessaan oppiaineesta riippumatta. Koskenniemi ja Hälinen (1970, s. 101) toteavat opetuksen määritelmässään, että opetus sijoittuu ”koulun elämänpiiriin”. Kansanen (2004, s. 42) mainitsee, että elämänpiirikäsite tulee opetuksen määritelmään saksalaisesta reformipedagogiikasta ja sillä on läheinen yhteys fenomenologiseen suuntaukseen. Hän analysoi Koskenniemen ja Hälinen käyttämän termin sisältöä ja toteaa elämänpiiriin viittaavan siihen kokonaisuuteen, jonka kouluopiskelu ja koulumaailma muodostavat. Opetus ei siis rajoitu vain oppitunteihin ja oppiainesisältöihin, vaan se sisältää kaikki ne kokemukset, joita oppilaat kohtaavat koulussa mukaan lukien myös sosiaaliset suhteet ja oppilaiden oma kulttuuri. (Ks. myös Koskenniemi & Hälinen, 1970, ss. 85–90.)

Kuten edeltä on käynyt ilmi, Kansanen ajattelussa opetussuunnitelmalla on opetusta vahvasti määrittelevä merkitys. Opetussuunnitelma ilmaisee ne suuntaviivat, jonka mukaan koulu toimii. Kansanen (2003, s. 225) määrittelee opetussuunnitelman laajasti, jolloin sen sisältää kaikki koulun toiminnot. Opetussuunnitelmassa määritellään kasvatuksen arvot ja tavoitteet, ja opetustapahtuma organisoidaan siten, että nämä toteutuvat. Opettajan ja oppilaiden oletetaan sisäistävän opetussuunnitelman mukaisen ajattelutavan ja toimivan sen mukaisesti. Uljens (1997) puolestaan puhuu opetuksen kontekstista opetussuunnitelmaa laueammin. Hän tuo näkemyksiään esiin kehitlemäänsä kouludidaktisen mallin näkökulmasta, jonka keskiössä on pedagoginen toiminta. Uljensin mukaan virallinen opetussuunnitelma – kansallinen tai paikallinen – ovat vain yksi osa sitä historiallista, kulttuurista ja taloudellista ympäristöä, johon koulu sijoittuu, jossa opettaja ja oppilaat toimivat.

Uljens (1997, ss. 83–84) pohtii opetuksen kontekstia lähtökohtaisesti toisaalta oppilaan ja toisaalta opettajan näkökulmasta. Hän toteaa, että institutionaalisessa pedagogisessa prosessissa oppilas astuu ennalta suunniteltuun ja tavoitteeseen kontekstiin. Kuitenkin se konteksti, jonka oppilas kokee, ei välttämättä kohtaa kaikilta tätä muiden toimesta aiottua kontekstia. Tämä ajatus viittaa kirjoitetun ja koetun opetussuunnitelman käsitteisiin. Uljens määrittelee oppilaan opiskeluympäristöä rajaavina tekijöinä koulun omine organisatorisine ja kulttuurisine piirteineen sekä opettajan. Luokkahuone ja koulu ovat historiallisesti kehittyneitä ympäristöjä, jotka vaikuttavat oppilaiden mahdollisuuksiin osallistua erilaisiin pedagogisiin prosesseihin. Lisäksi oppilaiden kokemaan kontekstiin vaikuttaa heidän kotitaustansa sekä muut koulun ulkopuoliset tahot, kuten media sekä erilaiset harrastus- ja viiteryhmät. Uljens kuitenkin muistuttaa, että oppilaat eivät pelkästään ole opiskeluaan määrittävän kontekstin vaikutuksen alaisena, vaan he ovat myös itse sitä osaltaan raken-

tamassa. Oppilaat tuovat kouluun ja luokkaan mukanaan ympäröivää paikallista kulttuuria ja vaikuttavat myös koulun ja luokan historialliseen kehittämiseen.

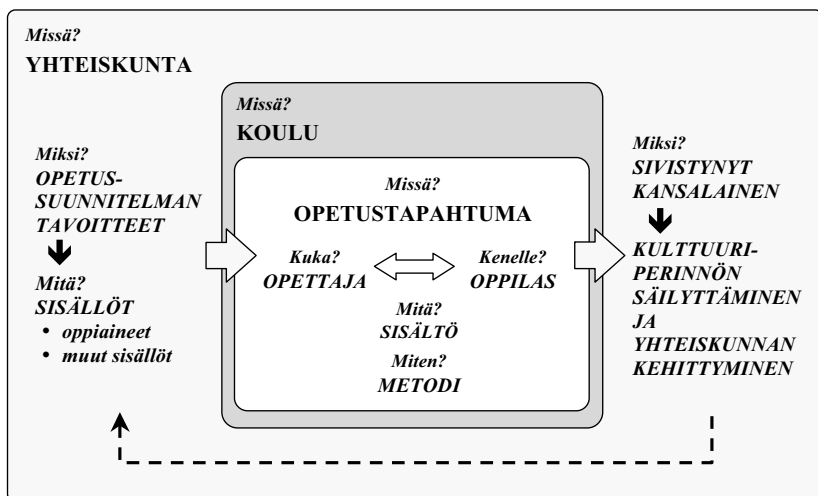
Opettajan konteksti on sen sijaan Uljensin (1997, ss. 83–86) mukaan hyvin toisenlainen kuin oppilaiden konteksti. Uljens jakaa opettajan pedagogisen toiminnan kontekstit opetussuunnitelmalliseen ja kulttuuriseen kontekstiin. Opetussuunnitelmallinen konteksti jakautuu edelleen eri tasoille – kansalliseksi, paikalliseksi ja koulun tasoksi, ja se viittaa formaaliin, muodolliseen toimintaan. Kulttuurinen konteksti sisältää Uljensin näkemyksen mukaan vain paikallisen kulttuurin ja viittaa näin ollen epäformaaliin, epämuodolliseen toimintaan. Tämä kahtiajako ilmentää jo aiemmin esille tullutta Uljensin näkemystä siitä, että opetussuunnitelma ei tosiasiassa ole niin vaikuttava tekijä opettajan työn ohjaajana kuin voitaisiin ajatella. Todennäköisempää on, että koulua ympäröivällä kulttuurilla on huomattavasti suurempi vaikutus opettajan toimintaan.

### 3.2.2 Opetuksen perustekijät

Edellä puhuttiin vuorovaikutuksesta tarkoittaen sillä lähinnä opetustapahtumassa ilmenevää opettajan ja oppilaiden välistä vuorovaikutusta. Kuitenkin Kansanen (2004, ss. 37, 39) määritelmän mukaan ajatusta vuorovaikutuksesta voidaan – ja tuleekin – laajentaa koskemaan koko opetus-opiskelu-oppimisprosessia ja siinä vaikuttavia tekijöitä. Opetustapahtuma on kokonaisuus, jossa kaikki sen perustekijät ovat jatkuvassa vuorovaikutuksessa keskenään. Pedagogiikkaa määritellessään, Kansanen toteaa, että pedagogiikalla on jokin sisältö, se sijoittuu johonkin kontekstiin, siihen liittyy ihmisiä, sillä on tietty tarkoitus ja se on tavallisesti opetussuunnitelman ohjaamaa. Kaikki nämä seikat muodostavat kokonaisuuden, jossa jokainen osa on tärkeä, ja jonka piirissä voidaan esittää kaikki mahdolliset kysymykset opetustapahtumaan liittyen. Myös Pitkäniemi (2009, ss. 263, 269, 274) laajentaa vuorovaikutuksen alaa ja toteaa, että opetuksen kokonaisuuteen vaikuttavat yhä enemmän opetuksen ulkopuoliset tekijät, kuten esimerkiksi oppilaiden vanhemmat, poliittiset seikat ja kasvatustieteellinen tutkimus. Näin ollen opettaja ei toisaalta ole yksin vastuussa opetuksen laadusta, mutta toisaalta opetuksen vastavuoroinen suhde ympäristöönsä tulee huomioida eikä opetusta voi enää toteuttaa vain omassa umpiossaan.

Opetusta kuvatessa sen luonteen keskeiset ominaisuudet tiivistetään usein tiettyjen peruskäsitteiden avulla. Nämä käsitteet voidaan esittää myös kysymysten muodossa, kuten Uljens (1997, ss. 23–24) ja Kansanen (2004, s. 25) tekevät. Uljens määrittelee yhdellä lauseella Heimanniin (1962) viitaten, että opetuksessa on aina joku (Kuka?), joka opettaa jollekulle toiselle (Kenelle?), jonkin oppisisällön (Mitä), jollain tavalla (Miten?), jonain ajankohtana (Milloin?), jossain paikassa (Missä?) ja jostain syystä (Miksi?), jotta jokin tavoite saavutettaisiin (Mikä?). Kansanen (2004, s. 25) toteaa, että ilmeisesti nämä käsitteet ovat niin yleisiä, että ne voidaan myös yleisesti hyväksyä.

Näitä peruskäsitteitä hyödynnetään myös tässä yhteydessä ja niiden avulla kootaan lukujen 3.1 ja 3.2.1 sisältämä kuvaus opetuksen käsitteen määrittelystä ja sen olemuksen luonnehtimisesta seuraavan kuvion 3.1 avulla.



Kuvio 3.1. Opetuksen perustekijät.

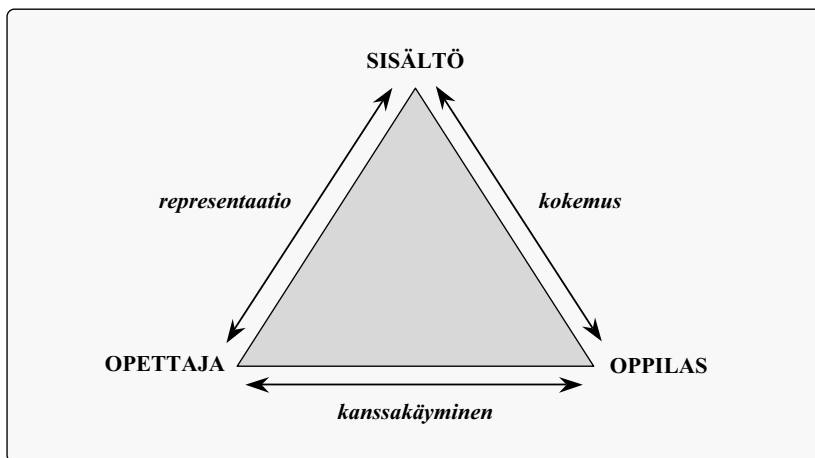
### 3.2.3 Didaktinen kolmio opetuksen perustekijöiden välisten suhteiden mallintajana

Edellä esitettyä opetuksen perustekijöiden joukkoa voidaan – opetuksen yleisen määritelmän hengessä sekä didaktisen tradition mukaan – pelkistää edelleen opetuksen vähimmäisehdoiksi, joita ovat opettaja, oppilas ja sisältö. Mikäli näistä jokin puuttuu, ei voida enää puhua opetuksesta. (Ks. Siljander, 2005, s. 52; Kansanen, 2004, ss. 70–71.)

Passmore (1980, s. 22) toteaa opetusta määritellessään, että opetus on kolmenvälinen suhde, jossa on opettava, opetettava sekä opetettava asia. Saksalaisperäisessä didaktiikassa opetuksen teoria ja tutkimus kiteytyy perinteisesti näiden kolmen tekijän ympärille. Hopmann ja Riquarts (1995, s. 3; 2000, ss. 4–5) selvittelevät opettajan, oppilaan ja sisällön suhteita Comeniuksen jo 1600-luvulla esittämiin ajatuksiin viitaten. Kaikessa opetuksessa on läsnä opiskeltava sisältö, joka on yhteydessä sen luonnollisiin ja yhteiskunnallisiin ilmenemismuotoihin. Opetus vaatii tietoa sisällön luonteesta, sen alkuperästä ja hyödyntämistavoista. Edelleen opetukseen kuuluu oppija, jolle kyseistä sisältöä tarjotaan. Opetuksen tehtävänä on huolehtia oppimisprosessista ja oppijan persoonallisesta kehittymisestä. Lopulta opettajan tehtävänä on ottaa vastuuta opetusprosessista. Opettaja toimii välittävänä ”siltana” oppijan ja sisällön välillä. (Ks. myös Künzli, 1998, ss. 35–36.) Siljander (2005, ss. 27, 51) puolestaan toteaa, että vaikka pedagogisen interaktion lähtökohtana on kasvattajan ja kasvatettavan välinen suhde, niin opetukseen liittyy olennaisesti idea

myös sisällöstä. Hän viittaa Herbartiin (1806), joka on määritellyt opetuksen ja kasvatuksen eroa opetuksen sisältötekijän nojalla: Opetus eroaa muista pedagogisen vaikuttamisen muodoista siten, että se edellyttää kasvattajan/opettajan ja kasvatettavan/oppijan väliseen suhteeseen kolmannen osapuolen eli opittavan asian, jonka kautta heidän välinen pedagoginen vuorovaikutus rakentuu.

Keskieurooppalaisessa ja skandinaavisessa didaktiikassa tällaiseen kolmiolaiseen käsitykseen opetuksesta viitataan usein didaktisella kolmiolla (ks. kuvio 3.2). Didaktinen kolmio on Künzlin (1998, ss. 35–36; 2000, ss. 48–49) mukaan yksi käyttökelpoisimmista saksalaisperäiselle didaktiikalle tunnunomaisista didaktisista malleista. Hän kuvailee didaktista kolmiota kaavamaiseksi esitykseksi, joka opetuksen keskeisten elementtien lisäksi on luonteeltaan myös selittävä ja luokitteleva kokonaisuus. Didaktisen kolmion kehittäjänä pidetään usein Johann Friedrich Herbartia, mutta mm. Künzli toteaa, että didaktisen kolmion alkuperä on lopulta tuntematon.



**Kuvio 3.2.** Didaktinen kolmio (Künzli, 1998; 2000).

Didaktinen kolmio muodostuu kolmen opetustapahtuman keskeisimpiä tekijöitä – opettajaa, oppilasta, sisältöä – edustavan kärkipisteensä kautta. Kansanen (2004, s. 70) toteaa, että oppilas kolmion kärkenä tuo tarkasteluun mukaan kasvun, kehityksen ja oppimisen sekä sosiaalisen toiminnan näkökulman. Opettaja edustaa opettajankoulutuksesta alkaen kaikkea opettajan ajatteluun ja toimintaan liittyvää. Sisällöllä puolestaan tarkoitetaan opetussuunnitelman aine- ja muuta sisältöä, mutta myös laajempaa opetuksen yhteiskunnallista kontekstia. Kukaan näistä tarkastelun lähtökohdista muodostaa myös oman tutkimusalueensa ja siten yhteydet didaktiikan lähitieteisiin.

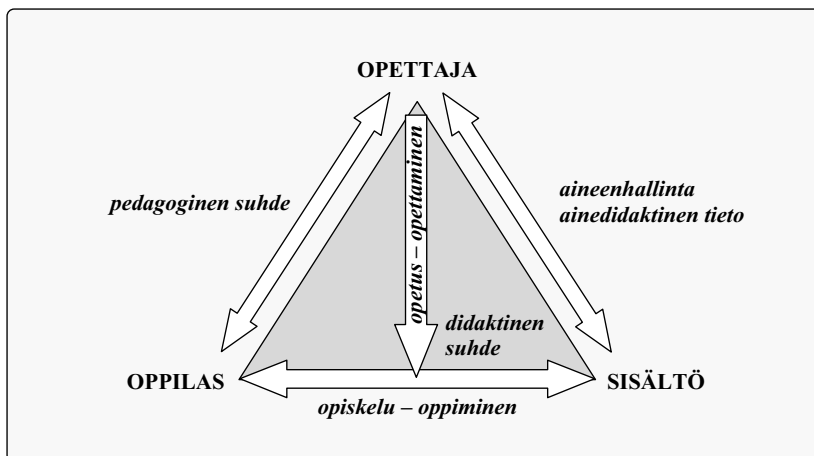
Didaktinen kolmio sisältää myös edellä kuvattujen opetustapahtuman keskeisten tekijöiden väliset suhteet (ks. kuvio 2.3). Künzlin (1998, ss. 34–39;



2000, ss. 48–52) mukaan näitä suhteita voi tulkita didaktiikan historiassa esiintyneiden erilaisten didaktiikan muunnelmien näkökulmasta, joista jokaisella on oma tapansa painottaa toisaalta opetuksen teoriaa ja toisaalta opetuskäytäntöä (ks. myös Kansanen, 2002). Ensinnä opettajan ja sisällön välinen, esittävä akseli (*representation axis*) voidaan tulkita joko opillisena (*doctrinal*), jolloin sisältöä pidetään ensisijaisena, tai autoritäärisenä (*magisterial*), jolloin opettajalla on valta sisältöön nähden. Künzli näkee sivistysteoreettisen tai henkityhteöllisen didaktiikan edustavan tätä didaktisen kolmion sisältämää näkökulmaa. Toiseksi oppilaan ja sisällön välinen, kokemuksen akseli (*experience*) saa joko objektiivisen (*objective*), toiminnan tavoitteita korostavan tai subjektiivisen (*subjective*), oppijaa ja oppimisen epämuodollisia puolia korostavan tulkinnan. Tämän näkökulman Künzli liittää oppimisteoreettiseen didaktiikkaan, joka nähdään pitkälti vastakohtana sivistysteoreettiselle didaktiikalle. Kolmas, opettajan ja oppilaan välille rakentuva, luokkahuoneen vuorovaikutukseen liittyvä akseli (*intercourse*) voidaan nähdä karismaattisena (*charismatic*), jolloin opettajan roolimallin asema on korostunut tai toisaalta demokraattisena (*democratic*), jolloin opettajan ja oppilaan välillä vallitseva asymmetrinen suhde muunnetaan kvasi-symmetriseksi suhteeksi. Tämä näkökulma on Künzlin mukaan merkittävä kommunikatiivisessa didaktiikassa.

Näin ollen didaktinen kolmio on hyvin käyttökelpoinen tapa ilmentää moniulotteista opetuksen kokonaisuutta havainnollisella tavalla ja monia erilaisia tulkintoja hyödyntäen. Kansanen (2004, ss. 70–71) muistuttaa, että didaktinen kolmio on luonnollisesti yksinkertaistus, mutta sen avulla voidaan tarkastella tiettyjä näkökohtia. Didaktisen kolmion hyödynnettävyyttä lisää se, että kaikki sen edustamat tekijät ovat samanarvoisia keskenään. Kolmiota voidaan pyörittää kärkipisteineen ja niiden välisine suhteineen miten päin tahansa, ja fokusoida yksityiskohtaisempi tarkastelu tiettyyn opetuksen osa-alueeseen tarpeen mukaan. Vaikka opetustapahtuman kannalta merkittävää on se, miten didaktinen kolmio tekijöidensä muodostamana kokonaisuutena toimii, käytännöllisistä syistä sitä tarkastellaan kirjallisuudessa kuitenkin usein pareittain. Näin tehdään tässäkin yhteydessä.

Seuraavassa tarkastelussa pitäydytään pitkälti didaktisen kolmion skandinavisissa, erityisesti suomalaisissa tulkinnoissa (ks. kuvio 3.3) erotuksena edellä esitetystä vahvasti saksalaisperäisestä tavasta tarkastella opetuksen perustekijöiden välisiä suhteita (ks. Künzli, 1998; 2000). Tämän, käsillä olevan tutkimuksen näkökulma huomioiden didaktinen kolmio esitetään edellä kuvastusta poiketen siten, että opettaja sijoitetaan kolmiossa ylimmäksi.



**Kuvio 3.3.** Didaktinen kolmio (Kansanen & Meri, 1999; Kansanen 2003; 2004).

### *Oppilas – sisältö – opiskelu ja oppiminen*

Opetustapahtuman ensisijaisena tarkoituksena on pyrkiä kohti opetussuunnitelmassa esitettyjä tavoitteita. Tämä on sekä opettajan että oppilaan päämäärä ja siten opetustapahtuman ymmärtämisen avain. Näin ollen aloitetaan opetustapahtuman keskeisten tekijöiden suhteiden tarkastelu oppilaan ja sisällön välisestä suhteesta. Kansanen (2003, s. 230; 2004, s. 72) toteaa – liittyen edellä jo useampaan kertaan todettuun faktaan siitä, että opetus ei itsessään välttämättä johda oppimiseen – että oppilaan tehtävänä on opiskeleminen (ks. myös Uljens, 1997, ss. 34–41). Opiskeleminen on oppilaan aktiivista, tietoista ja tavoitteista toimintaa, joka voidaan sisäisiä ajatteluprosesseja lukuun ottamatta pitkälti havaita opetustapahtuman kuluksa. Oppiminen puolestaan on Kansanen ja myös Uljensin (1997, ss. 36–38) mukaan opiskelusta mahdollisesti seuraava tulos. Oppiminen on luonteeltaan passiivista ja usein tiedostamatonta ja se tapahtuu oppilaan mielessä, jolloin sitä ei voida ulkoisesti havaita. Toisin sanoen, oppilaan ja sisällön välinen suhde ilmenee havaittavissa olevana opiskeluna ja piilevänä oppimisena. Tämä näkemys korostaa, opettajan toiminnan sijaan, oppilaan oman toiminnan keskeistä merkitystä oppimisen aikaansaamisessa. (Ks. myös Kansanen & Meri, 1999, s. 113.)

### *Opettaja – sisältö – aineenhallinta ja ainedidaktinen tieto*

Myös opettajalla on suhde sisältöön. Opettajan näkökulmasta tarkasteltuna sisältö ei kuitenkaan tarkoita vain opetussuunnitelmassa määriteltyä sisältöä, kuten oppilaiden kohdalla. Sisältö viittaa myös didaktiikkaan. Kansanen (2004, s. 73) mukaan saksalaisperäisen tradition mukaan puhutaan ainedidaktisesta sisällöstä (ks. tarkemmin luku 4.1) ja anglosaksisella kielialueella käytetään Shulmanin (1987) lanseeraamaa käsitettä pedagoginen sisältötieto (*pe-*

*dagogical content knowledge*). Opettajan ja sisällön välisessä suhteessa on Kansasen mukaan kyse siis opettajan asiantuntemuksesta niin sisällöllisesti kuin opetuksellisesti. Kansanen ja Meri (1999, s. 113) toteavat, että opettajalla tulee olla riittävästi monipuolista sisältötietoa sekä pedagogista kompetenssia.

### *Opettaja – oppilas – pedagoginen suhde*

Opetustapahtumassa opettajalla on oppilaaseen kaksi erilaista suhdetta: pedagoginen ja didaktinen. Pedagoginen suhde on opettajan ja oppilaan välillä valitseva henkilösuhde, kun taas didaktinen suhde merkitsee opettajan suhdetta oppilaan toimintaan eli opiskeluun.

Pedagogisella suhteella tarkoitetaan Kansasen (2004, s. 75) mukaan, sitä inhimillistä vuorovaikutusta, joka ilmenee opetustapahtumassa opettajan ja hänen oppilaidensa välillä. Hän erottaa pedagogisen suhteen tarkastelussa aikuiskasvatuksen näkökulman ja keskittyy itse pohtimaan erityisesti aikuisen ja lapsen – kasvattajan ja kasvatettavan – välistä suhdetta, jolle ominaista on asymmetria (ks. myös Kansanen & Meri, 1999, s. 112). Asymmetria ei Kansasen mukaan ole uhka tasa-arvoisuudelle, vaan se viittaa opettajan ja oppilaiden erilaiseen asemaan pedagogisessa vuorovaikutuksessa: Opettaja on täysivaltainen, kypsä aikuinen, ja hänen asemansa opettajana edellyttää asiantuntemusta sisällön ja opetuksen suhteen, kuten opettajan ja sisällön välistä suhdetta pohtiessa juuri todettiin. Oppilas puolestaan on lapsi, joka on epäkypsä suhteessa täysivaltaisuuteen ja kasvuun, ja hänen asemansa oppilaana velvoittaa pyrkimystä opiskeltavan sisällön hallintaan.

Pedagogisen suhteen käsitteen on tiettävästi ottanut ensimmäisenä käyttöön Herman Nohl 1920-luvulla. Myöhemmin kyseisen käsitteen merkitystä on laajennettu, ja siitä on tullut hermeneutiikan ja henkítieteellisen pedagogiikan peruskäsite. Mannereurooppalaisessa kasvatustieteellisessä kirjallisuudessa pedagogisella suhteella on merkittävä historia ja sitä käsitteleviä erittelyitä on runsaasti. (Siljander, 2005, ss. 76–77; van Manen, 1994, ss. 142–143.)

Van Manen (1994, ss. 142–145) kuvaa pedagogisen suhteen luonnetta Nohlin (1982) sanoin. Nohl toteaa, että pedagoginen suhde on intensiivisesti koettu suhde, jolla on kolme ominaisuutta:

1. *Pedagoginen suhde on omakohtainen ja persoonallinen. Se syntyy spontaanisti aikuisen ja lapsen välillä eikä sitä voi hallita tai harjoitella. Sitä ei voi myöskään pelkistää miksikään muuksi inhimillisen vuorovaikutuksen muodoksi.*
2. *Pedagoginen suhde on intentionaalinen suhde, jossa opettajan intentio on kaksisuuntainen: Lapsesta välittäminen sellaisena kuin hän on ja lapsesta välittämisen suhteessa siihen, millainen hänestä voi tulla.*
3. *Pedagogisessa suhteessa kasvattajan tulee koko ajan tulkita ja ymmärtää käsillä olevaa tilannetta ja lapsen kokemuksia siitä sekä ennakoida niitä hetkiä, jolloin lapsi voi ottaa itsenäisemmin vastuuta omasta osallistumisestaan.*

Nohl (1982) tuo esiin pedagogisen suhteen merkitystä myös oppilaan näkökulmasta. Hänen mukaansa pedagoginen suhde on oppilaalle enemmän kuin vain keino hankkia koulutus ja kasvaa aikuiseksi. Se on merkittävä elämänkokemus, osa elämää. Van Manen (1994, s. 144) toteaa Nohliin (1982) ja Bolnowiin (1988) viitaten, että pedagoginen suhde edellyttää jotain myös oppilaalta. Oppilaan tulee suhtautua myönteisesti opettajan intention ohjata hänen kasvua ja kehitystään. Oppilaalta odotetaan omistautumista, avoimuutta ja luottamusta häntä ohjaavaa opettajaa kohtaa.

Kansanen (2003, s. 229; 2004, s. 76; ks. myös Kansanen & Meri, 1999, s. 112) viittaa pitkälti Klafkiin (1970) ja luonnehtii pedagogista suhdetta kuuden eri näkökohdan kautta:

1. *Pedagoginen suhde on nuoren ihmisen kannalta välttämätön ja se tähtää hänen parhaaseensa. Formaalisia kasvatusjärjestelmässä tämä ”lapsen paras” määrittyy yhteiskunnan arvojen mukaisesti opetussuunnitelmassa.*
2. *Pedagoginen suhde ilmenee aina omassa historiallisessa kontekstissään ja on siten riippuvainen aikansa mukaisista ajattelu- ja toimintatavoista. Yhteiskunnan kehityksen myötä myös kasvatuskysymyksiä tulee pohtia uudelleen.*
3. *Pedagoginen suhde on luonteeltaan vuorovaikutusta ja keskinäistoimintaa. Aikuiselta odotetaan pyyteetöntä suhtautumista ja lapselta puolestaan luottamusta ja tukeutumista aikuiseen.*
4. *Lasta ei voi pakottaa pedagogiseen suhteeseen. Usein lapsi haluaa opiskella ja oppia uutta. Opettajan motivointi ja suostuttelu edesauttavat tätä opiskelun suunnittamista. Parhaimmillaan pedagoginen suhde on ilmapiiriltään myönteinen ja perustuu vapaaehtoisuuteen.*
5. *Pedagoginen suhde on väliaikainen, mutta kuitenkin niin pysyvä suhde, että se mahdollistaa lapsen kehittymisen itsenäiseksi ja täysivaltaiseksi persoonaksi. Pedagoginen suhde tähtää siis itsensä tarpeettomaksi tekemiseen, joka opettajan kohdalla merkitsee onnistumista työssään niin, ettei häntä enää tarvita.*
6. *Pedagoginen suhde on tulevaisuuteen suuntautunutta, vaikka opettaja kiinnittääkin huomiota oppilaan tämänhetkiseen opiskeluun. Tämä vaatii opettajalta uskoa oppilaan kykyihin, taipumuksiin ja mahdollisuuksiin.*

### ***Opettaja – opiskelu ja oppiminen – didaktinen suhde***

Pedagoginen suhde asettuu koulussa aina opetussuunnitelman kontekstiin ja tätä kautta määrittyy toinen opettajan ja oppilaan välillä vallitseva suhde. Kun didaktisessa kolmiossa painotetaan oppilaan ja sisällön välistä suhdetta, voidaan Kansanen ja Meren (1999, ss. 113–114; ks. myös Kansanen 2003, ss. 230–231) mukaan puhua didaktisesta suhteesta, jonka avulla opettaja säätelee oppilaan opetussuunnitelmassa esitettyjen sisältöjen opiskelua.

Didaktista suhdetta eritellessään Kansanen ja Meri (1999, s. 113) toteavat, että perinteisesti didaktisen kolmion sisältöaspekti on ymmärretty oppiaineista johdettuina sisältöinä, jotka liittyvät pikemminkin opetussuunnitelmallisiin kuin pedagogisiin kysymyksiin. He pohtivat sisältöä kuitenkin oppiainesta kokonaisvaltaisemmin, ainedidaktiikan näkökulmaa korostaen. Tämä on oleellista käsillä olevan tutkimuksen kannalta. Ainedidaktisesta näkökulmasta

tarkasteltuna opettajan aineenhallinta ja pedagogiset taidot lähenevät ja edellyttävät toisiaan, ja siten oppilaan suhde sisältöön nousee didaktiikan keskiöön pelkän sisältöaspektin sijaan (ks. myös Harjunen, 2002, s. 110).

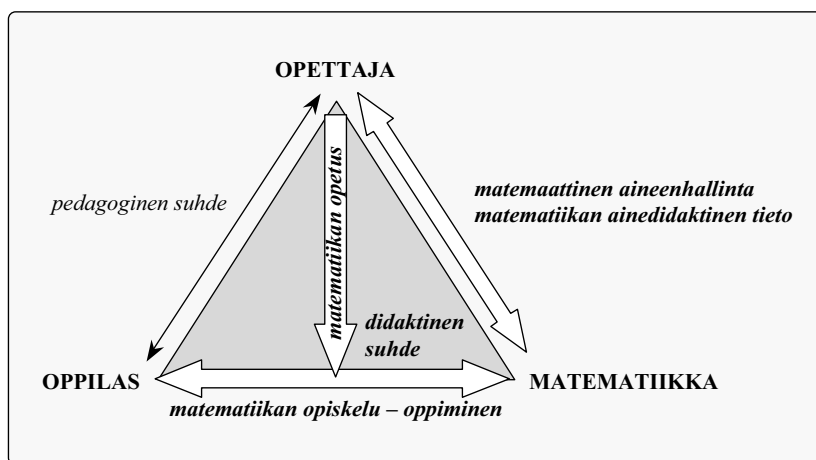
Kuten edellä todettiin, opetustapahtuman tarkoituksen kannalta merkityksellistä on oppilaan ja opiskeltavan sisällön kohtaaminen. Koulussa oppilas opiskelee pedagogisessa suhteessa eli erityisessä henkilösuhteessa opettajaansa. Kun opettaja ryhtyy ohjaamaan tätä oppilaiden toimintaa opetussuunnitelman tavoitteiden ja omien pedagogisten taitojensa mukaisesti, syntyy uusi suhde – didaktinen suhde. Kansanen (2003, ss. 230–231; 2004, ss. 80–81) korostaa, että oleellista tässä on huomata se, että didaktinen suhde merkitsee suhdetta toiseen suhteeseen: Ensinnäkin on olemassa oppilaan ja opiskeltavan sisällön välinen suhde, joka ilmenee pääosin havaittavana opiskeluna ja piilevänä oppimisena. Toiseksi opettajalla on suhde oppilaan ja opiskeltavan sisällön väliseen suhteeseen ja sitä kautta myös oppimiseen. (Ks. myös Kansanen & Meri, 1999, ss. 113–114.)

Kansanen (2003, ss. 230–231) painottaa didaktisen suhteen merkitystä opetustapahtumassa. Hän toteaa, että huomion kiinnittäminen sisältöön tekee opettajasta asiantuntijan, kun taas keskittyminen oppilaaseen tekee opettajasta pedagogisesta suhteesta huolenpitäjän. Opettajan ammatin ydin didaktisessa mielessä on kuitenkin oppilaan ja sisällön välisen suhteen eli opiskelun ohjaaminen, koska koko opetus-opiskelu-oppimisprosessi tähtää lopulta opetussuunnitelmassa esitettyjen tavoitteiden saavuttamiseen. Opettajan työn kuvaaminen didaktisen suhteen avulla johtaa Kansanen mukaan muutamiin välittömiin havaintoihin didaktisen suhteen ominaisuuksista. On vaikea ajatella, että didaktinen suhde olisi mahdollista järjestää universaalisti samalla tavalla, samoja teknisiä ohjeita mukailevaksi. Jokaisen opettajan oletetaan ajattelevan ja päättävän itse, miten ohjaa oppilaiden opiskelua. Olettamuksesta seuraa, että jokaisella opettajalla on oma persoonallinen didaktiikkansa. Tämä ajatus tulee lähelle Elbazin (1983) opettajan praktisen teorian, kuin myös Kansanen (1999; ks. myös Kansanen ym. 2000) opettajan pedagogisen ajattelun käsitteitä. (Ks. myös Kansanen & Meri 1999, s. 114.)

Didaktista kolmiota on hyödynnetty ja sovellettu monissa eri yhteyksissä, kuten esimerkiksi opettajan pedagogista auktoriteettia (Harjunen, 2002), hiljaista tietämistä (Toom, 2006) tai identiteettiä (Stenberg, 2011) tutkittaessa. Kansanen (2004, s. 71) luettelee lisäksi muutamia muita vanhempia tutkimuksia (Paschen, 1979; Diederich, 1988; Künzli, 1998; Westbury, 1998). Kuitenkin didaktista kolmiota on sen käyttökelpoisuudesta huolimatta myös kritisoitu. Uljens (1997, ss. 15–16, 84) toteaa, että didaktinen kolmio ei eksplisiittisesti huomioi opetuksen kontekstisidonnaisuutta eikä sen intentionaalista luonnetta. Myös Klingberg (1995) on kiinnittänyt huomiota opetuksen yhteiskunnallisen kytköksen puuttumiseen ja laajentaa didaktisen kolmion neljän tekijän muodostamaksi kokonaisuudeksi (Kansanen, 2004, s. 71). Kansanen (2003, s. 231; 2004, s. 71) kuitenkin puolustaa kolmiota ja esittää kritiikkinä tällaista laajennusta kohtaan huomion, että opetuksen laajempi konteksti on automaattisesti mukana opetuksen sisällön kautta.

## 4 Matematiikan opetus – ainedidaktinen näkökulma

Oman lisänsä opetuksen olemuksen tarkasteluun tuo sen sijoittaminen matematiikan kontekstiin. Tämän tutkimuksen paradigmaattisia taustaolettamuksia pohdittaessa on tapaustutkimuksen hengessä tarkasteltu erityisesti juuri tätä matematiikan kontekstia. Johdantoluvussa tuotiin esiin matematiikan tiedonluonnetta niin tieteenalana kuin oppiaineenakin (ks. luku 1.3.4). Seuraavaksi tarkastelun näkökulmana on matemaattisen tiedon sijaan matematiikan opetuksen ja siten myös opiskelun luonne erityisesti koulun ja opetussuunnitelman piirissä. Tarkastelu alkaa ainedidaktiikan käsitteen määrittelyllä ja jatkuu selvittellen opettajan aineenhallinnallisia ja ainedidaktisia tietoja ja taitoja. Didaktisen kolmion sisältämiä käsitteitä käyttäen kyse on ensinnä opettajan ja sisällön välisen suhteesta ja toiseksi didaktisesta suhteesta eli opettajan suhteesta oppilaiden opiskeluun (ks. kuvio 4.1).



**Kuvio 4.1.** Didaktisen kolmion painottuminen matematiikan opetuksen näkökulmasta tarkasteltuna.

### 4.1 Ainedidaktiikan käsitteen määrittelyä

Tämän tutkimuksen kannalta on oleellista tarkastella myös ainedidaktiikan käsitettä, koska tutkimus kohdistuu erityisesti matematiikan opetuksessa ilmenevään opettajan ajatteluun ja toimintaan.

Opetuksen määritelmä edellyttää perustekijänään sisältöä, ja jotta opetus toteutuu eettisesti ja moraalisesti kestäväällä tavalla, on myös sisällön laatu määriteltävä. Kansanen (1987, ss. 9–12) toteaa, että opetuksen määritelmässä on välttämätöntä ottaa kantaa opetuksen sisältöön. Se ei voi olla sisällötön eikä sisältöneutraali. Teoriassa kannanotto sisältöihin tapahtuu opetussuunnitelman tavoitteenasettelussa. Ainedidaktiikassa ja siihen liittyvässä tutkimuk-

sessä opetuksen sisällöllä on ominaisesti ensisijainen asema. Kouluopetuksen oppiaineet palautuvat perinteisesti vastaaviin tieteenaloihinsa ja siten oppisisältöihin kuuluu myös kullekin tieteenalalle tyypillinen metodologia. Kansanen (1992, s. 27; 1987, s. 12) toteaa, että tästä syystä didaktinen näkökulma opetuksen piirissä on usein juuri ainedidaktinen. Sisältöperäisyys on siis ainedidaktiikan yksi omalaatuisimpia piirteitä.

Kansanen (2004, ss. 71–73; 2009a, ss. 31–32) määrittelee ainedidaktiikan olevan sitä opettajan asiantuntemusta, jota hän tarvitsee oppisisältöjä opettaessaan. Hän havainnollistaa ainedidaktista asiantuntemusta kasvatustieteen ja opetettavan aineen välisenä leikkauksena. (Ks. myös Kansanen, 2008a; Kansanen & Meri, 1999.) Ainedidaktisen ajattelun taustalla vaikuttaa näkemys siitä, että eri tieteenalojen ja niistä johdettujen oppiaineiden välillä on eroja, jotka vaikuttavat myös niiden opettamiseen ja opiskeluun. Yleisien opetusta ja opiskelua koskevien näkökohtien lisäksi oppiaineiden erityispiirteet johtavat pedagogisiin päätöksiin, jotka ovat luonteeltaan ainedidaktisia. Ainedidaktiikan keskeinen kysymys onkin Kansanen (2009a, s. 31) mukaan, miten oppiaines tai sisältö yhdistetään yleisdidaktiikkaan siten, että saavutetaan optimaalinen tapa opettaa ja opiskella jokin tietty asia.

Oleellista ainedidaktiikan määritelmässä Kansanen (2009a, ss. 31–32) mukaan on se, että kumpikin osapuoli – yleinen didaktinen näkökulma sekä ainedidaktiikka – ovat yhtälailla edustettuina. Opettaja tarvitsee työssään molempien tieteenalojen asiantuntijuutta. Myös Meri (2002, ss. 176–178) pohtii kyseiseen ainedidaktiikan määritelmään viitaten opettajalta vaadittavaa ammattitaitoa. Erityisen tärkeää on Meren mukaan tunnistaa kehitysvaiheiltaan ja kyvyiltään erilaiset oppilaat opetustapahtuman kulussa. Yleisdidaktiikka tarjoaa opettajalle teoreettisia ja käytännöllisiä perusteita opetuksen toteuttamiseen institutionaalisessa kasvatuksen piirissä.

Ainedidaktiikan tarpeellisuutta perustellaan puolestaan usein sillä, ettei yleinen didaktiikka yksin anna riittäviä valmiuksia erilaisten oppiaineiden opettamiseen. Kunkin taustatieteestään johdetun oppiaineen epistemologinen luonne määrittelee osaltaan opetuksen tavoitteita, tarkoitusta ja hyödynnettyjä keinoja. Meri (2002, ss. 176–178) toteaa, että opettajan tulee hallita oppiaineen sisällöt, mutta myös kyseisen tieteenalan tietoteoreettinen ominaisluonne ja rakenne. Riittävän selkeä ja monipuolinen näkemys kunkin tieteenalan tavasta tarkastella maailmaan mahdollistavat sen, että opettaja pystyy valikoimaan kouluopetuksen oppisisältöjä ja perustelemaan mitä, miksi ja miten hän opettaa. Tiedonalojen tuntemuksen myötä opettaja kykenee erottamaan opettettavan aiheen kannalta olennaiset seikat sekä hyödyntämään kullekin tieteenalalle ominaisia tiedonhankinnan menetelmiä ja siten kehittämään oppilaiden ajattelukykyä ja maailmankuvaa. Kansanen (1992, s. 32) viittaa edelleen Köhnleiniin (1990), joka täsmentää, että ainedidaktiikka ei ole alisteisessa suhteessa kasvatustieteeseen eikä ainetieteeseen, vaan sillä on oma tiedonintressinsä. Ainedidaktiikkaa ei voi myöskään redusoida kumpaankaan niistä. Ainedidaktiikan velvollisuutena on huomioida oppiaineen logiikka, opetuksen yleistavoitteet sekä opetustapahtumaan osallistuvat henkilöt.

Edellä kuvatun perusteella opettaja siis tarvitsee sekä yleisdidaktista että ainedidaktista ammattitaitoa – yksinään kumpikaan niistä ei ole riittävää tarkoituksenmukaisen opetuksen ja opiskelun takaamiseksi. Yleisdidaktiikan ja ainedidaktiikan välinen suhde tulisikin siis nähdä vastavuoroisena eikä hierarkkisenä tai jopa vastakkaisena, vaikka ainesisällön ja pedagogisen tietämyksen välillä onkin Kansanen (2009b, s. 15) mukaan ilmennyt tietty jännite (ks. tarkemmin Kansanen & Meri, 1999, ss. 109–119; Meri, 2002, ss. 175–176).

Saksalaisperäisessä didaktikassa ainedidaktiikalla – *Fachdidaktik* – on tunnustettu asema. Sisältö on yksi opetuksen olemassa olon kannalta välttämättömistä perustekijöistä, ja Künzlin (1998, ss. 39–41; 2000, s. 43) mukaan didaktisessa tutkimustraditiossa sisällöllä on aina ollut tärkeä rooli, vaikka se on ollut myös kiistanalainen keskustelunaihe. Sisältö on ollut myös lähtökohdana didaktisia malleja ja tutkimusongelmia kehiteltäessä (ks. Kansanen, 2009a, ss. 31, 36–37; 1992, ss. 27–28). Klafkin (1958) didaktinen analyysi on tästä yksi esimerkki (ks. Klafki, 1995; 2000). Näin ollen ainedidaktisen tutkimuksen vahvuus on ilmeistä – samoin kuin se, että opetussuunnitelman sisältö on aina ollut osa saksalaista didaktista tutkimusta.

Asia on kuitenkin toisin angloamerikkalaisen tutkimustradition piirissä – ainakin Shulmanin (1986a; 1986b; 1987) julkaisemien artikkeleiden mukaan. Shulman analysoi opetuksen tutkimuksen alalla vaikuttaneita paradigmoja ja toteaa, että opetuksen sisältö on niiden valossa harvoin tutkittu aihe – ”*missing paradigm*” (Shulman, 1986b, ss. 7–8). Opetuksen sisältöä pohtiessaan Shulman (1987, s. 8) nostaa erityisen mielenkiintonsa kohteeksi pedagogisen sisältötiedon (*pedagogical content knowledge*). Hän määrittelee pedagogisen sisältötiedon erityiseksi opettajan ammattitaidolle ominaiseksi tiedoksi, jossa sisältö ja pedagogiikka yhdistyvät ymmärrykseksi siitä, miten tietty oppisisältö tulee organisoida, havainnollistaa ja mukauttaa oppilaiden erilaisten intressien ja kykyjen suunnassa ja siten opettaa tarkoituksenmukaisella tavalla. Pedagoginen sisältötieto on Shulmanin mukaan sellaista tietoa, joka erottaa opettajan pedagogina sisällön asiantuntijasta. Kansanen (2009a, ss. 33–34) toteaa, että opetuksen sisällön huomioiminen ei ollut kuitenkaan uusi kysymys eurooppalaisille, saksalaisperäisen didaktiikan tutkijoille, kuten jo edeltä kävi ilmi (ks. esim. Gudmundsdottir & Granqvist, 1992; Hoppman & Riquarts, 1995; Hoppman & Gundem, 1998; Slåtten, 1998).

Pedagogisen sisältötiedon ja ainedidaktiikan samankaltaisuus on ilmeistä, mutta angloamerikkalaisessa kirjallisuudessa pitäydytään silti vahvasti Shulmanin (1986b; 1987) pedagogisen sisältötiedon käsitteessä, ja viittauksia ainedidaktiikan käsitteeseen tai saksalaiseen termiin ”*Fachdidaktik*” on vain vähän. Kansanen (2009a; 2009b; 2008a) analysoi omasta skandinaavisesta näkökulmastaan käsin pedagogisen sisältötiedon ja ainedidaktiikan käsitteiden välisiä eroja ja yhtäläisyyksiä. Tämä tarkastelu on koottu taulukkoon 4.1.



**Taulukko 4.1.** Ainedidaktiikan ja pedagogisen sisältötiedon (Shulman, 1986b; 1987) käsitteiden vertailua Kansan (2008a; 2009a; 2009b) mukaillen.

	<b>AINEDIDAKTIikka</b> ( <i>Fachdidaktik</i> )	<b>PEDAGOGINEN SISÄLTÖTieto</b> ( <i>pedagogical content knowledge</i> )
<b>Kulttuuritausta</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>saksalaisperäinen, keskieurooppalainen traditio</li> <li>saksan kieli</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>anglosaksinen ja angloamerikkalainen traditio</li> <li>englannin kieli</li> </ul>
<b>Kehityshistoria</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>liittyy 1600-luvulla alkaneeseen kasvatustieteen ja didaktiikan kehitykseen</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>tausta 1900-luvulla alkaneessa opettajankoulutuksen uudistamiskeskustelussa</li> <li>Shulmanin 1980-luvulla lanseeraama käsite</li> </ul>
<b>Asema tieteenalana</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>oma tutkimusala</li> <li>opettajankoulutuksen taustatiede</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>tutkimusteema, ei itsenäistä tutkimustehtävää</li> </ul>
<b>Konteksti</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>opetus suunnitelma</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>kasvatuspsykologia</li> </ul>
<b>Tutkimuksen tavoite</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>teoreettista käsitteanalyysia ja historiatarkastelua</li> <li>tiety sisällön opetusalueen kehittäminen</li> <li>myös normatiivinen näkökulma</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>empiiristä tarkastelua</li> <li>opettajan käyttötieto, aine- ja yleisdidaktinen asiantuntemus</li> <li>deskriptiivisyys</li> </ul>
<b>Mielenkiinnon kohde</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>taustatieteen ja koulun oppiaineen suhde</li> <li>opetustapahtuman kokonaisuus opetus suunnitelman kontekstissa</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>sisällön ja pedagogiikan suhde</li> <li>empiirisen tutkimuksen tuloksena syntynyttä tietoa liittyen tiettyihin oppimista koskeviin kysymyksiin</li> </ul>
<b>Sovellusalueet</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>kaikki koulun oppiaineet</li> <li>laajemmat kasvatustavoitteet, kokonaisvastuu oppilaiden kehittämisestä</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>luonnontieteet: fysiikka, kemia, matematiikka</li> <li>opiskeltavan sisällön näkökulma</li> </ul>

Kansanen (2009a, ss. 34–37; 2009b, ss. 13–14; 2008a, ss. 21–24, 29–30) toteaa, että periaatteellisella tasolla ainedidaktiikan ja pedagogisen sisältötiedon käsitteet vastaavat toisiaan. Ne ovat toisiinsa liittyviä käsitteitä ja molemmat taustaltaan monitieteisiä. Ainedidaktiikka ja pedagoginen sisältötieto eivät kuitenkaan ole toistensa tarkkoja synonyymeja. Niillä on erilainen kehityshistoria ja asema opetuksen tutkimuksessa ja opettajankoulutuksessa. Kansanen määrittelee pedagogisen sisältötiedon olevan ainedidaktiikkaan nähden kapea-alaisempi käsite, vaikka sen ala on laajentunutkin alkuperäisestä määritelmästään erilaisten tutkimusintressien myötä (ks. Aaltonen, 2003, liite 11). Molemmat käsitteet viittaavat opettajan ammatilliseen tietoon koskien sisällön muokkaamista tarkoituksenmukaisesti opetettavaan muotoon. Bromme (1995, ks. Kansanen, 2008a, 2009a, 2009b) kuitenkin huomauttaa, että pedagoginen sisältötieto ei ota kantaa siihen, miten tieteenalan sisällöistä tulee koulun oppiaineita. Saksalaisperäisen didaktisen ajattelun mukaisesti tämä ainesisällön transformaatioprosessi on keskeinen opetustapahtumassa.

Viimeaikaisinta – saksalaisen didaktiikan tutkimustraditioon sitoutuvaa – ainedidaktista tutkimusta edustaa Vesterinen (2011), joka analysoinut ainedidaktiikan käsitettä mediakasvatuksen kontekstissa. Vesterinen kehittää edelleen ainedidaktiikan määritelmää tieteenalan ja kasvatustieteen yhdistelmänä. Hän määrittelee neljä osa-alueita, jotka asettuvat ulottuvuudeksi, jonka toisessa päässä on sisältö tarkoittaen oppiainetta tai kyseisen tiedonalan tutkimuskohdetta, ja toisessa päässä (koulu)pedagogiikka, joka puolestaan viittaa yle-

siin opetusta, opiskelua ja oppimista koskeviin aiheisiin. Näiden ääripäiden väliin jää ainedidaktiikka kahdella eri tavalla. Ainedidaktiikka I liittyy perinteeseen ainedidaktiikan näkökulmaan, jonka mukaan sisältö on opetuksen suunnittelun lähtökohta. Sen keskeisenä kysymyksenä on, mitä opetetaan sekä miten tämä sisältö tulisi organisoida. Ainedidaktiikka II lähtökohtana on oppiainerajat ylittävä eheyttäminen, jolloin oppiaineet ovat tavoitteiden näkökulmasta vain erilaisia variaatioita opetuksen ja opiskelun kontekstista eikä oppiainees yksin määritä opetuksen ja opiskelun suuntaa. Näiden ainedidaktiikkojen ero on siis siinä, että ensimmäinen niistä on riippuvainen sisällöllisestä tiedosta, kun taas jälkimmäinen alue käsittelee kasvatukseen liittyviä peruskysymyksiä. (Vesterinen, 2011, ss. 4–5, 21–27; ks. myös Vesterinen, 2007, ss. 597–609.)

## **4.2 Matematiikan opetuksen luonne**

Matematiikan opetuksen luonnetta voidaan tarkastella useista eri näkökulmista käsin, joista jokainen valottaa luokahuoneen tapahtumia matematiikan opitunneilla omalla tavallaan. Seuraavaksi luodaan katsaus – erityisesti suomalaiseseen matematiikan opetukseen – matematiikan kouluopetuksen historian, opetusta ohjaavien oppimiskäsitysten ja niihin kohdistuvan kritiikin, opetussuunnitelman sekä matematiikan opetuksen tutkimuksen kautta. Opettajien uskomukset ovat myös yksi tapa hahmottaa matematiikan opetuksen luonnetta ikään kuin vastapoolina opettajan työtä virallisesti ohjaavalle opetussuunnitelma-ajattelulle. Näitä opettajien uskomuksia matematiikasta sekä sen opettamisesta ja oppimisesta on tarkasteltu tässä tutkimuksessa jo aiemmin luvussa 1.3.4.

### **4.2.1 Matematiikan kouluopetuksen vaiheita**

Johdantoluvussa on kuvailtu didaktisen opetuksen tutkimuksen historiallisia vaiheita, jotka kertovat luonnollisesti myös suomalaisessa matematiikan opetuksessa esiintyneistä ajattelu- ja toimintatapojen muutoksista. Huomattavin muutos on kaikessa opetuksessa 1980-luvulta lähtien ilmennyt käänös behaviorismista kognitiiviseen ja konstruktiviseen näkemykseen tiedon ja oppimisen luonteesta. Suomalainen matematiikan opetus on aikojen saatossa seurailut näitä kansainvälisiä opetusta ja oppimista koskevia virtauksia – joskin tietyllä viiveellä ja kansallisesti sovellettuna. Kupari (1999, ss. 49–53) ja Tikkanen (2008, ss. 107–108) ovat kuvanneet matematiikan opetussuunnitelmallisia vaiheita Suomessa peruskoulun alkuaajoista eli 1970-luvulta lähtien, joissa myös konstruktivistinen käänne on selkeästi havaittavissa. Kukin näistä matematiikan opetuksen vaiheista on syntynyt pitkälti kritiikkinä edeltävää vaihetta kohtaan. (Ks. tarkemmin matematiikan opetuksen kehitysvaiheista esim. Keranto, 1993; Paasonen, 1993; Kupari, 1999; Korhonen, 2006; Pehkonen & Seppälä, 2007; Tikkanen, 2008).

1900-luvun alussa matematiikan opetuksessa keskeistä oli oppiaineen systemaattinen esittäminen ja riittävä harjoittelu positiivisine palauteineen. 1900-luvun puolivälissä kritisoitiin kovasti vuosisadan tätä drillilaavaan harjoitteluun perustuvaa opetusta ja matematiikan opetuksessa pyrittiin sen sijaan mielekkäisiin oppimiskokemuksiin korostaen matemaattisen tiedon rakenteita ja periaatteita sekä niiden välisiä yhteyksiä. Neuvostoliiton vuonna 1957 laukaisema tekokuu Sputnik sai länsimaissa aikaan voimakkaan matematiikan opetuksen uudistamisprosessin. 1960-luvulla kehittyneen ns. ”uuden matematiikan” (*New Math*) tavoitteena oli saada koulumatematiikka muistuttamaan korkeampaa, tieteellistä matematiikkaa. Opetuksessa huomio kiinnittyi oppimishierarkioihin, tiedon erilaisiin esitysmuotoihin sekä spiraaliperiaatteen noudattamiseen. Sisällöllisesti keskeistä oli matematiikan struktuurin ymmärtäminen, ja käytännössä opetus painottui pitkälti joukko-opin opiskeluun. Näiden uudistuspyrkimysten havaittiin kuitenkin johtavan pinnallisiin oppimistuloksiin, ja varsin pian vastareaktiona tälle ”joukko-oppihysterialle” syntyi 1970-luvulla useissa maissa ns. ”takaisin perusteisiin” -liike (*Back to the Basics*), joka korosti matematiikan perustaitoja. Tälle vaiheelle oli ominaista voimakas behavioristinen opetusajattelu. Opetettava aines jaettiin pieniin osataitoihin, joita harjoiteltiin tavoitteena yhdistää ne laajemmiksi taitokokonaisuuksiksi. Riittävän taitoharjoittelun ajateltiin johtavan ymmärtämiseen ja kykyyn soveltaa. Käytännössä matematiikan perustietojen ja -taitojen soveltamista ei kuitenkaan ollut mahdollista opetuksen puitteissa käsitellä riittävästi ja jälleen oli aihetta kritiikkiin. 1980-luvulla kansainväliset vaikutteet saivat aikaan uuden muutosaallon ja ongelmanratkaisu (*Problem Solving*) nostettiin keskeiseen asemaan. Ongelmanratkaisu on omista ongelmistaan huolimatta edelleen keskeinen teema matematiikan opetuksessa ja opiskelussa. Soveltavaa matematiikkaa pidetään itse asiassa yhtenä syynä suomalaisten PISA-menestykseenkin.

1980-luvulta alkaen on matematiikan opetuksessa ja oppimisessa alettu puhua konstruktivistisesta oppimiskäsityksestä. Tästä ajankohdasta alkavaa matematiikan opetussuunnitelman neljättä vaihetta Kupari (1999, s. 52) nimittää ”koulukohtaisuuden ja standardien” vaiheeksi (*Standards*). Suomessa opetussuunnitelmauudistuksen (1994) myötä matematiikan opetuksen keskeisimmiksi periaatteiksi muotoutuivat oppimisen ymmärtäminen aktiivisena toimintana sekä matemaattiset taidot, joita voidaan hyödyntää erilaisissa arkielämän ongelmanratkaisutilanteissa. Tämä tarkoitti Pehkosen (2009, s. 74) mukaan sitä, että matemaattisen tiedon taso ei ollut kovin korkea, mutta oppilaat kykenisivät kuitenkin soveltamaan koulussa oppimaansa matematiikkaa heille merkityksellisissä tilanteissa. Vuoden 2004 perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet pohjaavat edelleen konstruktivistiseen oppimiskäsitykseen eikä matematiikan opetuksen henki ole juurikaan muuttunut. Yhä edelleen keskeisenä periaatteena ovat ongelmaratkaisu sekä ajattelun taitojen kehittäminen. Tikkanen (2008, s. 107) luonnehtii uusinta opetussuunnitelmaa ”arviointiorientoituneeksi”, koska siinä ohjataan oppilasarviointia laajoilla ja yksityiskohtaisilla ns. ”hyvän osaamisen kriteereillä”. Kuitenkin – PISA-

menestyksestä huolimatta – suomalainen matematiikan opetus ja osaaminen saa edelleen osakseen kritiikkiä niin oppilaiden perustietojen ja -taitojen kuin ymmärryksen ja ajattelun kehittymisen osalta.

#### 4.2.2 Konstruktivistinen matematiikan opetus

Kuten edellä on todettu kasvatustieteellisessä opetuksen tutkimuksessa ja käytännön opetustyössä on 1900-luvulla vallinnut kaksi toisistaan poikkeavaa, lähes vastakkaista käsitystä oppimisesta: empiiris-behavioristinen ja kognitiivis-konstruktiiivinen. Tämä jaon taustalla on ajatus toisaalta empiristisestä, kokemusperäisestä ja aistihavaintoihin perustuvasta ja toisaalta rationaalisesta, järjestykseen perustuvasta tiedonkäsitelmästä.

Behavioristinen oppimiskäsitys perustuu ajatukselle, jonka mukaan ihmisen on mahdollista saada maailmasta ja sen ilmiöistä objektiivista, pysyvää ja kumuloituvaa tietoa. Tätä tietoa ihminen saa ainoastaan kokemustensa ja aistihavaintojensa kautta. Oppiminen nähdään tällöin ärsyke-reaktiokytkentöjen muodostumisena, jota voidaan säädellä vahvistamisella. Oppimisympäristö pyritään järjestämään ärsykkeineen siten, että se saa aikaan opetuksen tavoitteena olevia reaktioita eli oppimista. Behavioristiseen oppimiskäsitykseen sisältyy myös ajatus siitä, että kaikki monimutkaisetkin ilmiöt on jaettavissa pienempiin osiin, ja harjoittelun myötä oppiminen etenee yksinkertaisemmista reaktioista monimutkaisempiin toimintoihin ja taitokokonaisuuksiksi. Opetusta ja oppimista behaviorismin piirissä kuvaa hyvin ajatus tiedon siirtämisestä. Tiedon ajatellaan olevan valmis struktuuri, joka jaetaan sopivan kokosiin osiin ja siirretään sellaisenaan oppilaiden päähän. Tällöin oppimistulosten arviointi on määrällistä eli oppija katsotaan oppineen sitä paremmin, mitä enemmän hän pystyy kokeessa toistamaan opetettua tietoa. Opettaja on siis tiedon siirtäjä ja oppilas sen passiivinen vastaanottaja. (Ks. esim. Tynjälä, 1999; Puolimatka, 2002.)

Kupari (1999, ss. 41–42) kuvailee behavioristista matematiikan opetusta Burtonin (1989) esittämällä mielikuvilla. Opetus on joko ”tyhjän astian täyttämistä” eli tiedon siirtämistä opettajalta oppilaille tai ”sipulin kuorimista”, jolloin tarkoitetaan aiemmin löydettyjen asioiden paljastamista oppilaille. Usein opettajat käyttävät kuitenkin näiden yhdistelmää. Ensin pyritään siirtämään opiskeltava aines ja sitten autetaan heikompia ja hitaampia oppilaita uudelleen omaksumaan opetetut asiat. Kuparin mukaan tällaisesta behaviorismin aiheuttamasta matematiikan opetuksen muodosta käytetään myös nimitystä ”suora opetus”, joka rakentuu johdannosta, uuden asian käsittelystä, yhteisesti ohjatusta harjoittelusta ja yksilöllisestä harjoittelusta.

Sitten – noin 1980-luvulta lähtien – sosiaaliseen konstruktionismiin ja kognitiiviseen psykologiaan pohjaava konstruktivistinen käsitys on syrjäyttänyt edellä kuvatun behavioristisen ajattelutavan. Konstruktivistisen tiedonkäsitelmän mukaan ihmisen ei ole mahdollista tavoittaa todellisuutta suoraan aistihavaintojensa avulla, koska ihmismieli tulkitsee nämä havainnot mielen sisäisiin rakenteisiin perustuen ja aktiivisesti rakentaa tietoa. Siten tietomme

maailmasta ei voi koskaan olla absoluuttista. Totuuden kriteereinä konstruktivismiin mukaan pidetään tiedon elinkelpoisuutta ja toimivuutta käytännössä sekä ihmisten välillä vallitsevaa yksimielisyyttä. Näin ollen oppiminen ei konstruktivistisen oppimiskäsityksen mukaan ole tiedon passiivista vastaanottamista, vaan oppijan aktiivista kognitiivista toimintaa, jossa yksilö tulkitsee havaintojaan ja uutta tietoa aikaisemman tietonsa ja kokemustensa pohjalta. (Ks. esim. Tynjälä, 1999; Puolimatka, 2002; Siljander, 2005.)

Konstruktivismia on lopulta vaikea määritellä yksiselitteisesti. Se on luonteeltaan laaja ja epäyhtenäinen näkemysten joukko. Konstruktivismiin tausta rakentuu monien eri tieteenalojen aineksista ja itsessäänkin se sisältää erilaisia suuntauksia tausta-ajattelustaan riippuen. Siljander (2005, s. 203) toteaa, että konstruktivismiin eri suuntauksista huolimatta, voidaan puhua tietoteoreettisesta konstruktivismista, johon läheisesti liittyy myös oppimisteoreettinen – oppimisprosessin luonnetta kuvaava – konstruktivismi. Tynjälä (1999, s. 37) kuvailee konstruktivismia tiedon olemusta kuvaavaksi paradigmatoksi, kun taas Lehto (2005, s. 7) määrittelee sen väljänä ideologisena paradigmatena, jota didaktiikan näkökulmasta voidaan luonnehtia normatiiviseksi didaktiikaksi. On kuitenkin huomattava, että konstruktivismi ei ole opetusta koskeva tieteellinen teoria eikä opetusmenetelmä.

Konstruktivismiin eri suuntauksia voidaan luokitella sen suhteen, tarkastellaanko oppimista yksilön vai ryhmän tai laajemman yhteisön tasolla. Näkökulman mukaan ne erotetaan kahteen päähaaraan, yksilökeskeiseen konstruktivismiin ja sosiaaliseen konstruktivismiin. Yksilökeskeisessä konstruktivismissa huomio kiinnitetään yksilölliseen tiedonmuodostukseen ja oppijan kognitiivisiin prosesseihin, kun taas sosiaalisen konstruktivismiin painopiste on tiedon sosiaalisessa rakentumisessa ja oppimisen sosiaalisissa, vuorovaikutuksellisissa ja yhteistoiminnallisissa prosesseissa. (Tynjälä, 1999.)

Toisaalta yksilökeskeinen konstruktivismi voidaan jakaa edelleen radikaaliin ja heikkoon konstruktivismiin. Sekä radikaalin että heikon konstruktivismiin edustajat ovat yhtä mieltä siitä, oppija ei ole behavioristisen ajattelutavan mukainen ympäristöstään välittyvän tiedon passiivinen vastaanottaja, vaan päinvastoin, itse omia tietorakenteitaan konstruoiva aktiivinen toimija. Ero näiden kahden suuntauksen välillä muodostuu suhteessa objektiivisen tiedon mahdollisuuteen, ja juuri tämä oletus jakaa mielipiteitä erityisesti matematiikan opetuksen tutkijoiden piirissä. Radikaalin konstruktivismiin ajatuksena on tiedon ainutlaatuisuus. Ihminen ei voi koskaan saada ulkoisesta ympäristöstään varmaa ja objektiivista tietoa, koska yksilön havainnot eivät ole ”puhtaita” vaan välissä on aina hänen tulkintansa. Kaikki tieto katsotaan olevan ihmismielen omaan henkilökohtaiseen kokemukseen perustuvan aktiivisen konstruoinnin tulosta. Heikon konstruktivismiin piirissä tähän näkemykseen suhtaudutaan maltillisemmin. He kritisoivat objektiivisesta todellisuudesta luopumista ja heidän mielestään oppimisen voi ymmärtää konstruointiprosessina, vaikka ei hyväksyisikään radikaalin konstruktivismiin tiedonkäsitystä. Nimitys ”heikko” viittaa Haapasalon (1998a, s. 61) mukaan siihen, että yksilön todellisille konstruktioille jää lopulta vähän tilaa, jos tiedon totuudenmu-

kaisuus perustetaan ulkoisin aistein havaittavan todellisuuden olemassaoloon. (Ks. esim. von Glasersfeld, 1991; 1995; Ernest, 1991; Haapasalo, 1998a; Kämäräinen & Haapasalo, 1998; Tynjälä, 1999.)

Kasvatuksen ja opetuksen kannalta on oleellista pohtia, mikä yhteys konstruktivistisen oppimiskäsityksen ja opetuksen välillä on tai mitä pedagogisia seuraamuksia konstruktivismista on opetukselle ja opiskelulle käytännössä. Kuten edellä todettiin, konstruktivismi ei ole opetuksen teoria, mutta se tarjoaa kuitenkin käyttökelpoisen perustan matematiikan opetuksen tarkasteluun. Useat tutkijat ovatkin esittäneet näkemyksiään siitä, miten opetus-opiskelu-oppimisprosessi konstruktivistisia ajatuksia noudatellen tulisi järjestää. Suomessa näitä ovat eritelleet mm. Rauste-von Wright ja von Wright (1994) sekä Tynjälä (1999). Terhart (2003) esittää lisäksi joitakin saksalaisia näkökulmia Wolffin (1994), Dubsin (1995) ja Meixneriin (1997) viitaten. Seuraavassa esitetään kokoavasti näitä konstruktivistisesta oppimiskäsityksestä johdettavia pedagogisia seuraamuksia edellä mainittuihin lähteisiin viitaten ja myöhemmin luvussa 4.2.3 tuodaan esiin, miten nämä konstruktivismin periaatteet ilmenevät matematiikan opetussuunnitelmassa.

*1) Oppilaan rooli aktiivisena oman oppimisensa edistäjänä*

Oppiminen nähdään passiivisen tiedon vastaanottamisen sijaan oppilaan aktiivisena toimintana, jossa hän jatkuvasti konstruoi ja muokkaa ymmärrystään maailmasta ja omasta toiminnastaan.

*2) Opettajan rooli opiskeluprosessin ohjaajana*

Kun käsitys oppimisesta muuttuu oppilaan omaa aktiivisuutta korostavaksi, muuttuu myös opettajan rooli. Opettaminen ei ole vain sopiviin osiin jaotellun tiedon siirtämistä, vaan opiskeluprosessin ja oppilaan tiedonkonstruoinnin ohjaamista. Opettajalla on edelleen tärkeä rooli tiedon esittäjänä, mutta vielä tärkeämpää on se, miten hän järjestää opiskelutilanteet oppilaan opiskelua tukeviksi.

*3) Oppilaan aiemmat kokemukset, tiedot ja taidot opiskelun lähtökohtana*

Oppilas tulkitsee uutta tietoa aiempien kokemustensa, tietojensa ja mielenkiintonsa pohjalta. Siten opiskelun ja oppimisen lähtökohtana ovat oppilaan jo olemassa olevat käsitykset ja uskomukset sekä hänen persoonalliset kykynsä, taitonsa ja kiinnostuksen kohteensa. Nämä ennakkokäsitykset voivat olla ristiriidassa keskenään tai tieteellisen tiedon kanssa, ja siksi niiden esiin nostaminen auttaa opettajaa ymmärtämään oppilaidensa ajattelua. Ennakkokäsitykset huomioidaan myös opiskeltavan sisällön valinnassa. Sisältö määritellään etukäteen niin väljästi, että se voidaan tarkoituksenmukaisella tavalla yhdistää oppilaiden aiempiin kokemuksiin ja tietoihin. Samasta syystä myös oppimateriaali on mahdollisimman autenttista ilmentäen opiskeltavia sisältöjä useista eri näkökulmista käsin.

*4) Oppilaan itseohjautuvuuden ja opiskelua ohjaavien metakognitiivisten tietojen ja taitojen kehittäminen*

Oppilaan metakognitiivinen tietous omista opiskeluprosesseistaan sekä itsesäätelyn ja itseohjautuvuuden taidot ovat keskeisimpiä konstruktivistista opetusta ja opiskelua kuvaavia ominaisuuksia ja niillä on keskeinen merkitys oppimisen edistämisesä. Oppilaita ohjataan vaihteittain oman opiskelunsa ja oppimisensa säätelyyn. Alkuvaiheessa opettajan tuki ja kontrolli on tärkeää, mutta oppilaan ns. oppimaan oppimisen taitojen kehittyessä niiden merkitys vähenee.

5) *Ymmärtäminen on tärkeämpää kuin ulkoa osaaminen*

Konstruktivismissa painottuu erityisesti merkitysten rakentaminen, joten sen vuoksi ymmärtäminen muodostuu oleelliseksi asiaksi. Opetuksessa ja opiskelussa mekaanista ulkoa opettelua pyritään välttämään, sillä vain ymmärretty tieto on mielekästä ja merkityksellistä.

6) *Yksittäisten faktatietojen painottamisesta ongelmakeskeisyyteen*

Tietoa on monenlaista, myös sellaista, joka useimmiten ymmärretään samalla tavalla, ns. faktatietoa. Konstruktivismista seuraa ajatus, jonka mukaan kaikenlaista tietoa – myös faktoja – opitaan parhaiten kytkemällä ne oppilaiden jo olemassa oleviin tietorakenteisiin, laajoihin ja mielekkäisiin kokonaisuuksiin sekä aitoihin, todellisen elämän tilanteisiin. Opetuksen painopiste siirtyy tällöin faktojen nimeämisestä ja tunnistamisesta mm. niiden kuvaamiseen, selittämiseen, syy-seuraus -suhteiden analysointiin, arviointiin ja kritisointiin. Tällöin opetus perustuu todellisuudelle, joka vaatii ongelmien jäsentämistä ja uudelleen organisoimista. Ymmärryksen jostain asiasta voi saavuttaa vain ilmiön eri tekijöiden ja niiden välisten suhteiden tarkastelun kautta niin yksittäin kuin kokonaisuudenkin osina.

7) *Tiedon suhteellisen luonteen ja tuottamistapojen ilmentäminen*

Koska konstruktivismin piirissä tieto käsitetään pikemminkin sosiaalisesti konstruoiduksi kuin absoluuttiseksi totuudeksi, pitäisi oppilaiden kanssa käsitellä oppisäiltöjen lisäksi myös eri tieteenalojen tutkimusmenetelmiä ja kehittymistä sekä käsitteitä tiedon muuttuvuudesta, väliaikaisuudesta ja suhteellisuudesta. Asioilla voi olla erilainen merkitys eri ihmisille ja kiinnostuksen kohteet vaihtelevat. Kaikki eivät opi samoja asioita samoista sisällöistä ja siksi on hyödyllistä käyttää sellaisia opetusmenetelmiä, joissa oppilaiden erilaiset tulkinnat kohtaavat toisensa sosiaalisessa vuorovaikutuksessa.

8) *Opiskelun ja oppimisen tilanne- ja kontekstisidonnaisuuden huomioiminen*

Erityisesti sosiaalinen konstruktivismi painottaa ajatusta, jonka mukaan oppiminen on aina sidoksissa laajempaan kontekstiinsa ja siihen tilanteeseen, jossa opiskelu tapahtuu. Koulupetusta on kuitenkin kritisoitu siitä, että se irrottaa opiskeltavan tiedon sen aidoista käyttöyhteyksistä, jolloin tuloksena on ns. liikumatonta tai elotonta tietoa. Tällaista tietoa voidaan kyllä käyttää kouluympäristössä, kuten koetilanteissa, mutta sen soveltaminen arkielämän monimuotoisissa ongelmanratkaisutilanteissa on haasteellista. Opiskeluympäristöt tuleekin rakentaa siten, että ne ovat autenttisia ja monimuotoisia siinä mielessä kuin todellinenkin elämä tapahtumineen on.

9) *Tiedon monipuolisten representaatioiden kehittäminen*

Opiskelun ja oppimisen konteksti- ja tilannesidonnaisuuteen liittyen pyritään opetuksessa ja opiskelussa myös tiedon monipuoliseen esittämiseen. Taitoa käyttää opittua tietoa joustavasti uusissa tilanteissa (*transfer*) edistävät opiskeltavan tiedon kytkeminen monenlaisiin konteksteihin, tiedon käsitteleminen useista eri näkökulmista käsin sekä eri aistikanavia hyödyntävien esitystapojen ja oppimistehtävien käyttö. Tällöin oppilaiden tietorakenteisiin kehitty monipuolisia kytkentöjä ja representaatioita opiskelluista asioista.

10) *Sosiaalisen vuorovaikutuksen edistäminen opiskelussa ja oppimisessa*

Sosiaalisella vuorovaikutuksella on oleellinen merkitys opiskelussa ja oppimisessa. Oppilas tarvitsee vuorovaikutusta muiden kanssa, jotta hän voi tuoda omaa ajatteluaan julki ja siten reflektoida tekemiensä tulkintojen pätevyyttä sekä päätyä lopulta muiden kanssa yhteisymmärrykseen maailman rakentumisesta. Myös yksin

opiskelu voidaan ymmärtää tietyllä tapaa vuorovaikutukselliseksi toiminnaksi luki-jan sekä kirjan ja sen tekijöiden kanssa. Opiskelun ja oppimisen sosiaalisuutta py-yritään erilaisilla yhteistoiminnallisilla työmuodoilla.

### *11) Virheistä oppiminen*

Konstruktivistisessa itseohjautuvassa opiskelussa myös virheillä on tärkeä merki-tys. Virheiden havaitseminen, niiden korjaaminen ja perusteleminen edistävät opiskeltavien asioiden ymmärtämistä ja edesauttavat tiedon konstruointia.

### *12) Opiskelun ja oppimisen affektiivisen puolen huomioiminen*

Konstruktivismi ei rajoita pelkästään opiskelun ja oppimisen kognitiiviselle alueel-le. Tunteet ja opiskeltavan sisällön kokeminen henkilökohtaisella ja persoonallisella tavalla on myös tärkeää. Itseohjautuvuus, sosiaalisessa kontekstissa tapahtuva opiskelu, virheiden kohtaaminen ja käsittely monimutkaisissa opiskelutilanteissa sekä omista kokemuksista oppiminen ovat tilanteita, jotka vaativat enemmän kuin vain rationaalisuutta.

### *13) Oppilasarvioinnin menetelmien kehittäminen*

Siirryttäessä behavioristisen tiedon siirtämisen ajatuksesta konstruktivismin mu-kaiseen käsitykseen oppimisesta tiedon rakentamisena on opetus- ja opiskelutoi-minnan lisäksi myös arviointikäytänteiden muututtava. Kun oppiminen nähdään jatkuvaksi tiedon konstruoinnin prosessiksi, arviointi kohdistuu luonnollisesti mää-rällisesti mitattavien tulosten sijaan itse opiskeluprosessiin ja sen tulosten laadullis-siin ominaisuuksiin. Arviointi ei ole vain opettajan tehtävä, vaan siihen osallistuvat myös itse oppilas ja hänen opiskelijatovereidensa. Arviointimenetellyillä on suuri vaikutus oppimisprosessiin ja sen vuoksi niiden kehittäminen on tärkeä osa pyrit-täessä uudistamaan opetusta konstruktivistisen oppimiskäsityksen pohjalta. Arvi-ointi kytketään osaksi koko opiskeluprosessia ja se on niin opettajan kuin oppi-laidenkin tehtävä.

### *14) Opetussuunnitelman kehittäminen*

Konstruktivismiin pohjautuva pedagogiikka edellyttää asioiden syvällistä käsitte-lyä. Tämän vuoksi tärkeä opetussuunnitelmallinen kysymys on kunkin oppialan keskeisten sisältöjen ja ongelma-alueiden määrittely sen sijaan, että kuvataan yksi-tyiskohtaisesti opetuksen tavoitteet ja sisällöt. Oleelliseksi opetussuunnitelmallisik-si tavoitteiksi nousevat tiedonhankinnan ja monipuolisen käsittelyn sekä elinikäi-sen oppimisen taidot. Oppimisen tilannesidonnaisuudesta seuraa, että opiskeluti-lanteet tulee luoda mahdollisimman aidoiksi sekä integroida toisiinsa teorian, käy-tännön ja itseohjautuvuuden taitojen opiskelu. Eräänä mahdollisuutena tällaiseen on nähty ongelmalähtöiset opetussuunnitelmat, jotka rakentuvat erilaisten ongel-mien, eivät oppiaineiden pohjalte.

Huolimatta konstruktivististen ajatusten suosiosta, didaktiikan edustajat ovat esittäneet myös voimakasta kritiikkiä sitä kohtaan (ks. esim. Jussila, 1999; Terhart, 2003; Lehto, 2005; Siljander, 2005; Uusikylä & Atjonen, 2007). Konstruktivismia on kritisoitu sen tieteellisen taustan ja määrittelyn epämää-räisyydestä, epistemologisista ongelmista ja niiden seurauksista opetukselle ja oppimiselle kuin myös historiattomuudesta päätyen lopulta toteamukseen, että oppimisen teoriasta ei voida johtaa opetuksen teoriaa (ks. esim. Kivelä & Sil-jander, 2008, ss 15–21). Jussila (1999, s. 31) toteaa, että kaikessa yhteiskun-nallisessa toiminnassa – myös opetuksessa ja oppimisessa – on omat muoti-virtauksensa, joille näyttää olevan luonteenomaista toistaa iskulauseiksi muo-



toutuneita ilmauksia ja joihin sitoudutaan ikään kuin muita vaihtoehtoja ei olisi käytettävissä. Hän huomauttaa, että tutkijan tulisi tuntea opetusta koskevaa, jo olemassa olevaa teoretisointia ymmärtääkseen, millainen kasvatuksellinen prosessi on luonteeltaan ja mitä sen yhteyteen oleellisesti kuuluu.

Lehto (2005) tarkastelee artikkelissaan Hakkaraisen ym. (2004) sekä Rauste-von Wrightin ym. (2003) laajalti käytössä olevia oppikirjoja ja esittää kritiikkinsä konstruktivismia kohtaan näiden havaintojensa pohjalta. Hän tuo esiin sen, miten konstruktivismi – oppilaan aktiivisuutta sekä opettajan roolia oppimisen ohjaajana tähdentävänä periaatteena – sivuuttaa useita opetustapahtumassa keskeisesti vaikuttavia tekijöitä, jotka liittyvät pitkälti oppilaiden erilaisuuden huomioimiseen. Lehto toteaa, että konstruktivismi korostaa pikemminkin oppilaiden samankaltaisuutta kuin erilaisuutta. Kuitenkin psykologinen tutkimus ja opetuksen tutkimus osoittavat, että oppiminen on vahvasti sidoksissa yksilön henkilökohtaisiin ominaisuuksiin, kuten ikään, kognitiivisiin kykyihin, persoonallisuuden piirteisiin ja motivaatio-orientaatioihin sekä sosioekonomiseen taustaan ja kotoa omaksuttuihin opiskeluvalmiuksiin. Konstruktivismi näkee oppilaan oman aktiivisuuden ikään kuin valmiina palvelemaan oppimista. Oppimisen lähtökohtana tulisi olla oppilaiden itse koettu ongelma, mutta sitä ei juurikaan pohdita, miten tähän lähtökohtaan päästään. Kasvatuskeskustelussa oppilaiden aktiivisuus nähdään puolestaan tavoitteena tai tottumuksena, eikä niinkään valmiina oppilaan ominaisuutena tai kykynä.

Terhart (2003) ja Jussila (1999) tuovat esiin konstruktivismin epistemologisia ongelmia. He näkevät, että erityisesti radikaalin konstruktivismin piirissä esitetty näkemys, jonka mukaan tieto on subjektiivinen jokaisen yksilön persoonallisesti konstruoima tulkinta todellisuudesta, johtaa siihen, että tiedon totuudesta puhuminen on merkityksetöntä ja siten myös koulun ja opettajan tehtävä kyseenalaistetaan. Koululla ja opettajalla on kuitenkin vastuunsa yhteiskunnan kumuloituvan kulttuuriperinnön välittäjänä sekä yhä lisääntyvän tiedon pätevyyden arvioinnissa. Terhart (2003, ss. 37–42) tarkastelee subjektiivisen tiedonkäsityksen seurauksia oppimisen luonteen näkökulmasta. Hän näkee, että radikaalin konstruktivismin vaatimus tiedon keksimisestä (*invention*) on kohtuuton, koska yhteiskunnan jäseneksi kasvaminen edellyttää laajan ja kompleksisen kulttuurisen tiedon omaksumista. Terhartin mukaan oppiminen tulee nähdä tiedon uudelleen löytämisenä (*re-discovering*) ja edelleen kehittämisenä. Tässä prosessissa koulu on merkittävässä asemassa. Koulun tehtävänä on myös löytää tasapaino yleisen ja tilannesidonnaisen tiedon välillä. Terhart toteaa, että oppimisen tutkimuksen painottama tilannesidonnainen oppiminen (*situated learning*) johtaa tiedon yleistämisen ja siten soveltamisen mahdottomuuteen. Myös Jussila (1999, ss. 36–41) toteaa, että tämän päivän lapsi elää monimuotoisen informaatiotulvan ja arvomaailman keskellä. Opettajaa tarvitaan avuksi sisällön valintaan sekä oikean ja tarkoituksen mukaisen tiedon erottamiseen väärästä ja epäoleellisesta tiedosta. Itseohjautuva, pitkälti arkitietonsa varassa toimiva oppilas selviää tästä vain vaivalloisesti eikä ilman muuta saavuta riittävän syvää ymmärrystä ympäröivää maailmaa jäsentävistä tieteenaloista erilaisine katsantokantoineen, käsitteineen, menetelmineen ja

tiedon todentamiskeinoineen. Koulun ja opettajan tehtävänä on toteuttaa opetusta tavoitteellisesti, suunnitelmallisesti ja vastuullisesti.

Jussila (1999), Terhart (2003) sekä Uusikylä ja Atjonen (2007, ss. 23–25) syyttävät konstruktivismia lopulta näköalattomuudesta ja historiallisen näkökulman puutteesta. Konstruktivistiset periaatteet ovat näkyneet didaktisissa teksteissä jo vuosikymmenien ja jopa vuosisatojen ajan. Jussila (1999, ss. 33–34) tarkastelee artikkelissaan konstruktivismin yhteydessä esitettyjä kannanottoja, jotka korostavat oppijan aktiivisuutta, ennakkokäsitysten merkitystä uuden tiedon rakentumisessa sekä itseohjautuvuutta didaktisen teorianmuodostuksen ja kasvatuksen historian valossa. Hän huomauttaa, että vaikka konstruktivismista puhutaan ”uutena tiedonkäsityksenä”, ei siinä kuitenkaan ole kysymys uudesta tietoteoriasta, vaan yksinkertaisesti siitä didaktiikasta vanhastaan tutusta asiasta, jonka mukaan tarvitaan aktiivista opiskelua, jotta opitaisiin jotain (ks. myös Terhart, 2003, ss. 33, 36). Jussilan mukaan nämä konstruktivismin perusajatukset on esittänyt Comenius jo 1600-luvulla *Didactica Magna* esipuheessaan. Samoin Rousseau 1700-luvulla sekä Pestalozzi ja Herbart 1800-luvulla ovat painottaneet aktiivisuuden, omakohtaisten kokemusten ja aiempien tietorakenteiden merkitystä oppimisessa sekä opettajan roolia opiskelun ohjaamisessa. Edelleen 1900-luvulla, ensimmäisen maailmansodan jälkeen, levinneet ”uuden koulun” reformipedagogiset virtaukset, kuten Deweyn tekemällä oppiminen, Kilpatrickin projektimetodi sekä Ferrièrein aktiivisuuspedagogiikka ja Kerschensteinerin työkoulu, painottivat voimakkaasti lapsi- ja oppilaskeskeisyyttä. (Ks. myös Terhart, 2003, ss. 41–41.) Junnila (1995, ss. 26–27) toteaa, että 1920- ja 1930-lukujen taitteessa matematiikan opetuksen uudistamispyrkimysten yhteydessä matematiikan opetuksen tavoitteiksi määriteltiin oppilaiden harrastuneisuuden herättäminen, loogisen ajattelun ja täsmällisyyden kehittäminen, elämässä välittömästi tarvittavien tietojen ja taitojen hallinta sekä perustan luominen jatko-opinnoille. Näiden tavoitteiden saavuttamiseksi esitettiin selkeää, elävää, mielenkiintoista ja havainnollista opetusta (ks. myös Kupari, 1999, s. 47).

Useat didaktiikan edustajat päätyvät lopulta toteamaan, että konstruktivismista oppimisen teoriana ei voida johtaa opetuksen teoriaa (ks. esim. Uljens, 1997; Jussila, 1999; Kansanen, 1999; Uusikylä & Atjonen, 2007; Siljander, 2005). Lehto (2005, ss. 16–17) tulee johtopäätökseen, jonka mukaan konstruktivismi on rikastuttanut opetusta, mutta se ei kuitenkaan sovi koulun ja opetuksen kehittämisen yleispäteväksi paradigmaksi. Opetuksessa monenlaiset ratkaisut voivat olla päteviä. Didaktiikan näkökulmasta ratkaiseva kysymys ei ole ”Toimiiko se?”, vaan oleellisempaa on kysyä ”Missä tilanteessa ja millaisten oppilaiden kanssa se toimii?”. Myös Uusikylä ja Atjonen (2007, ss. 20, 25) myöntävät, että konstruktivismi on tuonut opetukseen arvokkaan lisän, mutta se ei riitä korvaamaan didaktiikkaa, koska konstruktivismi käsittelee oppimista ja didaktiikka opetusta. Oppilaan aktiivisuuden arvostaminen ei tee opettajaa tarpeettomaksi. Oppimisteoriat kaiken kaikkiaan auttavat opetuksen suunnittelussa ja toteutuksessa, mutta mikään teoria suunta ei yksin riitä didaktiikan perustaksi.

### 4.2.3 Matematiikan opetus opetussuunnitelmassa

Edellä on kuvattu matematiikan opetussuunnitelman kehitysvaiheita suomalaisen peruskoulun alkuvaiheista lähtien sekä konstruktivistisen opetus-opiskelu-oppimisprosessin ominaispiirteitä. Seuraavaksi palataan vielä tarkastelemaan lähemmin, miten opetussuunnitelman valtakunnalliset perusteet määrittävät opettajan työtä erityisesti matematiikan opetuksen osalta sekä miten edellä kuvatut konstruktivistiset ajatukset siinä ilmenevät. Tarkastelussa ovat sekä Peruskoulun opetussuunnitelman perusteet 1994 että Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2004, koska tässä tutkimuksen aineisto on kerätty näiden molempien opetussuunnitelmien voimassaoloaikana.

Arvopohjaltaan opetussuunnitelman perusteet 1994 ja 2004 ovat hyvin samankaltaiset (vrt. Opetushallitus, 1994, ss. 12–14; 2004, s. 14). Molemmissa korostetaan ihmisoikeuksia, tasa-arvoa ja suvaitsevaisuutta sekä yksilön kulttuuri-identiteetin rakentumista yhteiskunnan jäsenenä. Myös luonnon monimuotoisuuden säilyttäminen ja kestävä kehityksen ajatukset kuuluvat keskeisiin arvoihin. Peruskoulun ja perusopetuksen tehtävät yleensä määritellään näissä kahdessa opetussuunnitelman perusteissa kuitenkin hiukan eri näkökulmista käsin. Peruskoulun opetussuunnitelman perusteet 1994 nostavat yksilön keskeiseen asemaan (vrt. Opetushallitus, 1994, ss. 11–12). Peruskoulun tehtävänä on yksilön yleissivistyksen ja opiskeluvalmiuksien kehittäminen hänen omista lähtökohdistaan käsin. Tavoitteena on lopulta oppilaan persoonallisuuden kaikinpuolinen kehittyminen, suotuista sosiaalinen kasvu sekä valmiudet jatko-opintoihin. Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa 2004 yksilön ohella myös yhteiskunnan näkökulma on voimakkaasti esillä (vrt. Opetushallitus, 2004, s. 14). Perusopetuksen tehtävänä on toisaalta tarjota yksilölle mahdollisuus yleissivistyksen ja jatko-opintokelpoisuuden hankkimiseen sekä monipuoliseen kasvuun ja kehittymiseen. Mutta toisaalta taas antaa yhteiskunnalle välineitä kehittää sivistyksellistä pääomaa sekä lisätä yhteisöllisyyttä ja tasa-arvoa, jolloin varmistetaan yhteiskunnan jatkuvuus ja tulevaisuuden rakentaminen.

Opetussuunnitelman taustalla vaikuttava käsitys tiedosta ja oppimisesta on selkeästi konstruktivistinen molemmissa opetussuunnitelman perusteissa (vrt. Opetushallitus, 1994, ss. 9–10; 2004, s. 18). Opetuksessa ja opiskelussa korostetaan yksilön henkilökohtaisten tietorakenteiden konstruoimista sekä yksin että sosiaalisessa vuorovaikutuksessa. Opiskelu ja oppiminen nähdään tavoitteellisena ja kontekstisidonnaisena prosessina, jonka lähtökohtana ovat oppilaan aiemmat käsitykset opiskeltavasta sisällöstä. Opettajan tehtävänä on monipuolisten opiskelu- ja oppimisympäristöjen suunnittelu ja opiskelun ohjaaminen. Perusopetuksen tehtävän ilmentämästä yksilö vs. yhteiskunta -näkökulmasta käsin näiden opetussuunnitelman perusteiden välillä voidaan kuitenkin havaita myös eroja: Vuoden 1994 perusteet edustavat pääsääntöisesti yksilökeskeistä konstruktivismia, kun taas vuoden 2004 opetussuunnitelma huomioi selkeämmin yhteisöllisen näkökulman ja sitä voidaan siten luonnehtia ajattelutavaltaan sosio-konstruktivistiseksi. Lisäksi erona voidaan

todeta myös se, että peruskoulun opetussuunnitelman perusteissa 1994 opetuksen ja opiskelun taustalla vaikuttavaa oppimis- ja tiedonkäsitystä kuvataan yleisesti osana opetussuunnitelmauudistuksen tarvetta käsittelevää lukua. Opetuksen ja opiskelun luonnetta kuvataan myöhemmin tarkemmin kunkin oppiaineen kohdalla erikseen tavoite- ja sisältölausumien yhteydessä. Uudemmassa opetussuunnitelmassa 2004 opiskelu- ja oppimisympäristön sekä työtapojen kuvaus on sen sijaan nostettu oppiainekohtaisesta osiosta yleiseen osaan, jossa ne entistä selkeämmin yhdessä oppimiskäsityksen määrittelyn kanssa muodostavat opetuksen toteuttamista tarkentavan kokonaisuuden.

Peruskoulun opetussuunnitelman perusteiden 1994 sekä Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden 2004 sisältämät matematiikan opetuksen ja opiskelun tavoitteet, keskeiset matemaattiset sisällöt sekä opetus- ja opiskelutoimintaa ohjaavat periaatteet vuosiluokilla 1–6(9) esitetään tiivistettyinä liitteissä 4.1 ja 4.1. Taulukkoon 4.2 on puolestaan koottu vertailevassa mielessä matematiikan opetuksen ja opiskelun tehtävät ja tavoitteet molemmista opetussuunnitelman perusteista 1994 ja 2004. Vuoden 2004 opetussuunnitelman perusteet on tavoitteiden ja sisältöjensä osalta edeltäjänsä huomattavasti laajempi ja yksityiskohtaisempi. Tämä havaitaan jo vertailemalla opetussuunnitelmien sivumääriä. Vuoden 1994 opetussuunnitelman perusteet sisältävät kaiken kaikkiaan 114 sivua, joista matematiikan osuus on neljä sivua. Vuoden 2004 opetussuunnitelman perusteissa kokonaissivumäärä on kasvanut 320:een ja matematiikan opetuksesta ja opiskelusta kirjoitetaan yhdeksän sivun verran. Lisäksi oppilasarvioinnin osuutta on tukevoitettu edeltäjästään merkittävästi.

Opetussuunnitelman perusteiden 1994 ja 2004 tavoitteisiin ja sisältöihin kohdistuva tarkastelu osoittaa matematiikan opetuksen ja opiskelun osalta niiden muistuttavan pitkälti toisiaan laajuudestaan huolimatta (ks. taulukko 4.2). Matemaattisiin sisältöihin liittyvät tavoitteet koostuvat perustietojen ja -taitojen hallinnasta mutta myös ongelmanratkaisu- ja kommunikointitaitojen kehittämisestä. Luonteensa mukaisesti vuoden 2004 opetussuunnitelmassa nämä sisällölliset tavoitteet luetaan tarkemmin ja yksityiskohtaisemmin kuin edeltäjässään. Matematiikan kognitiivisten tavoitteiden osalta keskeinen ero löytyy matematiikan merkityksen kohdalta. Vuoden 1994 opetussuunnitelmassa matematiikan merkitystä tuodaan esiin monelta eri kannalta – niin yhteiskunnan kuin yksilönkin, tieteen ja arkielämän sekä hyödyn ja mielihyvän näkökulmista. Vuoden 2004 opetussuunnitelmassa matematiikan merkitystä ei juurikaan erikseen pohdita. Matematiikan opetukseen ja opiskeluun liittyvät sosiaalis-affektiiviset tavoitteissa on puolestaan nähtävissä edellä esitetty huomio koskien opetussuunnitelman perusteiden yksilö- tai yhteiskunta-keskeisyyttä. Molemmissa opetussuunnitelman perusteissa tavoitellaan kyllä oppilaan itseluottamuksen vahvistumista ja yhteistyötaitoja. Kuitenkin vuoden 1994 opetussuunnitelmassa pyritään edistämään myös oppilaan henkilökohtaisia opiskelu- ja sosiaalisia taitoja sekä henkistä kasvua, kuten omaaloitteisuutta, sitkeyttä ja motivaatiota, kun taas vuoden 2004 opetussuunnitelma tuo tavoitteina esiin taitoja, joita tarvitaan myös yhteisössä toimimassa.

Näinä taitoina mainitaan esimerkiksi sääntöjen ja ohjeiden noudattaminen sekä vastuu.

**Taulukko 4.2.** Matematiikan opetuksen ja opiskelun tehtävien ja tavoitteiden vertailua Peruskoulun opetussuunnitelman perusteissa 1994 ja Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa 2004.

<b>MATEMATIIKKA</b>	<b>Peruskoulun opetussuunnitelman perusteet 1994</b>	<b>Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2004</b>
<b>Sisällölliset tavoitteet</b>	<i>Opiskeltavat matemaattiset sisällöt ja toimintatavat</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>• perustiedot ja -taidot</li> <li>• tiedon prosessointi: ajattelutavat</li> <li>• teknologia</li> <li>• ongelmanratkaisu</li> <li>• kommunikointi</li> </ul>	<i>Opiskeltavat matemaattiset sisällöt ja toimintatavat</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>• perustiedot ja -taidot</li> <li>• tiedon prosessointi: ajattelutavat</li> <li>• havainnointi</li> <li>• kuvailu</li> <li>• perusteleminen</li> <li>• ongelmanratkaisu</li> <li>• kommunikointi</li> </ul>
<b>Kognitiiviset tavoitteet</b>	<i>Matemaattinen tiedonkäsitys</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ymmärrys tiedon elementeistä ja rakentumisesta</li> <li>• konkretia</li> </ul>	<i>Matemaattinen tiedonkäsitys</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ymmärrys tiedon elementeistä ja rakentumisesta</li> <li>• kokemukset</li> </ul>
	<i>Matemaattinen ajattelu</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>• loogista</li> <li>• luovaa</li> </ul>	<i>Matemaattinen ajattelu</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>• loogista</li> <li>• luovaa</li> </ul>
	<i>Matematiikan merkitys</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>• yhteiskunta – yksilö</li> <li>• tiede – arkielämä</li> <li>• hyöty – mielihyvä</li> </ul>	<i>Matematiikan merkitys</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>• yksilölle</li> </ul>
<b>Sosiaalis-affektiiviset tavoitteet</b>	<i>Opiskelu- ja sosiaaliset taidot</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>• oma-aloitteisuus</li> <li>• sitkeys</li> <li>• yhteistyökyky</li> </ul>	<i>Opiskelu- ja sosiaaliset taidot</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>• keskittyminen</li> <li>• sääntöjen ja ohjeiden noudattaminen</li> <li>• yhteistyökyky</li> </ul>
	<i>Henkinen kasvu</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>• motivaatio</li> <li>• itseluottamus</li> </ul>	<i>Henkinen kasvu</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>• itseluottamus</li> <li>• vastuu</li> </ul>

#### 4.2.4 Matematiikan opetus suomalaisessa opetuksen tutkimuksessa

Opetussuunnitelman tehtävänä on määrittää ne tavoitteet ja rajoitukset, joita yhteiskunnan taholta koululle ja siellä tapahtuvalle kasvatus- ja opetustyölle asetetaan. Viime kädessä opetustapahtuma ilmenee opettajan tästä opetussuunnitelmasta tekemien tulkintojen mukaisesti. Siten – tässä yhteydessä erityisesti matematiikan – opetus-opiskelu-oppimisprosessi ei käytännössä toteudu täysin opetussuunnitelmaa vastaavana eikä myöskään samankaltaisena luokasta luokkaan. Käsillä olevassa tutkimuksessa avataan muutaman luokan ovi ja havainnoidaan, mitä matematiikan oppitunneilla todellisuudessa näyttää tapahtuvan, mutta sitä ennen tarkastellaan vielä, millaisen kuvan aiempi suomalainen tutkimus matematiikan opetuksesta luo. Tehtävä on haastava, koska kuten Krzywacki ym. (2010) toteavat viimeisen kahdenkymmenen vuoden aikana suomalaisessa matematiikan opetuksen tutkimuksessa luokahuone-tutkimus on jäänyt lähes huomiotta. Samaan päätelmään tulevat myös Pehko-

nen ja Rossi (2007, s. 143). He toteavat, että esimerkiksi tyypillisen matematiikan oppitunnin kulun kuvaileminen on vaikeaa, koska aiheesta ei juurikaan ole tutkimustietoa. Näkemykset oppitunnin kulusta perustuvat usein opettajien omakohtaisiin kokemuksiin.

Seuraavassa katsauksessa luodaan kuvaa suomalaisen matematiikan opetuksen luonteesta sellaisena kuin se (mahdollisesti) ilmenee käytännön kouluelämässä ja matematiikan oppitunneilla pääasiassa Opetushallituksen teettämien opetusta koskevien tutkimusten (ks. Norris ym. 1996) sekä oppimistulosten seuranta-arvioiden (ks. Niemi, 2008; Niemi & Metsämuuronen, 2010), PISA-tutkimuksen myötä syntyneiden julkaisujen (ks. esim. Pehkonen ym. 2007), viimeaikaisten väitöskirjatutkimusten (ks. esim. Perkkilä, 2002; Tikkanen, 2008) sekä muutamien matematiikan opetuksen tutkimuksen kehitystä tarkastelevien selvitysten (ks. Pehkonen, 2009; Krzywacki ym. 2010) avulla.

Kaiken kaikkiaan suomalaista opetuskulttuuria luonnehditaan pikemminkin perinteiseksi kuin innovatiiviseksi. Useimmiten opetuksen ja opiskelun kuvataan toteutuvan opettajakeskeisenä frontaaliopetuksena, jolloin koko luokka seuraa opettajan esittävää tai kyselevää opetusta. Vuoden 1994 opetussuunnitelmauudistuksen jälkeen Opetushallituksen pyynnöstä brittiläinen tutkijaryhmä selvitti, miten konstruktivistiseen ajattelutapaan pohjaava opetussuunnitelmauudistus ilmenee suomalaisessa koulutodellisuudessa (ks. Norris ym. 1996). Kyseinen tutkijaryhmä keräsi havainnointi- ja haastatteluai- neistoaan 50:stä ala- ja yläkoulusta, joita kuvailtiin ”hyviksi ja innovatiivisiksi” kouluiksi, ja jotka olivat erityisesti kiinnostuneita opetussuunnitelmauudistuksesta. Tutkimuksen tulokset eivät mairitelleet. Opetussuunnitelmauudistuksen periaatteet eivät näyttäneet toteutuvan käytännön opetus- ja opiskelutyössä. Yksilöllistetty ja oppilaskeskeinen työskentely oli varsin harvinaista.

Pehkonen ja Krzywacki-Vainio (2007, ss. 159–160, 162–163) toteavat Norrisin ym. (1996) tutkimukseen viitaten, että suomalaisten PISA-menestys ei voi johtua kovin innovatiivisista opetus- ja opiskelumenetelmistä. He kuitenkin muistuttavat, että vaikka opetus näyttää konservatiiviselta, niin tämä ei ole koko totuus. Pehkonen ja Krzywacki-Vainio kuvailevat suomalaisia opettajia harkitsevaisiksi. Opettajat haluavat varmistua siitä, että oppilaat todella oppivat ja pyrkivät välttämään ns. ”opetusviihdetta”, mutta ovat myös valmiita kokeilemaan uusia opetus- ja opiskelumenetelmiä kokiessaan ne tarkoituksenmukaisiksi. PISA-tuloksiin viitaten Pehkonen ja Krzywacki-Vainio tulevat johtopäätöksen, jonka mukaan suomalaiset opettajat ovat löytäneet menestyksekkään tavan yhdistää perinteiset ja innovatiiviset opetus- ja opiskelumenetelmät. Vaikka matematiikan oppitunnit voivat vaikuttaa perinteiseltä, niin oppilaiden aktiivisuuden ja osallistumisen taso on kuitenkin korkeaa, ja ennen kaikkea opetus- ja opiskeluprosessia ohjaa korkeatasoisen opettajankoulutuksen saanut ammattilainen, joka on selvillä toimintansa tavoitteista ja keinoista niiden saavuttamiseen (ks. myös Joutsenlahti & Vainionpää, 2010, s. 162). Suomalaisella opettajalla on hyvin itsenäinen rooli ja hän on itse vastuussa sopivien opetus- ja opiskelumenetelmien valinnasta.

Toisaalta jotkut perinteisistä menetelmistä ovat vain osoittautuneet ajan kuluksa varsin päteviksi. Tästä esimerkkinä Pehkonen ja Krzywacki-Vainio (2007, ss. 159–160, 162–163) mainitsevat päässääläskut. Oppilaiden itsenäinen työskentely on toinen matematiikan oppituntiin kuuluva perinne. Mittava osa oppitunnista käytetään hiljaiseen, oppilaiden itsenäiseen työskentelyyn, jonka aikana he harjoittelevat opiskeltavaa asiaa useimmiten oppikirjojensa avulla. Yksilöllisen työskentelyn voidaan katsoa noudattavan konstruktivismin periaatteita oppilaan omasta aktiivisuudesta, vaikka se ei olekaan kovin ”nykyaikainen” opiskelumenetelmä. Myös kotitehtävät ovat olennainen osa matematiikan opiskelua. Vaikka suomalaiset oppilaat PISA-tulosten mukaan käyttävät vähemmän aikaa kotitehtävien tekemiseen kuin useimmissa muissa maissa, on kotitehtävillä silti erityinen rooli suomalaisessa peruskoulussa. Kotitehtäviä annetaan säännöllisesti ja usein ne tarkastetaan oppitunnilla. Siten ne ovat myös keino antaa oppilaille jatkuvaa palautetta osaamisestaan.

Myös Norris ym. (1996) tuovat raportissaan esiin suomalaisen opetuksen paremman puolen. He kiinnittävät huomionsa erityisesti opettajan ja oppilaiden välisen vuorovaikutuksen laatuun. Opettajien suhde oppilaisiin kertoi useimmiten huolenpidosta ja keskinäisestä kunnioituksesta eikä niinkään tiukasta kurista tai auktoriteetista. Tätä samaa asiaan – opettajan ja oppilaiden välistä tasa-arvoa, luottamusta ja inhimillistä vuorovaikutusta – on aivan äskettäinkin ihmetelty kansainvälisellä tasolla (ks. Sahlberg, 2011; MTV3, 1.12.2011; Helsingin sanomat, 2.12.2011).

Opetushallitus on vuodesta 1998 asti tehnyt matematiikan oppimistulosten arviointeja (ks. Niemi, 2001; 2004; 2008; Huisman, 2006; Niemi & Metsämuuronen, 2010). Arviointien tavoitteena on selvittää, miten valtakunnallisissa opetussuunnitelman perusteissa asetetut matematiikan opetuksen ja oppimisen tavoitteet on saavutettu. Kaksi viimeisintä raporttia (Niemi, 2008; Niemi & Metsämuuronen, 2010) kuvaavat kuudesluokkalaisten oppimistuloksia vuosilta 2007 ja 2008, mutta nostavat esiin myös käsillä olevan tutkimuksen kannalta mielenkiintoisia näkökohtia liittyen matematiikan opetuksen toteutumiseen käytännössä. Raporttien mukaan tärkein opettajan opetusta ohjaava tekijä on oppikirja ja siihen liittyvä opettajanopas. Opettajat hyödyntävät mielellään oppikirjan tarjoamaa ”aukeama tunnissa” -ajattelua sekä oppaan valmiita ehdotuksia tunnin rakenteeksi ja aktiviteeteiksi. Opetussuunnitelman merkitys opetuksen ohjaajana on toissijainen. Tämä tulos oppikirjan vahvasta asemasta on samansuuntainen aiempien tutkimusten kanssa (ks. esimerkiksi Kupari 1999, Perkkilä 2002, Törnroos 2004, Heinonen, 2005). Muina opetukseen keskeisesti vaikuttavina tekijöinä opettajat korostavat oppilaiden myönteistä asennetta sekä itsenäisen työskentelyn tärkeyttä. Lisäksi toimintamateriaalin käyttö on erityisesti alakoulun opetukselle ominaista.

Matematiikan opetuksen oppikirjasidonnaisuudesta seuraa Joutsenlahden ja Vainionpään (2010, ss. 139–140) mukaan se, että oppitunnit vakioituvat noudattamaan tiettyä, oppikirjan ja opettajanoppaan ehdottamaa kaavaa. Oppitunti alkaa kotitehtävien tarkistuksella sekä päässääläskuilla tai pelillä, joita seuraa uuden asian opettaminen usein opetuskeskustelua ja esimerkkitehtäviä

hyödyntäen. Lopputunnin ajan oppilaat työskentelevät pääsääntöisesti itsenäisesti oppikirjan tehtäviä ratkoen. Oppitunnin lopuksi opettaja antaa oppilaille uudet kotitehtävät. Samalla tavoin ns. tyypillisen matematiikan oppitunnin kulkua kuvailevat myös Pehkonen ja Rossi (2007, s. 144), Pehkonen (2009, ss. 76–77) sekä Tikkanen (2008, s. 51).

Patrikainen (2001) on tarkastellut pro gradu -tutkielmassaan kuuden, neljättä vuosiluokkaa opettavan luokanopettajan matematiikan opetusta ja tullut samankaltaisiin tuloksiin. Matematiikan oppitunnit jakautuivat tunnin alun arviointi- ja opetusvaiheisiin, joiden työtavat korostivat oppilaiden vastaanottavaa ja ohjattua opiskelua sekä lopputunnin harjoitteluvaiheeseen, jolloin oppilailta edellytettiin omatoimista opiskelua. Oppituntien arviointivaihe koostui useimmiten kotitehtävien tarkistuksesta, joka oli luonteeltaan vuorovaikutteista oppilaiden esittäessä mielipiteitään ja pohdittaessa ongelmakohtia yhteisesti. Opetusvaiheessa opettajat käyttivät tavallisesti kyselevää opetusta, mutta myös vuoropuheista opetusta. Yhteistä kaikille tutkimukseen osallistuneille opettajille oli myös havainnollistamisen käyttö käsitteenmuodostuksen tukena. Harjoittelun määrä oli hallitsevaa oppituntien kulussa. Sen osuus oli noin kaksi kolmasosaa koko oppitunnista. Harjoittelua esiintyi eri muodoissa, joista suosituin oli oppilaiden itsenäinen harjoittelu oppikirjan tehtäviä laskien. Muita harjoittelun muotoja, kuten yhteistä harjoittelua, päässä laskuja ja pelejä, käytettiin ajallisesti vähemmän.

Myös Perkkilä (2002) on tutkimuksessaan selvittänyt matematiikan opetuksen toteutumista kuuden alkuopetuksessa toimivan luokanopettajan toiminnassa. Tulosten mukaan perinteiset matematiikan opetuksen ja opiskelun tavat olivat edelleen elinvoimaisia, ja vaikka opettajilla oli hyvinkin dynaamisia uskomuksia matematiikasta, eivät ne käytännössä juurikaan ilmentyneet. Heidän pyrkimyksenä oli opettaa matematiikkaa ymmärtämisen näkökulmasta, mutta tavoitteena oli kuitenkin matematiikan oppikirjan sisältöjen läpikäyminen. Opetuksen tukena käytettiin usein toimintamateriaaleja, mutta tehtävien vastauksista tai ratkaisumenetelmistä ei juurikaan oppilaiden kanssa keskusteltu. Oppilaiden tehtävänä oli siten pikemminkin tiedon vastaanottaminen kuin omien ajatusten ja perusteluiden esittäminen.

Joutsenlahti ja Vainionpää (2010, s. 146) toteavat, että vaikka tutkimustulokset osoittavat suomalaisten opettajien olevan tyytyväisiä tarjolla olevaan matematiikan oppimateriaaliin, on tässä vaarana se, että oppimateriaali strukturoi opettajien toimintaa liiankin paljon eikä siten enää palvele tarkoitustaan. Heidän mukaan opettajia tulisi rohkaista rikkomaan rutiineja ja kokeilemaan monenlaisia lähestymistapoja opetuksen toteuttamiseen. Suomalaisen matematiikan opetuksen tutkimuksen piirissä onkin selvitelty näitä opetuksen mahdollisia toteuttamisen tapoja mm. erilaisten vertailujen ja opetuskokeilujen avulla. Nämä tutkimukset eivät anna yleistä kuvaa siitä, miten opetus todellisuudessa toteutuu, mutta nostavat kuitenkin esiin suomalaisen matematiikan opetuksen ja sen tutkimuksen piirissä tärkeinä pidettäviä näkökulmia.

Pehkonen (2009) tarkastelee suomalaisia koulumatematiikkaan kohdistuvia väitöskirjatutkimuksia vuosilta 1984–2009. Lähinnä alakouluun sijoittu-



vasta matematiikan opetuksen tutkimuksesta käy ilmi, että tutkimuksissa ollaan oltu kiinnostuneita mm. toimintamateriaalin käytöstä käsitteenmuodotuksessa sekä oppilaiden reaktioista niihin (Lindgren, 1990). Tähän aihepiiriin liittyen on myös vertailtu suomalaista ja unkarilaista matematiikan opetusta (Räty-Zaborsky, 2006; Tikkanen, 2008). Lisäksi on pohdittu pelien merkitystä oppilaiden motivaatiossa (Sinnemäki, 1998). Opetussuunnitelmassa keskeisinä seikkoina ilmenevät matemaattisen ajattelun sekä ongelmanratkaisun taitojen kehittäminen ovat myös olleet esillä muutamissa tutkimuksissa (Joutsenlahti, 2005; Leppäaho, 2007). Merkittäviä tutkimusaiheita ovat lopulta myös tunteet ja uskomukset, joilla on välillisesti keskeinen rooli matematiikan opetuksen ja opiskelun toteutumisessa (Huhtala, 2000; Hannula, 2004; Kupari, 1999; Kaasila, 2000; Perkkilä, 2002; Pietilä, 2002).

Myös Krzywacki ym. (2010) tekevät selkoa suomalaisesta matematiikan opetuksen tutkimuksesta viimeisen kahdenkymmenen vuoden ajalta (1990–2009) väitöskirjojen sekä kansallisesti ja kansainvälisesti julkaistujen konferenssi- tai lehtiartikkeleiden avulla. Matematiikan opetuksen osalta he toteavat, että vielä 1990-luvulla oltiin kiinnostuneita konstruktivistisen oppimiskäsityksen seurauksista matematiikan opetuksessa, mutta 2000-luvulla opetuksen yleisiä periaatteita ei juurikaan ole enää tarkasteltu (ks. esim. Keranto, 1993; Björkqvist, 1994; Pehkonen, 2000). Toinen keskeinen tema on hyvän matematiikan opetuksen kriteerit. Tällöin merkittävään asemaan on nostettu opettajan ja oppilaiden välinen vuorovaikutus, jossa oleellista on opettajan taito tunnistaa ja tukea oppilaan ajatteluprosesseja. Toisaalta matematiikka oppiaineena omine erityispiirteineen vaikuttaa opetuksen toteutumiseen. Kiinnostuksen kohteena on esimerkiksi matemaattisten käsitteiden opettaminen ja opiskelu, jota on tarkasteltu konkreettisten välineiden hyödyntämisen näkökulmasta (ks. esim. Merenluoto & Lehtinen, 2004; Merenluoto, 2005). Myös muu matematiikan oppimateriaalit ja tekniset apuvälineet ovat olleet tutkimuksen aiheina (ks. esim. Heinonen, 2005; Joutsenlahti & Vainionpää, 2007; Kadijevic ym., 2005; Pesonen ym., 2002; Pesonen ym. 2006). Matematiikan opetuksen tutkimuksen piiriin kuuluvat lisäksi opetuksen kehittämiseen tähtäävät opetuskokeilut. Lähtökohtana näissä tutkimuksissa on, että opetusympäristö ja käytetty oppimateriaali muuttavat tapaa opiskella ja oppia matematiikkaa ja siten kehittävät mm. oppilaiden ajatteluprosesseja ja ongelmanratkaisutaitoja (ks. esim. Keranto, 1990; Repo, 1996; Haapasalo, 1998b; Ruokamo, 2000; Sorvari, 2001; Sorvari & Pehkonen, 2001).

Edellä on tarkasteltu matematiikan opetuksen luonnetta useista eri suunnista käsin ja yhteenvetona voidaan todeta, että näkemykset siitä, miten matematiikkaa tulee opettaa vaihtelevat historiallisesti ajan hengen mukaan, mutta myös suhteessa siihen puhutaanko opetussuunnitelman mukaisesta – eräänlaisesta yhteiskunnan määrittämästä ”ihanteesta” – vai kouluelämässä ilmenevästä opetustodellisuudesta. Yleinen käsitys on, että suomalainen matematiikan opetus toteutuu melko perinteisellä tavalla, vaikka niin opettajien kuin matematiikan opetuksen tutkijoidenkin toimesta opetuskäytänteiden muutoksen tarve tuodaan esiin.

## 5 Tutkittavan ilmiön teoreettinen mallintaminen ja keskeiset käsitteet tässä tutkimuksessa

Luvussa 3 on tarkasteltu kasvatustieteellisessä kirjallisuudessa esiintyviä erilaisia opetuksen käsitteen määrittelyitä sekä eritelty pitkälti keskieurooppalaiseen ja skandinaaviseen ajattelutapaan tukeutuen opetuksen olemusta ominaispiirteineen ja perustekijöineen sekä kuvattu näiden tekijöiden välisiä suhteita erityisesti didaktista kolmiota hyödyntäen. Lisäksi luvussa 4 on pohdittu käsillä olevan tutkimuksen ainedidaktisen kontekstin – matematiikan – merkitystä opetuksen määrittelyssä ja muotoutumisessa. Edellä kuvattuun perustuen esitän tässä luvussa kootusti ne keskeiset käsitteet määrittelyineen, jotka lähtökohtaisesti edustavat käsitystäni tutkittavasta ilmiöstä – matematiikan opetuksesta – ja jotka siten suuntaavat kyseisen ilmiön empiiristä tarkastelua. Käsitkseni matematiikan opetuksesta koostuu seuraavista kolmesta näkökulmasta:

- 1) Opetus ymmärretään laajasti *opetustapahtumana*, jota nimitetään tarkemmin myös *opetus-opiskelu-oppimisprosessiksi*.
- 2) Matematiikan opetusta hahmotetaan praktisesti *sosio-konstruktivistisen opetussuunnitelma-ajattelun* näkökulmasta ja toisaalta teoreettisesti *didaktisen suhteen* avulla.
- 3) Tutkijan esiymmärrys matematiikan opetuksesta kiteytyy *opetustapahtumaa kuvaavaksi teoreettisesti käsitteistöksi*, jota tutkimuksen kulussa koetellaan empiirisen aineiston analyysin ja tulosten pohdinnan avulla.

### 5.1 Käsitys opetuksesta

#### *Opetustapahtuma – opetus-opiskelu-oppimisprosessi*

Tässä tutkimuksessa ymmärrän opetuksen laajana kokonaisuutena – *opetustapahtumana* – joka sisältää niin opetussuunnitelman kuin kaikki luokkahuoneessa tapahtuvat opetus- ja opiskelutilanteet. Opetustapahtuman keskeiset tekijät ovat *opettaja*, *oppilas* ja *sisältö*. Määrittelen opettajan toiminnan opettamiseksi ja oppilaiden toiminnan opiskeluksi. Näitä kumpaakin toimintaa yhdistää tietoisuus ja aktiivisuus. Liitän tämän käsitykseni opetuksesta *intentionaalisen opetuksen* käsitteen määrittelyn piiriin. Siten sekä opettajan että oppilaan toiminnan päämääränä on oppiminen, mutta kummankaan toiminnan – opetuksen eikä opiskelun – ei ajatella takuuvarmasti johtavan oppimiseen.

Tutkimusta ohjaava käsitykseni opetuksesta perustuu pitkälti Kansasen (1999) opetuksen käsitteen määrittelyyn. Kansasen – kuten myös Uljensin (1997) – tapaan tarkennan tässä yhteydessä opetustapahtuman käsitteen *opetus-opiskelu-oppimisprosessin* käsitteeksi. Tämän tarkennuksen myötä haluan korostaa jo edellä esiin tuotua opiskelun ja oppimisen käsitteiden erottamista

toisistaan kahdesta syystä: Ensinnä tutkimukseni didaktiseen tausta-ajatteluun nojautuen näen, että sekä opettamista että opiskelua tarvitaan tarkoituksenmukaisiin oppimistuloksiin pääsemiseksi. Toiseksi tutkimukseni rajautuu tarkastelemaan opettajan toimintaa. Oppilaiden opiskelutoiminta on luonnollisesti osa luokkahuoneen tapahtumia sekä opettajan ajattelun ja toiminnan kohde. Oppimistuloksiin käsillä olevan tutkimuksen puitteissa ei kuitenkaan oteta kantaa eikä niitä systemaattisesti tutkita. Näin ollen on perusteltua erottaa jo käsitteellisellä tasolla opiskelu ja oppiminen toisistaan. Luonnehdin *opiskelua* Kansanen (2003) ja Uljensin (1997) tavoin tietoiseksi ja opetustapahtumassa usein näkyväksi toiminnaksi, kun taas *oppiminen* on pitkälti tiedostamatonta ja tapahtuu piilevänä oppilaan mielessä. Siten myös useimmiten luokkahuoneeseen sijoittuvaa opetus- ja opiskelutoiminnan kontekstia nimitetään oppimisympäristön sijaan opiskelu- ja oppimisympäristöksi.

### *Tavoitteisuus ja opetussuunnitelma*

Opetuksen olemuksessa on sisäänrakennettuna ajatus sen *tarkoituksuonteesta*. Opetuksella on aina jokin päämäärä, jota kohti edetään ja joka pyritään saavuttamaan. Tutkijat puhuvat usein intentionaalisuudesta (ks. esim. Yrjönsuuri, 1993; Uljens, 1997), mutta tässä tutkimuksessa päädyn käyttämään termiä *tavoitteisuus*. Tavoitteisuudella viitataan erityisesti Kansanen (2003; 2004; ks. myös Kansanen & Uusikylä, 1981) ajatuksiin *opetussuunnitelman* merkittävästä roolista opetus-opiskelu-oppimisprosessia suuntaavana tekijänä. Tällä haluan korostaa käsillä olevan tutkimuksen *institutionaalista kontekstia* eli koulua. Koulun toimintaa ohjaa lähtökohtaisesti yhteiskunnan arvomaailma, joka konkretisoituu ennalta asetettuina opetussuunnitelman tavoitteina. Opetussuunnitelman *tavoitteiksi* määrittelen *matemaattiset oppisisällöt*, mutta myös *opiskelu- ja sosiaalisiiin taitoihin* sekä *oppilaan persoonallisuuden kasvuun* liittyvät sisällöt.

Uljens (1997) suhtautuu opetussuunnitelman keskeiseen asemaan kriittisesti ja pitää kilpailevana – jopa todennäköisempänä – vaihtoehtona opettajan omien kokemusten, oppilaiden intentioiden sekä paikallisen kulttuurin vaikutusta opetuksen toteutumiseen. Tässä suhteessa omaa – opetussuunnitelman merkitystä korostavaa – näkökulman valintaani ohjaavat jälleen myös käytännölliset seikat tutkimuksen empiiriseen toteutukseen liittyen. Kuten edellä olen jo todennut, ensisijaisena mielenkiinnon kohteena on opettaja, ja tutkimusmenetelmällisillä valinnoilla – erityisesti videoaineistoon liittyen – pyrin tavoittamaan juuri opettajan toiminnan eikä niinkään oppilaita. Toisaalta teorialähtöisissä analyysissä ei tämän tutkimuksen puitteissa pystytä huomioimaan oppilaiden yksilöllisiä tarpeita ja kiinnostuksen kohteita, vaan analyysikäsitteistön sisältämät opetuksen ja opiskelun tavoitteet on johdettu suoraan opetussuunnitelmasta. Tämä ei kuitenkaan poissulje sitä mahdollisuutta, etteikö Uljensin korostama näkökohta oppilaiden intentioiden huomioimisesta opetussuunnitelman tavoitteiden rinnalla voi tulla aineiston analyysissä esiin.

Tässä mielessä erityisesti opettajan ajattelua kuvaavan stimulated recall -haastattelunaineisto voi antaa viitteitä niiden suuntaan.

### *Vuorovaikutus*

*Vuorovaikutus* on tavoitteisuuden ohella toinen opetus-opiskelu-oppimisprosessia määrittävä ominaispiirre. Opetuksesta ei voida puhua ilman, että toiminnassa on mukana vähintään kaksi henkilöä. Tässä tutkimuksessa vuorovaikutuksen piiriin kuuluu niin *opettajan ja oppilaiden välinen* kuin *oppilaiden keskuudessakin* ilmenevä kanssakäyminen. Vuorovaikutus voi olla luonteeltaan suoraa tai epäsuoraa. Tosin jälleen tutkimuksen fokuksista ja empiirisestä aineistosta johtuen, käytännössä näkökulma kiinnittyy pitkälti *opetus-opiskelu-oppimisprosessin interaktiiviseen toteutusvaiheeseen*.

Tässä yhteydessä määrittelen vuorovaikutusta ilmentävinä tekijöinä *vas- tuun, aktiivisuuden sekä opetus- ja opiskelumenetelmät*. Vastuu viittaa siihen, kenellä on ensisijainen vastuu opetus-opiskelu-oppimisprosessin etenemisestä. Aktiivisuudella puolestaan tarkoitan sitä, kuka, ketkä tai millaiset ryhmit- tymät luokahuoneessa toimivat aktiivisesti tämän prosessin kulussa. Vuoro- vaikutuksen näen ilmenevän myös niissä opetuksen ja opiskelun muodoissa, joita opettaja prosessin kulussa hyödyntää. Tämä vuorovaikutuksen määrittely – opetus- ja opiskelutilanteissa konkreettisesti havaittavissa olevien näkökoh- tien avulla – perustuu sekä Koskenniemen ja Hälisen (1970) että Engeströmin (1987) esittämiin opetuksen perusmuotoihin. Kyseinen määrittely ei juurikaan huomio luokahuoneessa vallitsevaa ilmapiiriä. Pyrkiessäni opettajan peda- gogisen toiminnan analyysissä mahdollisimman neutraaliin kuvaukseen ope- tus-opiskelu-oppimisprosessin tapahtumista näen, että ilmapiirin määrittämi- nen olisi vahvasti subjektiivinen tulkintani. Kuten tavoitteisuuden kohdalla, myös vuorovaikutuksen osalta jääköön tämä puoli opettajien esiintuomaksi ja tulkittavaksi stimulated recall -haastatteluiden välityksellä.

## **5.2 Didaktinen suhde opettajan opetuskäsityksen ilmentäjänä**

Teoreettisesti mallintaen tutkimukseni mielenkiinto fokusoituu lopulta *didak- tisen kolmion* sisältämään *didaktiseen suhteeseen* (ks. Kansanen & Meri, 1999; Kansanen, 2003), joka kuvaa käsitteellisellä tasolla tutkimaani ilmiötä – matematiikan opetusta – ja osoittaa näkökulmani rajauksen opetustapahtuman didaktiseen puoleen. Kuten Kansanen ja Meri (1999; ks. myös Kansanen, 2003) toteavat, viime kädessä koko opetustapahtuma tähtää opetuussuunnitel- massa esitettyjen tavoitteiden saavuttamiseen ja siten oleellisinta opetus- opiskelu-oppimisprosessissa on oppilaan ja opiskeltavan sisällön yhteys. Tätä ajatusta seuraten *opettajan työssä* oleellisinta on puolestaan juuri *oppilaan ja sisällön välisen kanssakäymisen ohjaaminen*.

Didaktiselle suhteelle on ominaista, ettei sille voida määrittää valmiita sääntöjä eikä se toteudu universaalisti samalla tavoin eri opetustapahtumissa. Kansanen ja Meren (1999, ks. myös Kansanen, 2003) termiä lainaten jokaisel-

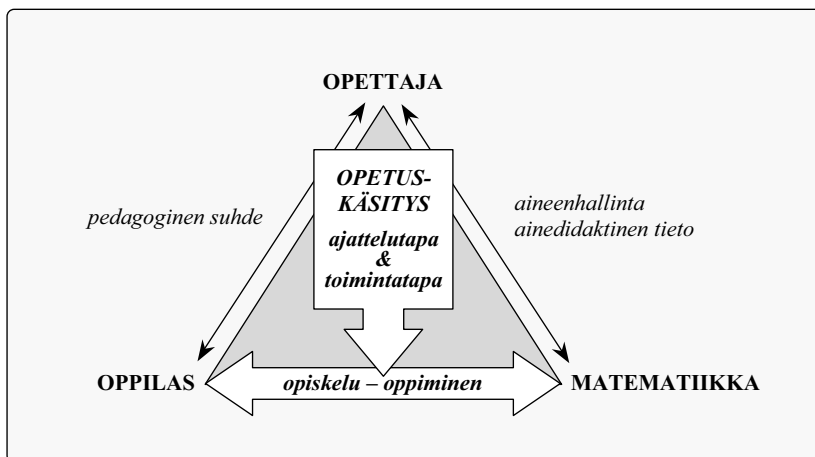
la opettajalla on siten ”oma didaktiikkansa”. Tähän ajatukseen viitattaessa käytän tässä tutkimuksessa termiä ”*opetuskäsitys*”. Liittän opetuskäsityksen vastaavanlaisten opettajan henkilökohtaista tieto- ja uskomusjärjestelmää sekä kasvatuksellisen päätöksenteon vastuullisuutta korostavien käsitteiden – kuten praktinen tieto tai teoria, implisiittinen teoria, käyttöteoria ja opettajan pedagoginen ajattelu – joukkoon (ks. luku 1.3.3).

Kuten edellä on todettu, opetuksen olemusta on hankala tavoittaa yksiselitteisesti. Siten tämänkin tutkimuksen kohteena ovat *opettajien henkilökohtaiset käsitykset matematiikan opetuksesta* eli nimensä mukaisesti opetuskäsitykset. Termillä ”*opetus*” viitataan edellä esittämäni opetuksen määritelmään, jonka mukaan opetus ymmärretään laajana kokonaisuutena, opetus-opiskelu-oppimisprosessina, jolle ominaista ovat vuorovaikutus ja tavoitteisuus, ja joka ohjautuu yhteiskunnan arvomaailman suunnassa opetussuunnitelmaa apuna käyttäen. Näin ollen myös opettajien opetuskäsitysten ajatellaan olevan laaja-alaisia, jotka sisältävät monipuolisesti koko opetuksen kirjon.

Käytän tässä yhteydessä termiä ”*käsitys*” erotuksena esimerkiksi uskomuksista tai näkemyksistä. Määrittelen käsitykset Pehkosen (1998, ss. 45–46; 1999, s. 121) tapaan *tietoisina uskomuksina*. (Ks. tarkemmin luku 1.3.3.) Ymmärrän käsitysten sisältävät voimakkaan kognitiivisen ulottuvuuden, mutta myös affektiivisen värityksen. Mahdollisten affektiivisten piirteiden huomioimista perustelen erityisesti sillä, että matematiikka tieteenalana herättää ihmisissä usein voimakkaitakin tunnereaktioita (ks. esim. Pietilä, 2002). Kiinnostukseni kohdentuu nimenomaan tiedostettuihin uskomuksiin sen vuoksi, että tämän tutkimuksen menetelmällisillä valinnoilla ajattelen tavoittavani pääasiassa opettajan eksplikoimia – siis tiedostettuja – käsityksiä matematiikan opetuksen luonteesta. Opettajan tiedostamattomia uskomuksia – hiljaista tietämistä – on kyllä tutkittu havainnoimalla ja stimuloidun recall -haastattelumenetelmää hyödyntäen (ks. Toom, 2006). Tällöin aineiston keruu on kuitenkin järjestetty toisella tavalla, ja erityisesti tutkijan rooli sekä havainnoinnin fokus ovat tutkimustilanteissa olleet ratkaisevasti erilaisia (ks. Patrikainen & Toom, 2004a; 2004b; 2005).

*Opetuskäsitys* ymmärretään tässä tutkimuksessa – edellä esitettyihin opetuksen ja käsityksen määritelmiin viitaten – *opettajan henkilökohtaisten ja tiedostettujen uskomusten (eli käsitysten) muodostamana kokonaiskuvana matematiikan opetuksesta*. Tarkennan määritelmäni vielä sisällöllisestä näkökulmasta käsin, jota kuvio 5.1 havainnollistaa. Tässä tutkimuksessa opetuskäsitys vastaa kysymykseen ”*Miten opettaja hahmottaa didaktisen suhteen?*”. Opetuskäsitys koostuu sekä opettajan *pedagogisesta ajattelutavasta* että hänen *pedagogisesta toimintatavastaan*. Termillä ”*tapa*” viitataan siihen, että didaktisen suhteen luonteenomaisesti kyse on opettaja *persoonallisesta* ja *praktisesta* tavasta toimia ja ajatella pedagogisissa tilanteissa. Opettajan pedagoginen toimintatapa on *näkyvissä* opetus-opiskelu-oppimisprosessin kulussa. Tämän tutkimuksen puitteissa se on välittömästi havaittavissa vain opetuksen interaktiivisen vaiheen osalta, mutta oppituntitilanteet heijastelevat välillisesti myös opetuksen suunnittelu- ja arviointivaiheita. Opettajan pedagoginen ajat-

telutapa ilmenee puolestaan opettajan omaan toimintaansa liittämässä *peruste-luissa*.



**Kuvio 5.1.** Opetuskäsitys didaktisen suhteen kontekstissa.

Keskeistä tässä ajattelussani on, että opettajan pedagogisen ajattelu- ja toimintatapojen ymmärretään olevan vahvasti *toisiinsa sitoutuneita* ja ilmenevän *tii-viissä vuorovaikutuksessa* keskenään. Tästä syystä niitä ei myöskään tutkittavan ilmiön empiirisen tarkastelun yhteydessä aseteta vastakkain ristiriitaisuuksia etsien – vaikka niitä tutkimusten mukaan toki ilmeneekin (ks. esim. Kupari 1999; Furinghetti 1996; Ernest 1991). Käsillä olevassa tutkimuksessa olen kiinnostunut erityisesti siitä, mitä luokkahuoneessa käytännössä näyttää tapahtuvan ja mitä opettajan ajattelu kertoo siitä lisää. *Ymmärrys opettajan toimintatavasta siis syventyy selvittelemällä myös opettajan ajattelutapaa*, ja yhdessä nämä näkökohdat muodostavat kunkin opettajan persoonallisen opetuskäsityksen.

Tutkimukseni sijoittuu erityisesti *matematiikan opetuksen* kontekstiin ja siten didaktisen suhteen ja sen myötä opettajien opetuskäsitysten tarkastelu saa ominaisluonteensa *matemaattisen oppiaineen* myötä. Syrjäläinen ym. (2004) konkretisoivat osuvasti didaktisen suhteen ilmenemistä opetustapah-tumassa juuri opiskeltavan sisällön näkökulman huomioiden. He toteavat, että opettaja jäsentää opiskeltavaa oppiainesta sekä kyseisen *oppiaineen tieteen-alasta* että *didaktisista perusteista* käsin. Opettajan pedagoginen ajattelu ohjaa tätä sisällön muokkausta sellaiseen muotoon, että oppilaat kykenevät sen omaksumaan. Didaktinen suhde liittyy siis opettajan *ainedidaktisiin taitoihin* ja on käytännössä havaittavissa opettajan ja oppilaiden välisenä vuorovaiku-tuksena opetus- ja opiskelutilanteissa. Tästä käytännöstä näkökulmasta käsin he kuvaavat didaktisen suhteen luonnetta jäsentäen sitä pedagogisen ajattelun tasojen (ks. luku 1.3.3) mukaisesti (ks. taulukko 5.1).

**Taulukko 5.1.** Didaktisen suhteen luonnehdintaa opettajan pedagogisen ajattelun eri tasoilla Syrjäläistä ym. (2004) mukailleen.

AJATTELUN TASO	DIDAKTISEN SUHTEEN LUONNEHDINTAA
<i>Metateorian taso</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>tietoisuus oppiaineen ja sen opetuksen historiasta ja perinteistä sekä arvomaailmasta</li> <li>näkemyks oppiaineen merkityksestä oppilaiden elämässä ja yhteiskunnassa</li> <li>oppiaineen didaktiikkaan liittyvien perinteiden ja siten myös oman opetuksen kriittinen tarkastelu</li> </ul>
<i>Objektiteorian taso</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>käsitys oppiaineesta opetussuunnitelman osana</li> <li>käsitys oppiaineen opetuksen teoreettisista perusteista liittyen tavoitteisiin, keskeisiin käsitteisiin ja sisällön rakentumiseen opetus-opiskelu-oppimis-prosessissa</li> </ul>
<i>Toimintataso</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>oppiaineen perustietojen ja -taitojen hallinta</li> <li>näkemyks erilaisista opetusmenetelmistä ja oppimateriaaleista sekä niiden hyödyntämisestä</li> <li>näkemyks oppilaiden osaamisen tasosta ja oppimisen ongelmista</li> <li>opetussuunnitelman suunnassa tapahtuva sisältöjen priorisointi</li> </ul>

### 5.3 Opetustapahtumaa kuvaava teoreettinen käsitteistö

Viime kädessä tutkimaani ilmiötä – matematiikan opetusta – koskeva esiymmärrykseni kiteytyy edellä esitettyyn teoriaan ja käsitteenmäärittelyyn perustuen *opetustapahtumaa kuvaavaksi teoreettiseksi käsitteistöksi* (ks. taulukko 5.2 ja liite 5.1). Oleellista tässä laatimassani käsitteistössä on, että se toimii *lähtökohtana* matematiikan opetuksen tutkimiseen tai tarkemmin ilmaistuna opettajien opetuskäsitysten tarkasteluun ja lopulta didaktisen suhteen mallintamiseen. Käsitteistön ei siis ajatella olevan valmis matematiikan opetusta kuvaava malli, vaan sitä *koetellaan ja täsmennetään* tutkimuksen kulussa sekä empiirisen aineiston että tulosten pohdinnan myötä. Ennen siirtymistäni tutkimuksen empiiristä toteutusta käsittelevään raportin kolmanteen osaan esittelen tämän opetustapahtumaa kuvaavan teoreettisen käsitteistön keskeisine tekijöineen sekä sen kirjallisen lähteistön, johon tämä tutkimustani lähtökohtaisesti ohjaava käsitteistö pohjautuu.

Opetustapahtumaa kuvaavan teoreettisen käsitteistön tavoitteena on valottaa opetustapahtumaa erityisesti didaktisen suhteen näkökulmasta matematiikan opetuksen kontekstissa. Tällä näkökulmalla – tai lyhyemmin sanottuna *didaktisella näkökulmalla* – tarkoitan sitä, *miten opetustapahtuman keskeiset tekijät ilmenevät matematiikan opetus-opiskelu-oppimisprosessissa sekä opettajan päätöksenteossa*. Aiemmin esitetyt opetustapahtuman perustekijät ymmärretään tässä yhteydessä neljäksi eri kokonaisuudeksi, joita nimitän *didaktisiksi tekijöiksi*: 1) *sisällön rakentuminen*, 2) *tavoitteet*, 3) *opetus- ja opiskelutoiminnan organisointi* ja 4) *vuorovaikutus*. Jokainen näistä tekijöistä määrittyy yksityiskohtaisemmin erilaisten pedagogisen toiminnan piirteiden suhteen.

**Taulukko 5.2.** Opetustapahtumaa kuvaavan teoreettisen käsitteistön osa-alueet ja lähteet.

DIDAKTISET TEKIJÄT	Havainnoinnin kohde	Hyödynnetty lähteistö
<i>Matemaattinen sisältö</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• opetus-opiskelu-oppimis-prosessin matemaattinen aihe</li> <li>• opiskeltavan matemaattisen sisällön rakentuminen prosessin kuluksa</li> </ul>	—
<i>Matematiikan opetuksen ja opiskelun tavoitteet</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• opiskeltavat matemaattiset sisällöt ja toimintatavat</li> <li>• kognitiiviset tavoitteet</li> <li>• sosiaalis-affektiiviset tavoitteet</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Peruskoulun opetus-suunnitelman perusteet 1994</li> <li>• Perusopetuksen opetus-suunnitelman perusteet 2004</li> </ul>
<i>Opetus- ja opiskelutoiminnan organisointi</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• opetukselliset vaiheet</li> <li>• matematiikan opetuksen ja opiskelun lähtökohta</li> <li>• matematiikan opetuksen ja opiskelun konteksti</li> <li>• opetuksen ja opiskelun vaatimat matemaattiset prosessit</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Engeström (1987)</li> <li>• TIMSS 1999 Video Study</li> <li>• Peruskoulun opetus-suunnitelman perusteet 1994</li> <li>• Perusopetuksen opetus-suunnitelman perusteet 2004</li> <li>• videoaineisto</li> </ul>
<i>Vuorovaikutus</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• vastuu opetus-opiskelu-oppimis-prosessin etenemisestä</li> <li>• aktiivisuus opetus-opiskelu-oppimisprosessin kuluksa</li> <li>• työmuoto</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Koskenniemi &amp; Hälinen (1970)</li> <li>• Engeström (1987)</li> </ul>

Olen koonnut opetustapahtumaa kuvaavan teoreettisen käsitteistön useita eri lähteitä hyödyntäen. *TIMSS 1999 Video Study* (2003) on kansainvälinen vertailututkimus, jossa ensimmäistä kertaa videoaineiston avulla on tutkittu matematiikan opetusta seitsemässä eri maassa. Kyseinen tutkimus sisältää laajan käsitteistön, joka kuvaa matematiikan opetuksen ja opiskelun toteutumista useasta eri näkökulmasta käsin. Esiymmärrykseni perusteella valikoin tästä käsitteistöstä oman tutkimukseni ja sen sisältämän videoaineiston kannalta käyttökelpoisia osioita, jotka liittyivät opetus- ja opiskelutoiminnan organisointiin.

Keskeisin matematiikan opetusta ja opiskelua määrittävä asiakirja on opetussuunnitelma ja sen vuoksi valitsin *Peruskoulun opetussuunnitelman perusteet 1994* sekä *Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2004* yhdeksi analyysikäsitteistöni lähtökohdaksi määrittäessäni erityisesti matematiikan opetuksen tavoitteita. Tutkimusaineistoni on kerätty molempien opetussuunnitelman perusteiden (1994, 2004) käytössäoloaikana ja siksi hyödynsi niitä kumpaakin. Tavoitteiden määrittämisen lisäksi käytin opetussuunnitelman perusteita yhdessä TIMSS 1999 Video Study:sta valitsemieni käsitteiden kanssa kuvaamaan opetus- ja opiskelutoiminnan organisointiin liittyviä seikkoja. TIMSS 1999 Video Study:n käsitteistö on luotu siten, että se huomioisi mahdollisimman laajasti eri kulttuurien sisältämät matematiikan opetuksen ja opiskelun erityispiirteet. Nyt kuitenkin tutkimukseni toteutui suomalaisessa kontekstissa ja opetussuunnitelman perusteisiin vertaamalla kykenin arvioimaan, mitkä TIMSS 1999 Video Study:n käsitteistä ovat meidän koulukulttuuriimme sopivia ja mitä seikkoja sieltä kenties puuttuu.



Opetustapahtuman vuorovaikutuksen tarkastelu perustuu pitkälti *Koskeniemen ja Hälisen (1970)* opetuksen perusmuotoihin, jotka he jaottelevat sen mukaan kenellä on vastuu toiminnan etenemisestä oppituntitilanteessa ja kuka tai ketkä ovat aktiivisessa toimijan roolissa. Kyseinen luokittelu on nyt jo yli 40 vuotta vanha, mutta mielestä ajatus näistä kahdesta eri roolista on edelleen oleellinen sekä opetussuunnitelma-ajattelun mukainen ja siten käyttökelpoinen.

Toinen hiukan vanhempi, mutta edelleen relevantti lähde on *Engeströmin* esittämä käsitys opetuksen ulkoisista ja sisäisistä tekijöistä vuodelta 1987. Opetuksen ulkoisilla tekijöillä Engeström tarkoittaa opetuksen aikana välittömästi näkyviä seikkoja, kuten opetuksen muotoja ja ulkoista vuorovaikutusta. Sisäisillä tekijöillä viitataan kunkin opetuksen vaiheen opetukselliseen tehtävään eli oppimisprosessin ja oppilaan henkisen työskentelyn ohjaukseen. Tätä Engeströmin jaottelua olen hyödyntänyt ulkoisten tekijöiden osalta työmuotojen määrittelyssä sekä erityisesti opetuksellisten vaiheiden tunnistamisessa, tosin hieman yksinkertaistaen TIMSS 1999 Video Study:n mukaisesti. Näen, että kunkin opetuksen ja opiskelun vaiheen merkityksen pohtiminen on keskeistä myös opettajan toiminnan ymmärtämisen kannalta.

Seuraavaksi esittelen opetustapahtumaa kuvaavan käsitteistön sisältöä yleisesti. Kokonaisuudessaan käsitteistö on liitteenä 5.1, josta käyvät ilmi myös yksityiskohtaisemmat analyysi- ja luokitteluperusteet.

### ***Matemaattinen sisältö***

Opiskeltavan matemaattisen sisällön tarkastelu käsittää *sisällön rakentumisen kuvauksen*, joka perustuu sekä koko *jakson*, *oppituntien* ja *episodi*en aiheisiin että vapaamuotoisiin havaintoihin.

### ***Matematiikan opetuksen ja opiskelun tavoitteet***

Matematiikan opetuksen ja opiskelun *tavoitteet* on määritelty valtakunnallisten opetussuunnitelman perusteiden (1994, 2004) pohjalta kuudeksi keskeiseksi tavoitteeksi. Nämä matematiikan opetuksen ja opiskelun tavoitteet voidaan jakaa a) *opiskeltavien matemaattisten sisältöjen ja toimintatapojen* lisäksi b) *kognitiivisiin* tavoitteisiin, joita ovat lisäksi *matematiikan merkitys*, *matemaattinen ajattelu* sekä *matemaattinen tiedonkäsitys* sekä c) *sosiaalis-affektiivisiin* tavoitteisiin, joita ovat *opiskelu- ja sosiaaliset taidot* sekä *henkilöiden kasvu*. Tavoitteiden ilmeneminen ei ole toisiaan poissulkevaa, koska toiminta voi suuntautua samanaikaisesti kohti useampaa tavoitetta. Näin ollen samasta episodista voidaan määritellä useita tavoitteita, joista kuitenkin valitsin vain selkeästi keskeisimmät. Toiminnaksi, jossa tavoitteet ilmenevät, käsitetään luokassa yleisellä tasolla ilmenevä opetus ja opiskelu. Tämä sisältää opettajan ja oppilaiden toiminnan sekä keskustelun, jota käydään opettajan ja luokan kesken. Yksittäisen oppilaan näkökulmaa ei tuoda esille videohavainnoinnin tuottaman valikoituneen kuvauksen vuoksi.

### ***Opetus- ja opiskelutoiminnan organisointi***

Opetus-opiskelu-oppimisprosessin vaiheittaista rakentumista jäsennetään kuuden *opetuksellisten tehtävän* avulla: *johdattelu, uuden opetus, kertaus, harjoittelu, soveltaminen ja arviointi*. Lisäksi opetus- ja opiskelutoiminnan organisointi pitää sisällään opetuksen *lähtökohdan* sekä opetuksen ja opiskelun *kontekstin* ja sen vaatimien *matemaattisten prosessien* tarkastelun. Opetus- ja opiskelutoiminnan organisointiin liittyvistä näkökulmista lähtökohtien sekä vaadittujen matemaattisten prosessien ilmeneminen ei jälleen ole toisiinsa poissulkevaa, vaan niitä voidaan määritellä samasta episodista useita.

### ***Vuorovaikutus***

Vuorovaikutuksen muotoja tarkastellaan kolmesta eri näkökulmasta, jotka ovat 1) *vastuu toiminnan etenemisestä*, 2) *aktiivisuus toiminnan kulussa* ja opetuksessa ja 3) opiskelussa hyödynnetyt *työmuodot*. Opetus-opiskelu-oppimisprosessissa ilmenevää vuorovaikutusta analysoidaan näistä jokaisesta näkökulmasta erikseen sekä niiden muodostamina yhdistelminä.

### **III TUTKIMUKSEN EMPIIRINEN TOTEUTUS**

#### ***Opettajan pedagogisen ajattelun ja toiminnan tavoittaminen stimulated recall -haastattelua ja videohavainnointia hyödyntäen***

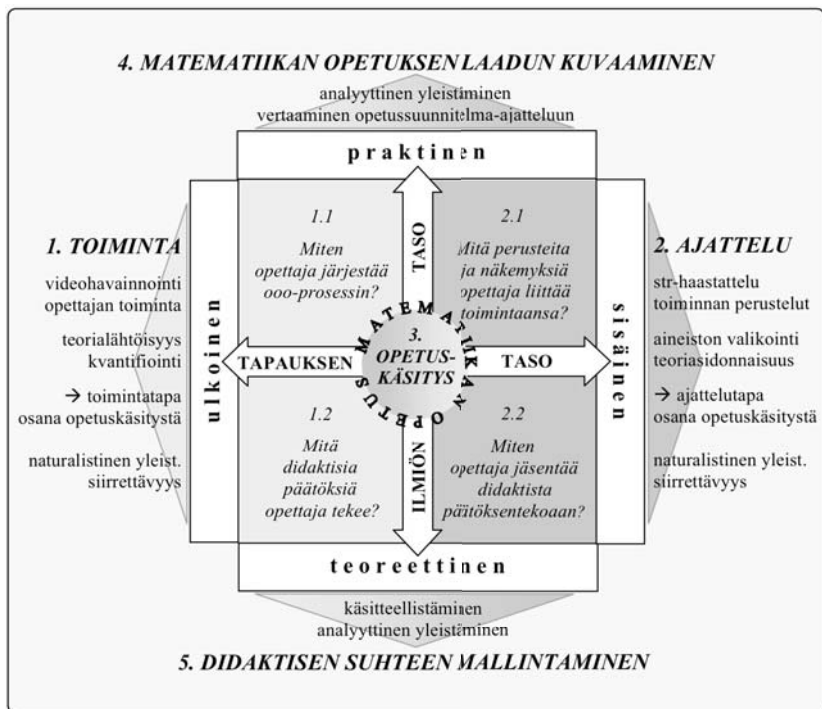
*Tutkimusraporttini kolmannessa osassa esittelen tutkimukseni empiirisen toteutuksen edeten tutkimusasetelmasta ja yleisistä menetelmällisistä lähtökohdista kohti konkreettisempia tutkimushenkilöihin sekä aineiston keruuseen, käsittelyyn ja analysointiin liittyviä ratkaisuja. Tällä tutkimusprosessin kuvauksella pyrin luomaan lukijalle kokonaiskuvan tutkimuksen empiirisestä toteutuksesta sekä tarjoamaan hänelle mahdollisuuden tutkimusmenetelmien hyödyntämisen ja aineiston analyysin pätevyyden arviointiin.*

*Tutkimushenkilöinäni tässä tutkimuksessa toimivat kolme luokanopettajaa. Selvittääkseni näiden opettajien matematiikan opetukseen liittyvää pedagogista toimintaa videohavainnoin heitä jokaista yhden matemaattisen sisällön opetus-opiskelu-oppimisprosessin ajan. Lisäksi haastattelin heidät hyödyntäen stimulated recall -haastattelumenetelmää, joka mahdollisti opettajien pedagogisen ajattelun tarkastelun. Analysoin aineiston videotallenteiden osalta teorialähtöisen sisällönanalyysin keinoin ja haastattelun osalta teoriasidonnaisesti, jolloin analyysia ohjasi videoanalyysin tuottama käsitys kulkekin opettajalle tyypillisestä toimintatavasta.*



## 6 Tutkimusasetelma

Tutkimusasetelma on laadullisessa tutkimuksessa suunnitelma tai luonnos tutkimuksen kulusta kokonaisuudessaan. Yin (1990, s. 28) toteaa, että tutkimusasetelma ilmentää sitä loogista tapahtumaketjua, joka yhdistää empiirisen aineiston sekä tutkimuksen tavoitteeseen ja siitä johdettuihin tutkimuskysymyksiin että lopulta tutkimuksen tuloksiin ja johtopäätöksiin. Tutkimusasetelman tehtävänä on ohjata tutkijaa aineiston keruu-, analysointi- ja tulkinta-vaiheissa.



Kuvio 6.1. Tutkimusasetelma.

Kuvio 6.1 esittää käsillä olevan tutkimuksen asetelmaa nelikentän muodossa. Olen päätenyt tähän kuvioon sen vuoksi, että se kuvastaa laadullisen tutkimusprosessin luonnetta osuvammin kuin esimerkiksi lineaarinen tai hierarkkinen malli. Tutkimukseni ei ole edennyt suoraviivaisesti vaiheesta toiseen eivätkä tulokset ole yksiselitteisesti johdettavissa jostain tietyistä aineistosta tai tietyistä havainnoista. Pikemminkin tutkimuksen suunta on asetelman keskiössä olevasta tutkittavasta ilmiöstä ulospäin ja useaan eri suuntaan. Sama aineisto ja samat havainnot ovat tuottaneet vastauksia useisiin tutkimuskysy-

myksiin ja näiden vastausten synteessä on vastattu jälleen uusiin, toisella tasolla tarkasteltaviin tutkimuskysymyksiin.

Kuten luvussa 1.3.1 totesin, määrittelen tutkimukseni Yiniin (1990) ja Stakeen (1995) viitaten monitapaustutkimukseksi, tarkemmin kuvattuna laadulliseksi kollektiiviseksi tapaustutkimukseksi. Tutkimuksessa tapauksia on yhden sijaan pieni joukko ja ensisijaisena mielenkiinnon kohteena on tutkittava ilmiö eikä niinkään tapaukset, vaikka heidän avullaan ymmärrystä itse ilmiöstä konstruoidaankin. Näin ollen tutkimukseni tavoitteena on kuvata matematiikan opetusta käytännössä, mutta lopulta pyrkiä sitä koskevan teorian tarkentamiseen ja kehittelyyn.

Tapaustutkimuksen asetelmaan liittyvät oleellisesti termit tapaus, tutkimuksen kohde ja analyysiyksikkö. Näidenkin termien kohdalla törmätään tuttuun ongelmaan määritelmien moninaisuudesta. Tapaus voidaan nähdä tutkimuksen kohteena (ks. Stake, 1995; Verschuren, 2003, s. 121; Salminen ym., 2006, ss. 3, 5) tai ne voidaan erottaa selkeästi toisistaan (ks. Hamel ym., 1993, ss. 41–42; Creswell, 1998; Laine ym., 2007). Vastaavasti tapausta voidaan pitää ensisijaisena analyysiyksikkönä (ks. Yin, 1990, s. 31) tai tietoa voidaan kerätä tapausta pienemmistä yksiköistä (ks. Laitinen, 1998, s. 54; Saarela-Kinnunen & Eskola, 2001, ss. 161–162). Kaiken kaikkiaan tapaustutkimukseen liittyvää kirjallisuutta lukiessa voi havaita, että lähtökohtana näiden termien määrittelylle ovat kysymykset siitä, onko tutkimuksen tavoitteena tutkia itse tapausta vai tapauksen ilmentämää ilmiötä sekä analysoidaanko tapausta yhtenä kokonaisuutena vai sisältääkö tapaus alayksiköitä. Näiden termien määrittely ja erottaminen toisistaan on oleellista selkeän tutkimusasetelman luomiseksi. Lienee siis syytä todeta, että tässä tutkimuksessa tutkimuksen kohde ja tapaus erotetaan selkeästi toisistaan: Tutkimukseni kohteena on luokanopettajan pedagoginen ajattelu ja toiminta erityisesti matematiikan opetus-opiskelu-oppimisprosessin kontekstissa. Tämän raportin alussa esitettyyn käsitteenmäärittelyyn viitaten, voidaan myös todeta tutkimukseni käsittelevän matematiikan opetusta. Tapauksina eli tutkimushenkilöinä toimivat kolme luokanopettajaa, joita jokaista olen seurannut ja haastatellut yhden matemaattisen sisällön opetus-opiskelu-oppimis-prosessin ajan.

Tutkimuksen asetelmaa mallintavan nelikentän akselit kuvastavat niitä kahta eri tasoa, jolla tutkimuksen kohdetta tarkastellaan: Opettajan pedagogista ajattelua ja toimintaa ilmentävää aineistoa analysoidaan ja kuvataan sekä tapauksen tasolla että yleisemmin ilmiön tasolla. Nelikentän jokainen sivu keskiöineen vastaa yhteen tutkimuksen viidestä pääkysymyksestä, joita kentän neljännekset alakysymyksineen tarkentavat. Kuviossa mainitaan myös ne menetelmälliset keinot, joita kysymyksiin vastaamisessa hyödynnetään sekä käsitys siitä, millä tavoin tutkimuksen johtopäätösten ajatellaan olevan edustavia ja yleistettävissä. Tutkimusasetelma kokonaisuudessaan tavoitteineen, tasoineen, näkökulmineen ja menetelmineen, heijastelee tutkimuksen tulkinalliseen paradigmaan sitoutuvia lähtökohtia sekä opettajan pedagogisen ajattelun ja didaktiikan käsitteiden ympärille rakentuvaa teoreettista perustaa (ks. tarkemmin luku 1).

### *Ajattelun ja toiminnan tarkastelu tapauksen tasolla*

Tapauksen tasolla selvitetään kunkin opettajan matematiikan opetus-opiskelu-oppimisprosessissa ilmeneviä pedagogisia toiminta- ja ajattelutapoja, joiden katsotaan yhdessä ilmentävän opettajan matematiikan opetuskäsitystä. Menetelmällisesti tätä kysymystä lähestytään tapaustutkimukselle tyypillisen triangulaation (ks. Stake, 1995, ss. 107–115; Yin, 1990, ss. 23, 84–98) keinoin kahdesta eri näkökulmasta: Ulkoisen eli tutkijan tuottaman näkökulman avulla tavoitteena on muodostaa käsitys opettajan pedagogisesta toiminnasta. Hyödyntämällä videohavainnointia selvitetään, miten opettaja järjestää opetus-opiskelu-oppimisprosessin sekä mitä didaktisia päätöksiä opettajat prosessin kuluksa tekevät. Sisäisen eli tutkimushenkilöinä olevien opettajien oman näkökulman avulla tavoitteellaan puolestaan käsitystä opettajan toimintaa liittyvästä pedagogisesta ajattelusta, joka syventää videoanalyysin tuottamaa ymmärrystä opettajan opetuskäsityksestä. Stimulated recall -haastattelumenetelmän (str) avulla on mahdollista selvittää, millaisia näkemyksiä ja perusteita opettaja itse liittyy omaan toimintaansa sekä miten hän jäsentää didaktista päätöksentekoaan.

Opettajan ajattelua ja toimintaa kuvaava aineisto analysoidaan videotallenteiden osalta opetustapahtumaa kuvaavan teoreettisen käsitteistön avulla ja str-haastatteluiden osalta teoriasidonnaisesti. Tapauskohtaisten ja tapausten välisten analyysien (ks. Huberman & Miles, 1994, ss. 432, 435) perusteella pyritään määrittämään kaikille opettajille yhteisiä sekä kullekin opettajalle ominaisia matematiikan opetukseen liittyviä piirteitä – toisin sanoen heidän opetuskäsityksensä. Aineiston keruu, käsittely ja analyysi on kuvattu tarkemmin luvuissa 8 ja 9.

### *Matematiikan opetuksen tarkastelu ilmiön tasolla*

Edellä kuvattu tapauskohtainen tarkastelu johtaa matematiikan opetuksen tarkasteluun myös yleisemmin, ilmiön tasolla. Praktisesta näkökulmasta käsin pohditaan erityisesti matematiikan opetuksen laatua. Laatua tutkitaan aina suhteessa johonkin. Koska tutkimuksen keskeisenä mielenkiinnon kohteena on matematiikan opetus-opiskelu-oppimisprosessin yleinen opetuksen ja opiskelun tavoitteisiin ja menetelmiin liittyvä kulku, on tässä yhteydessä tarkoituksenmukaista verrata käytännön opetustilanteita ja niihin liittyvää opettajan pedagogista ajattelua ja toimintaa – opettajien opetuskäsityksiä – voimassa olevaan opetussuunnitelma-ajatteluun sekä sen heijasteleminen periaatteisiin matematiikan opetuksen luonteesta (ks. tarkemmin luku 4.2). Teoreettisen näkökulman tavoitteena on matematiikan opetuksen mallintaminen tarkoituksenmukaisilla teoreettisilla käsitteillä sekä käsitteiden välisillä suhteilla. Tämä teoreettinen tarkastelu pohjautuu didaktisen kolmioon ja erityisesti sen sisältämään didaktiseen suhteeseen (Kansanen & Meri, 1999; Kansanen, 2003), joita kuvataan tarkemmin luvussa 3.2.3.

## 7 Tapaukset eli tutkimushenkilöt

Kuten tapaustutkimuksen käsitettä, niin myös tapauksen käsitettä on mone-  
telmäkirjallisuudessa määriteltä monin tavoin. Peuhkuri (2005, s. 294) toteaa,  
että jos tapaus määritellään väljästi, lähes mikä tahansa tutkimus voidaan  
ymmärtää tapaustutkimukseksi. On kuitenkin oleellista, että tutkija täsmentää,  
mitä tarkoittaa puhuessaan tapauksesta, koska tapaustutkimuksessa ollaan ni-  
mensä mukaisesti kiinnostuneita tapauksesta, jonka analysointi on keskeinen  
tavoite. Stake (2000a, s. 449; 2005, ss. 460–461) toteaa tapauksen määrittelyn  
riippuvan tutkimusta ohjaavasta paradigmaattisesta ajattelusta. Eri maailman-  
kuvasta ja erilaisista tilanteista käsin tarkasteltuna ”sama” tapaus on erilainen.

Useat tutkijat määrittelevät tapauksen ajallisesti, paikallisesti, fyysisesti ja  
sosiaalisesti rajattavissa olevaksi kokonaisuudeksi, joka voi olla yksilö, ihmis-  
ryhmä tai instituutio (Stake, 1995, s. 133; 2005, s. 449; Luck ym., 2006, s.  
104; Vershuren, 2003, s. 124). Tapaus voi olla myös jokin ei yhtä selkeästi  
määriteltävissä oleva, kuten esimerkiksi hanke, innovaatio tai laajemmin näh-  
tynä tapahtuma, prosessi tai ilmiö. Laitisen (1998, s. 34) mukaan tapaus voi  
olla jopa käsite tai niiden välinen suhde. Vaikka tapaus voi siis olla lähes mitä  
tahansa yksittäisestä henkilöstä abstrakteihin ilmiöihin, Stake (1995, ss. 2,  
133; 2005, s. 444) kuitenkin huomauttaa, että tapaus tulee ymmärtää pikem-  
minkin objektina kuin prosessina. Lisäksi tapausta luonnehditaan ominaispiir-  
teiltään yksityiskohtaiseksi ja kompleksiseksi sekä ainutlaatuiseksi, erityiseksi  
ja kontekstisidonnaiseksi, jolloin sitä ei voida verrata muihin tapauksiin (Yin,  
1990; Stake, 1995, s. 2; 2005, s. 444; Creswell, 2003; Luck ym., 2006, 104;  
Peltola, 2007, s. 111). Pohdittaessa tapauksen syntyä ja rajaamista Hammers-  
ley ja Gomm (2000, ss. 2–3) toteavat, että tapaustutkija konstruoi tapaukset  
luonnollisesti ilmenevistä tilanteista joko käytäntöön tai teoriaan perustuen.  
Peltolan (2007, ss. 114, 116) mukaan tapaus voi olla empiirinen yksikkö, joka  
on sellaisenaan olemassa ja jolla on ikään kuin luonnolliset rajat. Mutta aina  
tapauksella ei ole luonnollisia rajoja, ja tällöin tapauksen määrittäminen edel-  
lyttää käsitteellistä näkemystä siitä, millainen raja on tutkimuksen tavoittei-  
den kannalta tarkoituksenmukaisin.

Tässä tutkimuksessa tarkasteltavat tapaukset ovat yksittäisiä henkilöitä,  
luokanopettajia, ja siten yksiselitteisesti määriteltävissä ja rajattavissa. Lisäksi  
näiden tapausten kohdalla voidaan helposti yhtyä yleiseen näkemykseen siitä,  
että tapaus muodostaa kokonaisuuden, joka on yksityiskohtainen ja komplek-  
sinen sekä ainutlaatuinen ja erityinen. Jokainen opettaja on oma persoonansa  
omine ajattelu- ja toimintatapoineen. Opetustapahtuma, jossa opettaja työ-  
skentelee, on myös hyvin monimuotoinen tilanne ja siinä on osallisena opetta-  
jan lisäksi luokallinen erilaisia oppilaita. Opettajan ajattelusta ja toiminnasta  
tehdyt havainnot ovat siis voimakkaasti myös kontekstisidonnaisia. Tapausten  
ollessa henkilöitä, ovat ne luonnollisesti käytännöstä käsin konstruoituja. Kui-  
tenkin olen valinnut tapaukseni tai tutkimushenkilöni, kuten heitä selvyuden  
vuoksi jatkossa nimitän, harkinnanvaraisesti.



## 7.1 Tutkimushenkilöiden valinta

Tapauksen valinta ja valinnan kriteerit ovat keskeisiä seikkoja erityisesti tutkimuksen tavoitteiden sekä tulosten merkittävyyden, sovellettavuuden ja yleistämisen kannalta. Laadullisessa tapaustutkimuksessa hyödynnetään aina harkinnanvaraista tapauksen valintaa. Stake (2000a, s. 446; 2005, s. 451) toteaa, että suurimmissakaan monitapaustutkimuksissa tapausjoukon koko ei ole niin suuri, että se oikeuttaisi satunnaiseen valintaan.

Kuten tapauksen konstruointi, voidaan tapauksen valintakin suorittaa joko käytännöllisen tai teoreettisen intressin pohjalta. Peuhkurin (2007, ss. 295–296) mukaan valintaa voi ohjata kiinnostus itse tapausta kohtaan ainutkertaisena ilmiönä tai sen taustalla voi vaikuttaa oletus siitä, mitä tapauksella teoreettisesti tehdään. Stake (1995, s. 4; 2005, s. 451) mainitsee merkittävänä valinnan kriteerinä tapauksesta oppimisen. Hän toteaa, että edustavuuden perusteella tapaustutkimuksen epistemologiset mahdollisuudet ovat pienet, mutta vahvuutena onkin usko siihen, että tapauksesta voidaan oppia tärkeitä asioita.

Vaikkei laadullinen tapaustutkija tavoittelekaan ensisijaisesti yleistettävyyttä, tulee hänen kuitenkin valita, tutkitaanko yhtä tapausta vai useampia. Kurunmäki (2007, s. 77) muistuttaa, että tapauksia lisättäessä mahdollisuus yleistettävyyteen kasvaa, mutta samalla kutakin tapausta koskevien erityispiirteiden tarkastelu vähenee. Peltola (2007, s. 119) puolestaan toteaa, että jos tapaus on käsitteellisen ymmärryksen kannalta merkityksellinen, voi yksikin tapaus tuottaa myös yleistä tietoa. Päädyttyessä monitapaustutkimuksen toteuttamiseen, voidaan kuitenkin useiden tutkijoiden mukaan saavuttaa laajempaa ymmärrystä tutkittavasta ilmiöstä, lisätä tulosten yleistettävyyttä sekä tavoitella ilmiön teoretisointia (Yin, 1990, ss. 52–59; Schofield, 1990/2000, ss. 79–80; Huberman & Miles, s. 435; Stake, 1995, ss. 3–4; 2005, ss. 445–446). Lisäksi monitapaustutkimus mahdollistaa tapausten välisen vertailun. Kurunmäki (2007, s. 74) toteaa, että on hyödyllistä tarkastella useampia tapauksia rinnakkain, koska silloin voidaan havaita jotain sellaista, mikä ei ilmene vain yhtä tapausta tutkimalla. Verschuren (2003, s. 123) viittaa tutkimuksen erittelykykyyn. Vertailu on hänen mukaansa hedelmällinen strategia kompensoida vaihtelun puutetta, joka johtuu pienestä määrästä tapauksia. Lisäksi Donmoyer (1990/2000, s. 60) toteaa, että useat selittävät tapaukset ovat arvokkaita sen vuoksi, että ne sisältävät sekä samankaltaisuuden että erilaisuuden suhteessa lukijan omaan kontekstiin ja edistävät siten tapaustutkimukselle ominaisen kokemuksellisen tiedon välittymistä.

Tässä tutkimuksessa olen päätenyt tarkastelemaan matematiikan opetusta pienen opettajajoukon avulla, joten tutkimus voidaan määritellä Yinin (1990, ss. 24, 46) mukaan monitapaustutkimukseksi. Sen lisäksi, että tavoittelen tutkittavan ilmiön moni-ilmeisempää kuvausta, erityisenä valinnan perusteena on monitapaustutkimuksen mahdollistama tapausten välinen vertailu, kuten edellä Verschuren (2003) ja Donmoyer (1990/2000) tuovat esiin. Vertailu on tämän tutkimuksen analyysin toteutuksen kannalta keskeinen periaate, jolla

on oleellinen merkitys tapausten välisten erojen ja siten kunkin opettajan ominaispiirteiden ilmentämisessä.

Monitapaustutkimukseen liittyen on syytä pohtia myös tapausten lukumäärää. Käsillä olevaan tutkimukseen olen valinnut mukaan kolme luokanopettajaa. Laadullisen tutkimuksen kohdalla esitetään usein kysymys, kuinka montaa tapausta tutkimuksessa tulisi tarkastella. Janesickin (2000, s. 391) mukaan kysymys ei kuitenkaan ole relevantti tulkinnallisen tutkimuksen piirissä. Oleellisempaa on kysyä, millaisia tapaukset ovat laadultaan. Tapausten laatua oman tutkimukseni kohdalla pohdin myöhemmin tässä luvussa. Tässä totean kuitenkin, että tapausten lukumäärää on rajoittanut tutkimuksen toteutuksen työläys. Koska tavoitteena on kuvata tutkittavaa ilmiötä mahdollisimman perusteellisesti, on aineistonkeruujakso ollut suhteellisen pitkä ja tapauksista tehtävien havaintojen määrä suuri. Siten tapausten lukumäärä ei ole voinut olla suurempi.

Tapausten lukumäärän lisäksi tutkija tekee valintoja tapausten laadun suhteen. Erilaisia tapaustyyppjeä voidaan määritellä niiden käyttötarkoituksen ja tavoitteiden mukaan. Useimmiten mainitaan tyypillinen tapaus, jonka avulla voidaan vastata kysymykseen ”Mitä on?” sekä tavoitella teorian tarkentamista ja tulosten siirrettävyyttä (Syrjälä & Numminen, 1988, ss. 19; Schofield, 1990/2000, ss. 77–88, ss. 92–93; Laine ym., 2007, s. 33). Toinen yleinen tapaustyyppi on kriittinen tapaus, jonka avulla pyritään testaamaan, vahvistamaan tai laajentamaan teoriaa (Yin, 1990, ss. 46–48; Peuhkuri, 2005, s. 296; Flyvbjerg, 2006, ss. 229–232; Laine ym., 2007, s. 32). Kirjallisuudessa luetaan lisäksi useita muita tapaustyyppjeä, kuten ainutlaatuinen, paljastava, äärimmäinen, paradigmaattinen, mahdollisimman suurta vaihtelua ilmentävä, tulevaisuudesta kertova, pitkittäisotokseen perustuva sekä ideaalitapaus (Syrjälä & Numminen, 1988, s. 19; Yin, 1990, ss. 46–48; Schofield, 1990/2000, ss. 77–88; Flyvbjerg, 2006, ss. 229–233; Laine ym., 2007, ss. 32–34).

Tämän tutkimuksen kannalta on oleellista pohtia tapausten valintaa toisaalta tyypillisen ja ainutlaatuisen tapauksen välillä ja toisaalta tapausten keskinäisen samankaltaisuuden ja erilaisuuden osalta. Flyvbjerg (2006, s. 229) pohtii valintaa tyypillisen ja epätyypillisen tapauksen välillä. Jos tavoitteena on saavuttaa mahdollisimman paljon tietoa kyseessä olevasta ongelmasta, tyypillinen tapaus ei ole hänen mukaansa paras mahdollinen valinta, koska se ei ole tiedoltaan rikkainta. Schofield (1990/2000, s. 78–80) on asiasta eri mieltä ja toteaa, että tapauksen valinta tyypillisyyden perusteella tarjoaa hyvän yhteensopivuuden useampien muiden tilanteiden kanssa ja siten myös lukijalle mahdollisuuden arvioida tulosten sovellettavuutta. Hän tuo esiin myös monitapaustutkimuksen näkökulman. Hänen mukaansa useiden keskenään erilaisten tapausten tutkiminen on merkityksellistä yleistettävyyden kannalta. Useissa heterogeenisissä tapauksissa esiintyvä havainto on vankempi ja hyödyllisempi pyrittäessä ymmärtämään useita erilaisia tapauksia kuin havainto, joka ilmenee useissa samankaltaisissa tapauksissa.

Käsillä olevaan tutkimukseen olen valinnut tutkimushenkilöt edellä esitettyihin, mm. Schofieldin (1990/2000), ajatuksiin nojautuen siten, että kaikki

kolme luokanopettajaa ovat keskenään mahdollisimman erilaisia. Flyvbjerg (2006, s. 230) nimittää tällaisia tapauksia mahdollisimman suurta vaihtelua ilmentäviksi tapauksiksi. Tällä valinnalla tavoitellen ensisijaisesti matematiikan opetuksen mahdollisimman rikasta kuvausta, mutta myös mahdollisuutta tulosten, edes hieman, laajempaan hyödyntämiseen. Henkilökohtaisten ominaisuuksiensa perusteella kuvailtuna opettajat eroavat toisistaan sukupuolen, iän, saamansa opettajankoulutuksen ja opettajakokemuksen suhteen. Ja kuten seuraavasta luvusta 7.2 käy ilmi, opettajat eroavat toisistaan myös sen suhteen, millaisia käsityksiä heillä on matematiikasta ja matemaattisesta tiedosta. Lisäksi näiden opettajien opettamat luokka-asteet vaihtelivat edustaan Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden 2004 nivelvaiheita eli luokkia 2., 3. ja 6. Olettamukseni on, että opettajan persoonan ja taustan lisäksi myös oppilaiden iällä on vaikutusta siihen, millaiseksi matematiikan opetus kulloinkin muotoutuu. Toki opettajien väliltä löytyy myös samankaltaisuuksia. Heitä kaikkia kolmea yhdistää kiinnostus oman opettajuuden pohtimiseen ja ammatilliseen kehittymiseen. He ovat kouluttaneet itseään ammatillisesti lisää ja osallistuvat aktiivisesti erilaisiin projekteihin, joita voivat normaaliin opetustyöhönsä liittää. Tämän seikan puolesta puhuu myös heidän sitoutumisensa tähän tutkimusprojektiin, jonka aineisto on hyvin henkilökohtaista sekä keuruultaan työlästä ja aikaa vievää. Kaiken kaikkiaan tutkimushenkilöiden ominaispiirteisiin ja valintaan liittyen viitataan jo luvun 7 alussa esittämäni tapauksen määritelmään tämän tutkimuksen kontekstissa. Vaikka tutkimushenkilöinä toimivat luokanopettajat varmasti muistuttavat tyypillistä opettajaa monelta osin, voidaan heitä jokaista kuitenkin pitää omana persoonanaan, jonka pedagoginen ajattelu ja toiminta muotoutuvat erityisellä tavalla opetustapah- tumassa mukana olevien oppilaiden sekä muiden henkilökohtaisten ja kontekstuaalisten seikkojen vuoksi.

Kaikki kolme tässä tutkimuksessa tutkimushenkilöinä toimivaa luokanopettajaa ovat valikoituneet omasta ammatillisesta tuttavapiiristäni. Olen työskennellyt heidän kanssaan opiskellessani luokanopettajaksi tai toimiessani valmistumiseni jälkeen luokanopettajana ja opettajankouluttajana. Kahta opettajaa pyysin itse osallistumaan tutkimukseeni ja yksi heistä tarjoutui omaloitteisesti mukaan kuullessaan projektistani. Tutkimushenkilöitä valikoidessani tiedustelin myös parin muun opettajan halukkuutta osallistua tutkimukseeni, mutta he kieltäytyivät vedoten mm. käyttämiini tutkimusmenetelmiin.

Tutkijan ja tutkimushenkilöiden välisellä tuttuudella on varmasti vaikutusta tutkimusprosessin kulkuun joko sitä edistävästi tai sitä hankaloittaen. Tutkijan tulo luokkaan ja hänen kanssaan omasta työstä puhuminen voi olla opettajalle hämmentävää ja arkaluontoista. Latvala ym. (2000, s. 1253) toteavat Lincolniin ja Gubaan (1985) viitaten, että luottamus tutkijan ja tutkimushenkilöiden välillä on välttämättömyys, jotta tutkimushenkilöt tuntevat olonsa turvallisiksi kertoessaan itselleen merkityksellisistä ja henkilökohtaisista asioista. Luottamuksen kehittyminen on heidän mukaansa prosessi. Näin ollen tutulle henkilölle voi alusta alkaen olla helpompi paljastaa työnsä arkea ja omaa ajatteluaan. Mutta asia voi toki olla toisinpäin. Myös tutkijan näkökul-

masta tällä tuttuusaspektilla on merkitystä. Tutkijan tulisi laadullisen tutkimuksen piirissä olla objektiivinen suhteessa aineistoonsa (Lincoln & Guba, 1985, s. 300; Tynjälä, 1991). Aineistoa kerätessä ja analysoidessa tulkinnta tulee kyetä perustelevaan juuri tämän aineiston kontekstissa eivätkä aiemmat kokemukset ja käsitykset tutkimushenkilöistä saa vaikuttaa niihin. Myös se seikka, kuinka tutkija ja tutkimushenkilöt suhtautuvat syntyviin tuloksiin, on oleellinen. Kuinka silloin toimitaan, jos tulokset ovat jollainlailla kiusallisia tai eri osapuolten näkemykset niiden pätevyydestä poikkeavat voimakkaasti?

Tässä tutkimuksessa olen pyrkinyt huomioimaan edellä mainittuja seikkoja. Ensinnä lupautuessaan tutkimushenkilöikseni opettajat ovat olleet tietoisia siitä, että tavoitteenani ei ole arvioida heidän matematiikan opetustaan hyväksi tai huonoksi. Olen korostanut heille kiinnostustani matematiikan opetuksen käytäntöön sellaisena, kun se koulun arjessa mahdollisimman luonnollisesti ilmenee. En siis ohjeistanut opettajia suunnittelemaan opetustaan millään erityisellä tavalla tätä havainnointijaksoa varten. Näiden ulkoisten havaintojen lisäksi olen myös kiinnostunut opettajien omista kokemuksista ja käsityksistä liittyen matematiikan opetus-opiskelu-oppimisprosessiin. Stimulated recall -haastatteluissa opettajat ovat saaneet kertoa omia perusteluitaan oppituntien tapahtumille ja olen todennut, että kaikenlaiset perustelut – arkipäiväisistä kasvatustilanteista – ovat yhtä mahdollisia ja arvokkaita. Toinen keskeinen seikka on se, että vaikka opettajat ovat minulle ammatillisesta yhteydestä tuttuja, en ole heidän kuitenkaan nähnyt opettavan. Tässä mielessä, heidän toimintansa oppituntitilanteissa ei ollut minulle tutkijana entuudestaan tuttua, vaikka he persoonina sitä olivatkin.

## 7.2 Luokanopettajien kuvaukset

Taulukossa 7.1 esitän kootusti tässä tutkimuksessa tutkimushenkilöinä toimineiden kolmen luokanopettajan taustatiedot ja seuraavissa luvuissa kuvaan jokaista opettajaa erityisesti heidän matemaattisen tiedonkäsityksensä avulla. Nämä tutkimushenkilöiden kuvaukset ovat syntyneet matematiikan sivulaudatututkimuksen myötä (Patrikainen, 2008). Väitöskirjatutkimukseni ollessa siinä vaiheessa, että ulkoinen näkemys luokanopettajien pedagogisesta toiminnasta oli videoaineistoa hyödyntäen analysoitu ja olin siirtymässä heidän ajattelunsa tutkimiseen, heräsi tarve selvittää syvemmin näiden opettajien käsityksiä itse matematiikasta. Koin tutkijana tarpeelliseksi tietää, mitä ja millaista he ajattelevat matematiikan olevan. Ajattelin näiden käsitysten auttavan minua ymmärtämään paremmin opettajien esittämiä perusteluja omalle toiminnalleen. Näin ollen haastattelin kaikki kolme opettajaa koskien heidän käsityksiään matematiikasta ja matemaattisen tiedon olemuksesta syksyllä 2005 (Opettajat A ja C) sekä keväällä 2007 (Opettaja B).

Tutkimukseeni (Patrikainen, 2008) perustuen voi todeta, että Opettajien A, B ja C käsityksissä matematiikasta sekä matemaattisen tiedon olemuksesta ilmeni niin eroja kuin samankaltaisuuksiakin. Opettajat määrittivät matematiikkaa eri tavoin, joko tieteenalan tai käytännön elämän näkökulmista. Toi-

saalta kaikkia näitä käsityksiä yhdistävä piirre oli matematiikan määrittäminen omanlaiseksi loogiseksi ja järjestelmälliseksi ajatteluksi, johon kuuluvat ajatusrakennelmat, mallit ja oma kieli. Kaikki opettajat olivat myös sitä mieltä, että matematiikka ilmenee luonteeltaan erilaisena kontekstistaan riippuen. Heidän matemaattiset tiedonkäsityksensä sisälsivät sekä objektivistisen- että konstruktivistisen tiedonkäsityksen piirteitä, vaikkakin niiden painotuksissa ilmeni eroja. Selkein opettajien käsityksiä yhdistävä objektivistiseen tiedonkäsitykseen liittyvä piirre oli tiedon arvostaminen sen välittömän hyödyntämisen ansioista. Konstruktivistista käsitystä ilmensi vahvimmin tiedon hahmottaminen kokonaisuuden osiksi irrallisen faktatiedon sijaan sekä tiedon aktiivinen käyttö ajattelun välineenä. Tiedon staattisuuden, tiedon yhteyden tai toon, tiedon hankinnan, sekä sen perustelemisen vaateen suhteen opettajien käsitykset olivat poikkeavia. Lopulta opettajien käsitykset matematiikasta painottuivat kuitenkin konstruktivistisen käsityksen puoleen.

**Taulukko 7.1.** Tutkimushenkilöiden taustatiedot.

TAUSTATIEDOT	OPETTAJA A	OPETTAJA B	OPETTAJA C
<i>Sukupuoli</i>	nainen	nainen	mies
<i>Ikä</i>	noin 30 vuotta	noin 45 vuotta	noin 60 vuotta
<i>Opettajankoulutus</i>	kasvatustieteen maisteri	kasvatustieteen maisteri	peruskoulun luokanopettaja
<i>Matemaattinen koulutus</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>peruskoulun oppimäärä</li> <li>lukion pitkä oppimäärä</li> <li>opettajankoulutukseen sisältyvät didaktiikan opinnot</li> <li>muutamia täydennyskoulutuksia</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>peruskoulun oppimäärä</li> <li>lukion pitkä oppimäärä</li> <li>opettajankoulutukseen sisältyvät didaktiikan opinnot</li> <li>erikoistumisopinnot</li> <li>muutamia täydennyskoulutuksia</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>oppikoulun oppimäärä</li> <li>lukion lyhyt oppimäärä</li> <li>opettajankoulutukseen sisältyvät matematiikan opinnot</li> </ul>
<i>Opettajakokemus</i>	3 vuotta	20 vuotta	34 vuotta
<i>Luokka</i>	3. luokka	(1. -) 2. luokka	6. luokka
<i>Käsitys matematiikasta</i>	"Tieteenala" <ul style="list-style-type: none"> <li>konstruktivistis-objektivistinen tiedonkäsitys</li> </ul>	"Elämän ilmiö" <ul style="list-style-type: none"> <li>konstruktivistinen tiedonkäsitys</li> </ul>	"Väline" <ul style="list-style-type: none"> <li>objektivistis-konstruktivistinen tiedonkäsitys</li> </ul>

### 7.2.1 Opettaja A – Konstruktivistis-objektivistinen käsitys matematiikasta tieteenalana

Opettaja A on noin 30-vuotias naisluokanopettaja. Hän on valmistunut kasvatustieteen maisteriksi Helsingin yliopistosta vuosituhaten vaihteessa ja aloittanut jatko-opinnot muutamaa vuotta myöhemmin. Luokanopettajana Opettaja A on toiminut reilut kolme vuotta ja tuona aikana hän on opettanut vuosiluokkia 1.-3. Tämän tutkimuksen aineistoa kerätessä Opettaja A opetti kolmatta luokkaa itähelsinkiläisessä peruskoulussa. Luokalla oli yhteensä 24 op-

pilasta, joista 11 oli tyttöjä ja 13 poikia. Ryhmäjako matematiikan oppitunteja varten oli tehty kielivalintojen eikä matemaattisen osaamisen perusteella.

Opettaja A:n matemaattinen koulutus koostuu peruskoulun oppimäärän ja lukion laajan matematiikan oppimäärän lisäksi luokanopettajakoulutukseen kuuluvista matematiikan didaktiikan opinnoista sekä muutamista täydennyskoulutuksista valmistumisen jälkeen, jotka ovat käsitelleet enemmän didaktisia kysymyksiä kuin matemaattista sisältöä. Opettaja A:n asennetta matematiikkaa kohtaan voi kuvata positiiviseksi. Tähän vaikuttaa A:n mukaan se, että hänestä laskeminen on mukavaa ja hän on omina kouluaikoinaan kokenut onnistuvansa siinä. Erityisesti hän korostaa matematiikan eksaktiutta ja säännönmukaisuutta, jonka avulla voi varmistua siitä, onko ratkaissut tehtävän oikein. Matematiikan lisäksi Opettaja A:n oma mielenkiinto on suuntautunut vahvasti musiikkiin, jossa hän näkee yhtäläisyyksiä matematiikkaan juuri tiettyjen sääntöjen noudattamisen osalta.

Opettaja A pitää matematiikkaa yhtenä tärkeimmistä oppiaineista. Hänen mielestään matematiikan opiskelu on kaikille välttämätöntä ja hyödyllistä, koska matematiikka on yksi elämän perusasioista. Omassa matematiikan opetuksessaan Opettaja A pitää tärkeänä monipuolisuutta ja sitä, että se synnyttää oppilaille positiivisen asenteen matematiikkaa kohtaan. Hänen mielestään matematiikan opetuksesta ei voi tinkiä, koska väärin opittua asiaa on hankala korjata, ja matemaattisilla taidoilla on oppilaan elämässä hyvin keskeinen merkitys. Toisaalta Opettaja A toteaa, että matematiikan opettaminen ei ole helppoa ja sitä mallia, jonka itse on omina kouluaikoina matematiikan opetuksesta saanut, on vaikea muuttaa. Oppilaskeskeinen ja oivaltamisen mahdollistava opetus vaatii opettajalta koko ajan pohdintaa siitä, milloin oppilaita tulee ohjata ja milloin he kykenevät itse oivaltamaan asioita.

Opettaja A:n määrittelee matematiikan olemusta pääsääntöisesti tieteen näkökulmasta. Hän kuvailee, millainen matematiikka on tieteenalana ja mainitsee sen keskeisiksi piirteiksi eksaktiuden, systemaattisuuden ja loogisuuden sekä merkityksen asioiden mallintamisen kannalta. Tieteellisen matematiikan hän toteaa kuitenkin olevan osin eri asia kuin arkielämän matematiikka. Ne eroavat toisistaan kiinnostuksen kohteiltaan, ongelmiltaan ja käyttötarkoituksiltaan. Tieteellisellä matematiikalla on itseisarvo, kun taas arkielämän matematiikkaa tarvitaan käytännön elämässä. Koulumatematiikassa näiden, lähes vastakohtaisten käsitysten tulisi yhdistyä.

Tarkemmin tarkasteluna Opettaja A:n matemaattista tiedonkäsitystä voidaan kuvailla konstruktivistis-objektivistiseksi. Objektivistista käsitystä ilmentävät tiedon luonteen ymmärtäminen staattiseksi, tiedon kritiikiton hyväksyminen sekä tiedon arvostaminen sen välittömän hyödyntämisen vuoksi. Painotus asettuu kuitenkin lopulta konstruktivistisen käsityksen puoleen, jolloin korostuvat holistinen tiedon luonne, järjestykseen perustuva tiedonhankinta ja aktiivisen ajattelun merkitys.

Kaiken kaikkiaan Opettaja A:n käsitystä matematiikan olemuksesta voidaan pitää kaksijakoisena. Sitä voidaan kuvata osin objektivistiseksi, formalistiseksi tai instrumentaaliseksi, mutta se sisältää myös voimakkaasti kon-

struktiivistisia piirteitä. Tätä kaksijakoisuutta voidaan ymmärtää tarkasteleamalla Opettaja A:n määrittelyn erilaisia lähtökohtia, kohdetta ja tarkastelun näkökulmaa. Toisaalta hän pyrkii määrittelemään tieteellistä matematiikkaa, mutta myös koulussa ja arkielämässä hyödynnettävää matematiikkaa. Myös määrittelyn näkökulma vaihtelee ns. tavallisen ihmisen näkökulmasta matematiikan asiantuntijan tai tutkijan näkökulman välillä. Näin ollen Opettaja A:n matemaattisen tiedonkäsityksen voidaan ajatella olevan voimakkaasti kontekstisidonnainen ja riippuvainen siitä, missä yhteydessä ja kenen näkökulmasta matematiikan luonnetta pohditaan. Kuitenkin Opettaja A:n käsitys matematiikan olemuksesta ja ulottuvuuksista määrittyy tämän tutkimuksen puitteissa käytännön kokemuksia voimakkaammin juuri tieteenalan näkökulmasta konstruktivisia piirteitä jossain määrin painottaen.

### **7.2.2 Opettaja B – Konstruktivistinen käsitys matematiikasta osana elämän ilmiöitä**

Opettaja B on noin 45-vuotias naisluokanopettaja. Hän on valmistunut kasvatustieteen maisteriksi Turun yliopistosta 1980-luvun puolivälissä ja opiskeli parhaillaan aineenopettajan pätevyyttä teologiasta. Luokanopettajana Opettaja B on toiminut 20 vuotta, 10 vuotta alkuopetuksessa ja loput muilla alaluokilla. Tämän tutkimuksen aineistoa kerätessä Opettaja B opetti 1.- ja 2. luokkalaisista muodostuvaa yhdysluokkaa koillishelsinkiläisessä peruskoulussa. Luokalla oli yhteensä 24 oppilasta, joista ensimmäisellä luokalla kymmenen (neljä tyttöä, kuusi poikaa) ja tässä tutkimuksessa mielenkiinnon kohteena olevala toisella luokalla 14 oppilasta, joista kuusi oli tyttöjä ja kahdeksan poikia.

Opettaja B:n matemaattinen koulutus koostuu peruskoulun oppimäärän ja lukion laajan oppimäärän lisäksi luokanopettajakoulutukseen kuuluvista matematiikan didaktiikan opinnoista ja approbatur -arvosanan laajuisista erikoistumisopinnoista. Lisäksi hän on osallistunut matematiikan didaktiikkaa käsitteleviin täydennyskoulutuksiin. Opettaja B:n asenne matematiikkaa kohtaan on hyvin positiivinen. Hän toteaa, että pelkästään laskeminen ja erilaisten ratkaisutapojen pohtiminen on hauskaa. Opettaja B:n mukaan hänen positiiviseen asenteensa on vaikuttanut erityisesti omina kouluaikoina tapahtunut merkittävä kokemus oman ajattelun kehittymisestä abstraktimmalle tasolle ja siitä seuranneet onnistumisen kokemukset matematiikan opiskelussa.

Opettaja B pitää matematiikkaa tärkeänä ihmisen elämän kannalta. Hän toteaa, että, oppilaat tulevat törmäämään siihen, vaikka eivät sitä itse edes aina huomaa. Oleellista matematiikan opiskelussa hänen mielestään on usko siihen, että yrittämällä riittävästi opiskelusta selviää. Matematiikan opetuksen Opettaja B suhtautuu vakavasti ja käyttää sen suunnitteluun paljon aikaa. Opettaja B:n mukaan matematiikan opetuksessa on tärkeää, että opettaja tietää, miten matemaattisia sisältöjä on aiemmin opiskeltu ja rakentaa uuden opetusta siihen perustuen. Hän näkee myös erilaisten konkreettisten havainnollistamisvälineiden olevan hyvä matematiikan opetuksen ja opiskelun tuki. Lisäksi Opettaja B kokee, että pieni luokka ja jakotunnit mahdollistavat yksi-

löllisemmän opetuksen ja oppilaiden keskustelun, jotka ovat tärkeitä matematiikan opiskelussa.

Opettaja B:n käsitys matematiikasta pohjaa ajatukseen, jonka mukaan matematiikka ei ole vain laskemista, vaan kiinteä osa elämän erilaisia ilmiöitä. Näiden ilmiöiden kuvaamisessa ja niihin liittyvässä ongelmanratkaisussa matematiikka näyttäytyy omana ajattelurakennelmana ja kielenään. Arkielämän ja koulussa opetettavan matematiikan tulisi olla keskenään samankaltaista ja fokuksittua käytännön elämän ongelmien ratkaisemiseen. Myös yliopistossa tehtävällä tieteellisellä matematiikalla on yhteys elämän ilmiöihin, mutta eri tavoin kuin ihmisten jokapäiväisessä elämässä. Sitä hyödynnetään abstraktimpien ilmiöiden käsittelyssä, kuten talouteen ja luonnontieteisiin liittyen.

Opettaja B:n matemaattinen tiedonkäsitys on voimakkaasti konstruktivistinen, jossa korostuu matemaattisen tiedon dynaaminen ja holistinen luonne. Konstruktivistisesta käsityksestä poiketen tiedon hankinta perustuu objektivistisen käsityksen mukaisesti pitkälti omakohtaisiin kokemuksiin ja sen tulee olla välittömästi hyödynnettävissä, mutta Opettaja B:n käsityksen mukaan aktiiviseen tiedon prosessointiin liittyy kuitenkin aina kriittinen asenne ja vaatimus tiedon totuuden perusteluista.

Yhteenvetona voidaan todeta, että Opettaja B:n käsitys matematiikan olemuksesta on pitkälti hyvin koherentti. Lähtökohtainen ajatus siitä, että matematiikka on elämän ilmiöihin sisältyvä keskeinen tekijä, täydentyy käytännönläheisellä, aktiivisella ja holistisella, mutta myös kriittisellä näkökulmalla. Määritelmässä painottuu konstruktivistinen ja fallibilistinen eli erehtymisen ja epävarmuuden salliva, käsitys tiedon luonteesta, vaikkakin se sisältää viittauksia myös matematiikan instrumentaalsiin ja formalistisiin piirteisiin. Opettaja A:n tavoin Opettaja B toteaa koulussa ja arkielämässä hyödynnettävän matematiikan poikkeavan tieteellisestä matematiikasta, mutta hän ei näe tätä kontekstien välistä eroa niin suurena. Opettaja B:n mukaan tieteellinen matematiikka liittyy yhtä lailla elämän ilmiöihin, mutta abstraktilla tasolla.

### **7.2.3 Opettaja C – Objektivistis-konstruktivistinen käsitys matematiikasta elämästä selviämisen välineenä**

Opettaja C on noin 60-vuotias miesluokanopettaja. Hän on valmistunut peruskoulun luokanopettajaksi Helsingin opettajakorkeakoulusta 1970-luvun alussa. Opettajana Opettaja C on toiminut 34 vuotta, joista kaksi ensimmäistä apukoulun ja oppikoulun opettajana sekä loput 32 vuotta luokanopettajana. Tämän tutkimuksen aineistoa kerätessä Opettaja C opetti kuudetta luokkaa pohjoishelsinkiläisessä peruskoulussa. Luokalla oli yhteensä 27 oppilasta, joista 14 oli tyttöjä ja 13 poikia. Ryhmäjako matematiikan jakotunteja varten oli tehty kielivalintojen perusteella eikä matemaattisen osaamisen kannalta.

Opettaja C:n matemaattinen koulutus koostuu oppikoulun matematiikan opinnoista sekä lukion lyhyestä oppimäärästä. Opettaja C:n suhtautumista matematiikkaa kohtaan voi luonnehtia neutraaliksi. Hän ei ole omina kouluaikoinaan ollut erityisen kiinnostunut matematiikasta eikä sen opiskelu ole ollut



aina helppoa. Opettaja C:n oma mielenkiinto on suuntautunut pikemminkin humanistisiin aineisiin ja matematiikan merkitys on näyttäytynyt hänelle pääasiassa arkielämän tilanteissa esimerkiksi rakentamisen yhteydessä.

Matematiikan opetusta Opettaja C pitää yhtenä kouluopetuksen perus-asiana, vaikka suhtautuukin siihen neutraalisti. Se ”ei ole mieluisaa eikä epämieluisaa”, kuten hän itse toteaa. Matematiikan opiskelun tärkeyttä Opettaja C kuitenkin sanoo korostavansa oppilailleen, koska se antaa pitkäjänteisen ja johdonmukaisen mallin tiedon rakentumisesta ja voi olla heille tulevaisuudessa tärkeää. Omassa matematiikan opetuksessaan Opettaja C pitää keskeisenä sitä, että hän omiin opiskelukokemuksiinsa peilaten kykenee huomamaan, mikä käsitteiden ymmärtämisessä on hankalaa ja osaa havainnollistaa näitä seikkoja oppilaan omaa maailmaa lähellä olevien mallien avulla.

Opettaja C:n käsityksessä matematiikasta korostuu voimakkaasti matematiikan välineellinen merkitys. Hän toteaa matematiikan, erityisesti peruslaskutaitojen, olevan keino selvittää elämässä. Toisaalta hän täydentää käsitystään toteamalla, että matematiikka on myös oivaltamista ja loogista ajattelua. Näillä kahdella matematiikkaan kuvaavalla piirteellä on Opettaja C:n mukaan omat kontekstinsa, jossa niitä harjoitetaan. Arkielämässä hyödynnetään pääsääntöisesti peruslaskutaitoja, mutta koulumatematiikka sisältää tämän lisäksi pyrkimyksen matemaattisen ajattelun hyödyntämiseen.

Yksityiskohtaisemmin tarkasteltuna Opettaja C:n matemaattisesta tiedonkäsitystä voidaan kuvailla objektivistis-konstruktivistiseksi. Tiedonkäsitys painottuu objektivistisen käsityksen suuntaan erityisesti tiedon olemuksen, sen arvostamisen, luonteen ja totuusarvon osalta. Opettaja C näkee matemaattisen tiedon staattisena, melko sirpaleisena ja taidosta erillisenä sekä kritiikitömänä. Matemaattisella tiedolla on hänen mukaansa arvoa, jos se on välittömästi hyödynnettävissä. Toisaalta konstruktivistista käsitystä ilmentävät järjelliseen perustuva tiedonhankinta sekä aktiivisen ajattelun merkitys tietoa hyödynnettäessä.

Kuten Opettaja A:n kohdalla, myös Opettaja C:n kohdalla voidaan kokoaavasti todeta, että hänen tiedonkäsityksensä on kaksijakoinen. Tämä ei kuitenkaan ilmene niinkään suhteessa objektivistiseen ja konstruktivistiseen käsitykseen, vaan Opettaja C määrittelee matematiikkaa sekä voimakkaasti käytännönläheisestä ja instrumentaalisesta näkökulmasta että loogiseen ajatteluun perustuvasta formalistisesta ja absoluuttisesta näkökulmasta. Hän toteaa matematiikan perustuvan luotettaviin sopimuksiin, jolloin tiedon kritisointi on turhaa. Tämä tulkinta Opettaja C:n tiedonkäsityksen kaksijakaisuudesta liittyy muidenkin opettajien kohdalla ilmenneeseen kontekstin merkitykseen. Tieteellistä matematiikkaa Opettaja C ei kommentoi lainkaan, mutta hän tekee eron koulumatematiikan ja arkielämän matematiikan välillä, jolloin koulussa opiskellaan peruslaskutaitojen lisäksi myös ajattelun valmiuksia, kun taas arkielämässä matematiikka liittyy käytännön tilanteista selviämiseen. Lopulta Opettaja C:n puhe matematiikasta painottuu kuitenkin monelta osin juuri käytännön elämän tilanteisiin, joissa matematiikkaa käytetään. Matemaattisen ajattelun harjoittaminen hän toteaa ”kulkevan siinä sivujuonteena”.

## 8 Aineiston keruu

Luvussa 1.3 määrittelemiini taustasitoumuksiin viitaten tutkimukseni empiirinen toteutus perustuu kahdelle periaatteelle: Ensinnäkin tavoitteeni on kuvata opettajan pedagogista ajattelua ja toimintaa matematiikan opetuksessa mahdollisimman kokonaisvaltaisesti ja luotettavasti sellaisena kuin ne käytännön opetus-opiskelu-oppimisprosessissa luonnollisesti ilmenevät. Oleellista tässä on aineistonkeruun kontekstisidonnaisuus. Tutkin matematiikan opetusta tiiviissä yhteydessä käytäntöön niin toiminnan kuin ajattelunkin osalta. Näin pyrin välttämään mielikuvien, käsitysten tai opettajien omasta toiminnastaan esittämien ideaalien tutkimista niin pitkälle kuin mahdollista. Ilmiön kokonaisvaltaisen ja luotettavan saavuttamisen kannalta on tarkoituksenmukaista tarkastella sitä myös useista eri näkökulmista. Toinen tutkimuksen toteutusta koskeva periaatteeni onkin ilmentää matematiikan opetusta toisaalta deskriptiivisesti ulkopuolisen tutkijan silmin, mutta myös toimintaan osallistuvien luokanopettajien normatiivisesta näkökulmasta käsin.

Triangulaatio on tapaustutkimukselle tyypillinen tapa tutkittavan ilmiön monipuoliseen tarkasteluun (ks. esim. Yin, 1990, ss. 23, 84–98; Stake, 1995, ss. 107–115). Se voi perustua joko useiden tutkijoiden yhteistyöhön tai useisiin hyödynnettäviin teorioihin, menetelmiin tai aineistoihin. Triangulaation ajatuksena on, että sen avulla monimuotoisia sosiaalisia ilmiöitä voidaan tarkastella useista eri näkökulmista ja siten saavuttaa luotettavampaa tietoa. (ks. Cohen ym., 2007, ss. 141–142; Tuomi & Sarajärvi, 2002, ss. 140–141.) Tässä tutkimuksessa olen päätenyt hyödyntämään menetelmällistä triangulaatiota sekä analysoimaan sen myötä syntyviä erilaisia aineistoja. Luokanopettajan pedagogista toimintaa ilmennetään videohavainnoinnin avulla ja tähän liittyvää ajattelua selvitetään hyödyntäen stimulated recall -haastattelua.

Kuten Patrikainen ja Toom (2005, s. 4) toteavat, jokaisella menetelmällä on etunsa ja ongelmakohtansa, mutta hyödynnettäessä useita eri menetelmiä ne täydentävät toisiaan ja korjaavat toistensa puutteita. Tässä tapauksessa videohavainnoimalla saadaan suoraa ja välitöntä tietoa opettajien toiminnasta todellisissa matematiikan oppituntitilanteissa. Nämä havainnot luovat kuitenkin vain ulkoisen kuvan matematiikan opetuksesta. Ne eivät ilmennä opettajien henkilökohtaisia ajatuksia, käsityksiä tai tunteita liittyen tarkasteltavaan toimintaan. Stimulated recall -haastattelun avulla voidaan selvittää näitä opettajien omalle toiminnalleen esittämiä henkilökohtaisia perusteita ja siten saavuttaa myös sisäinen näkökulma tutkittavaan ilmiöön. Patrikainen ja Toom (2005, s. 4) jatkavat, että videohavainnoinnin ja stimulated recall -haastattelun hyödyntäminen opettajan pedagogisen ajattelun ja toiminnan tutkimuksessa on perusteltua. Opetus-opiskelu-oppimisprosessi on luonteeltaan kompleksinen kokonaisuus. Opettaja toimii tässä prosessissa henkilökohtaisen pedagogisen tietämyksensä perustella, joka on enemmän tai vähemmän tiedostettua. Tietoisuus oman toimintansa perusteista on opettajan työn yksi keskeisimmistä elementeistä. Shulman (1986a, s. 23) toteaa, että opettajan toiminnan riittävän ymmärtämisen kannalta on oleellista tutkia myös hänen ajatteluaan,

ongelmanratkaisuaan, arviointiaan ja ylipäättään opetus-opiskelu-oppimisprosessiin liittyvää päätöksentekoa sen kaikissa vaiheissa. Näin ollen tutkijan on syytä tarkastella oppituntitilanteita useasta eri suunnasta siihen sopivin menetelmin.

Tämän tutkimuksen aineistonkeruu suoritettiin siten, että videoin kolmelta tutkimukseen osallistuvalla luokanopettajalta yhden matemaattisen sisällön opetusprosessin. Nämä videotutkimukset toimivat virikkeenä stimulated recall -haastatteluissa, jolloin opettajat kuvasivat ja perustelivat omaa ajatteluaan ja toimintaansa kyseisissä oppituntitilanteissa. Aineistonkeruu ajoittui vuosille 2003 Opettajien A ja B osalta sekä 2005 Opettaja C:n osalta. Matematiikan opetusprosessit kestivät noin 2-3 viikkoa eli 9-13 oppitunnin verran. Stimulated recall -haastattelut rytmittyivät siten, että yhdessä haastattelussa keskusteltiin muutamia poikkeuksia lukuun ottamatta kahdesta oppitunnista. Siten haastatteluja oli noin kaksi kertaa viikossa, yhteensä 4-6 kertaa yhtä opettajaa kohden. Tutkimuksen aikataulu ja aineisto on esitelty tarkemmin liitteissä 8.1 ja 8.2.

Seuraavissa luvuissa 8.1 ja 8.2 pohdin tarkemmin videohavainnoinnin ja stimulated recall -haastattelun keskeisimpiä ominaispiirteitä ja ongelmakohtia sekä näiden menetelmien soveltamista tässä tutkimuksessa. Lisäksi selostan havainnointi- ja haastatteluaineiston keruun ja käsittelyn toteuttamisen käytännössä.

## **8.1 Opettajan pedagogista toimintaa ilmentävä videohavainnointi**

Havainnointi on yksi keskeisimmistä aineistonkeruumenetelmistä kasvatustieteellisessä tutkimuksessa. Havainnoimalla on mahdollista tutkia sekä ihmisten toimintaa että sitä kontekstia, jossa toiminta ilmenee. Verrattaessa havainnointia muihin yleisiin menetelmiin, kuten haastatteluun ja kyselyyn, voidaan todeta, että niiden avulla saadaan tietoa siitä, mitä ihmiset ajattelevat, tuntevat ja havaitsevat. Havainnoimalla voidaan kuitenkin varmistua siitä, mitä todella tapahtuu, miltä asiat näyttävät ja tuntuvat sekä toimivatko ihmiset niin kuin kertovat toimivansa.

Erilaisia havainnoinnin muotoja voidaan kuvata kahden jatkumon avulla: toisaalta sen suhteen, kuinka strukturoitua havainnointi on ja toisaalta kuvailen tutkijan osallisuutta havainnoinnin kohteena olevaan toimintaan. Tähän jaotteluun perustuen havainnoinnin päätyypeiksi määrittävät systemaattinen havainnointi sekä osallistuva havainnointi. Käytännössä näiden ääripäiden väliltä löytyy useita erilaisia variaatioita. Tässä, käsillä olevassa tutkimuksessa on hyödynnetty videohavainnointia, joka usein rinnastetaan osallistuvaan havainnointiin subjektiivisuutensa vuoksi. Kuitenkin tämän tutkimuksen kohdalla videoaineiston keruu ja analysointi muistuttaa käytännön toteutukseltaan enemmän ei-osallistuvaa ja strukturoitua havainnointia. Pysin suorittamaan videoinnin siten, että se häiritisi oppituntitilanteita mahdollisimman vähän. Tavoitteenani ei ollut myöskään osallistua tai vaikuttaa oppituntien tapahtumiin.

Olen päättänyt hyödyntämään juuri videotointia havainnoinnin apuna koska se sopii erityisen hyvin monimuotoisten ja nopeasti muuttuvien käyttäytymis- ja vuorovaikutustilanteiden tutkimiseen. Tästä opetustapahtuma on erinomainen esimerkki. Bottorff (1994, ss. 245–246) toteaa, että videohavainnoinnin kaksi keskeistä etua juuri tällaisten tilanteiden tutkimisessa ovat videoaineiston tiiviys (*density*) ja pysyvyys (*permanence*).

Aineiston tiiviys viittaa videon ja ihmisen välisiin eroihin havaintojen tallentajana. Rosenstain (2002, ss. 23–24) toteaa, että vaikka videotallenteet ovat jossain määrin valikoivia, video tallentaa kuitenkin tarkasteltavassa hetkessä kaiken, minkä kameran linssi tavoittaa. Lisäksi video tallentaa toiminnan ohella myös toiminnan kontekstin ja siten on mahdollista tutkia ”mitä” tapahtuu, mutta myös ”missä” ja ”miten” jotakin tapahtuu. Perinteiset havainnointimenetelmät ovat huomattavasti valikoivampia. Ihmisen on mahdotonta havaita kaikkia oleellisia seikkoja samanaikaisesti, saati muistaa niitä tilanteen jälkeen. (Ks. myös Bottorff, 1994, ss. 245–246.)

Videoaineiston pysyvyys mahdollistaa puolestaan kerätyn videoaineiston katsomisen ja analysoinnin useaan kertaan, eri tavoilla ja eri näkökulmista käsin (Bottorff, 1994, ss. 245–246; ks. myös Jordan & Henderson, 1995, s. 52). Lisäksi Powell ym. (2003, s. 410) viittaavat Martiniin (1999) ja Ericksoniin (1992) ja toteavat, että videotallenteet mahdollistavat harkittujen tulkintojen tekemisen sekä vähentävät tutkijan riippuvuutta ennenaikaisista olettamuksista. Tämän tutkimuksen kannalta videoaineiston pysyvyys on oleellista erityisesti sen vuoksi, että videoituja oppitunteja voitiin hyödyntää myös stimulated recall -haastattelun virikkeenä. Toinen keskeinen etu liittyy analyysin toteuttamiseen. Teorialähtöinen videoaineiston analyysi perustui yksityiskohtaiseen ja laajaan opetustapahtumaa kuvaavaan käsitteistöön, ja siten episodien analysointi edellytti aineiston katsomista useita kertoja.

### ***Videoaineiston keruu***

Tässä tutkimuksessa videohavainnoinnin avulla pyrittiin siis tavoittamaan opettajan pedagogista toimintaa matematiikan opetus-opiskelu-oppimisprosessin kulussa. Videoin kultakin opettajalta kaikki oppitunnit yhden matemaattisen sisällön opetusprosessin ajalta. Oleellista mahdollisimman luonnollisen ja todennukaisen opetus-opiskelu-oppimisprosessin tavoittamisen kannalta oli se, että videohavainnointi suoritettiin silloin, kun se kyseisten luokkien ohjelmassa normaalisti esiintyi. Muutamia oppituntien paikkoja jouduttiin vaihtamaan koulun tapahtumien tai opettajan henkilökohtaisten menojen vuoksi. Opetusprosessien pituudet vaihtelivat yhdeksästä kolmeentoista oppituntiin. Opettajilla A ja C osa oppitunneista oli jakotunteja, jolloin opettaja opetti saman sisällön, mutta vain puolelle oppilaista kerrallaan. Opettaja B puolestaan opetti 1. ja 2. luokkalaista koostuvaa yhdysluokkaa. Havainnointini kohdistui kuitenkin 2. -luokkalaisten opetukseen, vaikka 1. -luokkalaiset olivat mukana osalla oppitunneista.

Yksi videohavainnoinnin ongelmakohdista on aikaperspektiivin puute. Bottorff (1994, s. 246) toteaa, että videoaineistoa hyödynnettäessä tutkijalla ei ole historiallista tietoa siitä kontekstista, missä havainnoitavat tapahtumat ilmenevät (ks. myös Powell ym., 2003, s. 408). Tutkija ei tiedä, mitä on tapahtunut ennen kyseistä ajanjaksoa tai mitä sen jälkeen tulee tapahtumaan. Tätä ongelmaa vähentääkseni olen tässä tutkimuksessa päättänyt havainnoimaan kokonaista opetusprosessia yksittäisten tai muutamien tuntien sijaan. Yhden matemaattisen sisällön opettamiseen käytetty aika ymmärretään yhdeksi toisiinsa liittyvien tapahtumien kokonaisuudeksi, jolla on selkeästi olemassa alku ja loppu. Siten voidaan osin irtautua tarkasteltavan opetusprosessin ajallisesta kontekstista. Bottorffin (1994, s. 247) mukaan kontekstuaalisen tiedon ongelmaa voi vähentää myös hankkimalla historiallisia ja demografisia taustatietoja sekä hyödyntämällä täydentäviä menetelmiä. Tässä tutkimuksessa olen stimulated recall -haastatteluiden yhteydessä keskustellut opettajien kanssa tällaisista oppituntitapahtumien ymmärtämisen kannalta oleellisista seikoista, kuten esimerkiksi luokan käytänteistä ja oppilaiden matematiikan osaamisen tasosta.

Vaikka olen viitannut tavoitteeseeni tutkia matematiikan opetusta sellaisena kuin se käytännössä ilmenee sekä todennut videohavainnoinnin olevan hyvä keino tällaisen välittömän tiedon hankkimiseen, on sen yksi merkittävimmistä ongelmista kuitenkin tutkijan ja videokameran luonnollista tilannetta häiritsevä tai jopa muuttava vaikutus. Kuten oheiset aineistolainaukset osoittavat, oman tutkimukseni kohdalla tämä seikka ilmeni erityisesti siten, että opettajat saattoivat pohtia ja suunnitella oppituntejaan normaalia enemmän tai muuttaa toimintaansa sen perusteella, mitä videoitua oppituntia katsolessaan totesivat tarpeelliseksi. En kuitenkaan pitänyt oppituntien tietoisesti huolellisempaa suunnittelua ongelmana, koska opettajat toimivat lopulta vain omien kykyjensä rajoissa. Ja toisaalta, mitä monipuolisempaa matematiikan opetus ja opiskelu oppitunneilla tapahtui, sitä rikkaampi aineisto siitä syntyi.

*A: Tutkimusprosessi on ehdottomasti vaikuttanut oppituntien suunnitteluun. Ensimmäinen havainto liittyi oppituntien rakenteeseen. Muistan haastattelussa kommentoineeni, että "Taas mä aloitan ton oppitunnin noin." Aloin tämän jälkeen miettiä tarkemmin, millä vaihtoehtoisilla tavoilla oppitunnin voisi aloittaa, jotta se olisi kuitenkin linjassa tavoitteiden ja seuraavien vaiheiden kanssa. Toinen havainto liittyi oppituntien monipuolisuuteen ja työtapojen vaihteluun -- Olen miettinyt sitä korostuneesti tämän tutkimusprosessin aikana. -- (A\_sähköposti)*

*B: -- Totta kai, ilman muuta ajatteli enemmän niitä tunteja -- Mutta sitten oli, että nää oli ihan autenttisia tunteja. Mulla ei ollut aina aikaa valmistella kauheasti. Että niissä tuli niitä virheitä... että mitkä olis ehkä vähän paremmalla valmistelulla korjaantunut tai ei ois korjaantunut. -- (B\_8/9\*)*

*C: -- Onhan siinä vähän miettinyt itse kans jonkun verran, että miten opettaisi. Onko ne, mitä edellisistä vuosista muistaa, vai oisko siihen jotain muuta. Ehkä pikkusen enempi itsekin ollu kiinnostunut tosta alueesta ja on siellä tullu hämmästyttäviä juttuja, että lapsen pitää osata laskea itse kilohinta ja oivaltaa suhteen merkitys. Vähän semmoisia juttuja, joissa kirjantekijä on ylimitoitannut sitä lapsen kykyä. -- (C\_8/9)*

Tutkijat ovat todenneet, että havainnoitavien tutkimushenkilöiden hämmennys ja käyttäytymisen kontrollointi vaikuttaa lähinnä pintakäyttäytymiseen ja katoaa havainnoinnin jatkuessa riittävän pitkään (ks. Engeström ym., 1989; Prosser, 1998). Tutkijat ovat itse pyrkineet vähentämään videoinnin aiheuttamia ongelmia totuttamalla tutkimushenkilöitä kameran läsnäoloon ennen varsinaisen aineistonkeruun aloittamista (ks. esim. Aleksandersson, 1994; Marland, 1986). Tässä tutkimuksessa en kuitenkaan katsonut tarpeelliseksi käyttää aikaa kameraan totuttamiseen, koska havainnointijakso oli jo lähtökohtaisesti niin pitkä, että opettaja ja oppilaat ehtivät hyvin tottua videointiin aineistonkeruun aikanakin. Lisäksi opettajat itse totesivat, että aineistonkeruun edessä jännitys katosi niin oppilailta kuin heiltä itseltäänkin:

*A: Aamulla oli vähän sellainen olo, että mun pitää vähän miettiä, mitä sanon, mutta ei se mun mielestä tos iltapäivällä enää. Aamulla se vaikutti enemmän oppilaisiinkin. Sitten nää iltapäivän A-ryhmäläiset oli nähny sua täällä koko päivän, ja se, että pistit kameran päälle, ei ihan hirveesti vaikuttanut. (A\_1/13\*)*

*A: Hän [oppilas] ahdistuu jostain syystä. Vaikka hän on taitava ja fiksu, niin hän vähän mun mielestä nyt esiintyy tässä, kun tiedostaa kameran olemassaolon. (A\_2/13\*)*

*C: Videointi ei häirinnyt, koska se ei paikkana häirinnyt, ja sitten tää toiminta oli mulle tuttua, kun sä oot videoinut opetusharjoittelijoita. Enkä mä usko, että oppilaitakaan häiritä, koska he viime vuonna näkivät sitä. Saatto tietysti jonkun verran olla, että se sitä puheen tuottamista ja voimakkuutta madalsi. (B\_1/9\*)*

Edellä on pohdittu videohavainnoinnin ylivertaisuutta ihmisen suorittamaan havainnointiin nähden. On kuitenkin tärkeää huomata, että subjektiivisuus ja valikoivuus ovat myös videohavainnoinnin ominaispiirteitä, eikä mikään videotallenne ole koskaan täydellinen. Paterson ym. (2003, s. 32) toteavat, että videohavainnointi vaatii jatkuvaa päätöksentekoa sen suhteen, mitä havainnoidaan ja siten se tuottaa aina valikoidun kuvauksen tutkittavasta ilmiöstä (ks. myös Bottorff, 1994, s. 246). Tutkittavan ilmiön kuvaus perustuu ensisijaisesti tutkimuksen tavoitteisiin sekä tutkijan esiymmärryksen ja teoreettiseen tietoon havainnoitavasta ilmiöstä, mutta myös laitteiden teknisiin rajoitteisiin. Pirie (1996, s. 553; 2001, s. 346) huomauttaa, että ”se, ketä me olemme, minne asetamme kameran ja jopa se, millaisen mikrofonin valitsemme vaikuttaa siihen, millaista aineistoa saamme kerättyä ja mitä menetämme”.

Tämän tutkimuksen yhteydessä oppituntien videointi kohdistui ensisijaisesti opettajan toimintaan. Tarvittaessa tarkensin kuvan myös oppilaisiin, taululle tai piirtoheittimelle, jos se tunnin kulun kannalta oli oleellista. Lisäksi kuvasin koko luokkaa toimintaympäristön taltioimiseksi. Suoritin videoinnin luokan perältä. Videokameran oman mikrofonin lisäksi käytin opettajaan kiinnitettyä langatonta mikrofonia. Näin toimien opettaja ja luokan etuosaan sijoittuvat tapahtumat näkyivät ja langattoman mikrofonin ansiosta myös kuului hyvin videolla. Kuitenkin oppilaat olivat kuvassa usein selin tai sivutain kameraan nähden. Lisäksi opettajasta tai kamerasta hieman kauempana olevien oppilaiden ääni ei kuulunut kaikilta osin selkeästi. Siten oppitunneista tallentui valikoitunut kuvaus, jossa opettaja ja hänen toimintansa olivat kes-

keisessä osassa. Tämä on kuitenkin perusteltu valinta tutkimuksen tavoitteet huomioiden. Toki pyrin tallentamaan oppituntitapahtumat mahdollisimman kokonaisvaltaisesti siten, että kuvassa näkyisi ja kuuluisi mahdollisimman paljon myös oppilaiden toimintaa ja niin, että oppitunnit tallentuivat kokonaisuudessaan yksittäisten tapahtumien sijaan. Osittainen heikko äänenlaatu ei myöskään ollut suuri ongelma, sillä analyysin kannalta ei ollut keskeistä saatavuttaa oppituntien dialogia sanatarkasti, vaan kuulla erityisesti toimintaa ohjaavan opettajan puhe ja keskustelun eteneminen yleisellä tasolla.

Suoritin kaikki oppituntien videoinnit itse. Ajattelin, että myös siten pystyin vaikuttamaan videolle tallentuneen toiminnan kuvauksen luonteeseen ja sen luotettavampaan ymmärtämiseen. Videoidessaan tutkijan on huomattava, että havainnointi on muutakin kuin vain aineiston tallentamista tutkimusympäristöstä. Fox (1998, s. 2) toteaa, että tutkija on tällöin kaikkia aistejaan hyödyntävä, aktiivinen tarkkailija, eikä vain videokameran kaltainen passiivinen aineistonkerääjä. Havainnoinnissa on aina läsnä tarve analysoida ja ymmärtää kohteena olevaa toimintaa. Tutkijalla tuleekin siis olla sellaista asiantuntijatietoa, jota havainto itse ei suoraan osoita. Suorittaessani oppituntien videoinnit itse pystyin myös samalla tekemään vapaamuotoisempia huomioita kuin vain videolle tallentuvat, pitkälti visuaaliset ja ääneen perustuvat havainnot. Tällaisia olivat esimerkiksi luokan tunnelman sekä opettajan ja oppilaiden välisten henkilösuhteiden tavoittaminen sekä näihin liittyen sellaiset seikat, jotka ilmenivät ennen varsinaista oppituntin videointia tai sen jälkeen. Lisäksi, kuten Powell ym. (2003, s. 412) huomauttavat, kuvallinen videoaineisto on luonteeltaan hyvin – tai jopa liian – voimakasta, jolloin se voi kiinnittää huomion epäolennaisiin tai todellisen tilanteen kannalta vääristyneisiin tapahtumiin. Nyt olin kuitenkin ollut itse paikalla oppitunneilla ja kokenut henkilökohtaisesti todelliset tilanteet, joten pystyin siten ymmärtämään videolle tallennettuun aineistoa luotettavammin.

Eettiset seikat ovat myös hyvin keskeisiä videohavainnoinnin suorittamisessa. Rosenstain (2002, s. 25) toteaa, että kaikessa hyvässä tutkimuksessa huolehditaan aineiston omistusoikeuteen, julkisuuteen ja saatavuuteen liittyvistä kysymyksistä. Videoaineisto on erityisen altista väärinkäytöksille, koska videolle ovat tallentuneet havainnoitavan kontekstin lisäksi tutkimushenkilöiden kasvot ja keskinäinen vuorovaikutus, josta he ovat helposti tunnistettavissa. Powell ym. (2003, ss. 408–409) painottavat tutkimushenkilöiden tiedottamisen tärkeyttä. Tutkimushenkilöiden tulee ymmärtää, mitä se tarkoittaa, että he osallistuvat tutkimukseen, jossa heidän toimintaansa tallennetaan videolle, ja mitkä ovat sen mahdolliset seuraukset. Tutkijan ja tutkimushenkilöiden tulee olla yhtä mieltä videoaineiston omistamiseen ja esittämiseen liittyvistä seikoista. Tässä tutkimuksessa huomioin nämä seikat sopimalla suullisesti tutkimushenkilöinä toimivien luokanopettajien kanssa heidän osallistumisesta tutkimukseeni sekä informoin kunkin tutkimuskoulun rehtoria. Lisäksi hankin kirjalliset tutkimusluvat Helsingin kaupungin opetusvirastosta sekä erityisesti kunkin havainnoitavien oppilaiden vanhemmilta (ks. liite 8.3).

## 8.2 Opettajan pedagogista ajattelua ilmentävä stimulated recall -haastattelu

Haastattelu on havainnoinnin ohella toinen yleisimmin käytetyistä aineistonkeruumenetelmistä laadullisessa tutkimuksessa. Joustavuutensa ansiosta haastattelu sopii moniin erilaisiin tutkimustarkoituksiin. Sen avulla saadaan tietoa ihmisten ajatuksista, käsityksistä, mielipiteistä, tiedoista ja tunteista. Haastatteleamalla voidaan syventää jo olemassa olevaa tietoa tai tutkia moniulotteisia ilmiöitä sekä vähän kartoitettuja ja tuntemattomia tai arkoja ja vaikeitaakin aiheita.

Tässä tutkimuksessa halusin opettajien toiminnan lisäksi selvittää, millaisia näkemyksiä ja perusteita opettajat liittävät omaan toimintaansa matematiikan opetus-opiskelu-oppimisprosessin kulussa. Tähän tarkoitukseen sopiva menetelmä on erityisesti stimulated recall -haastattelu (str). Stimulated recall -haastattelumenetelmä voidaan liittää ominaisuuksiensa perusteella erilaisiin metodologisiin taustoihin, kuten esimerkiksi introspektiivisiin tai verbaalisten selontekojen menetelmiin. Nämä menetelmät perustuvat olettamukseen siitä, että ihmisen on mahdollista havainnoida sisäisiä prosessejaan samalla tavoin kuin ulkoisia todellisen elämän tapahtumia sekä verbalisoida niitä. (Ks. tarkemmin Shavelson, 1986; Gass & Mackey, 2000; Lyle, 2003.) Eskelinen (1993, s. 69) kytkee str-menetelmän symboliseen interaktionismiin ja hermeneuttiseen traditioon. Tällöin tavoitellaan tutkijan ja tutkittavan yhdessä tuottamaa tulkintaa tarkasteltavasta ilmiöstä sellaisena kuin tutkittava sen kokee. Str-menetelmää onkin käytetty laajalti laadullisen tutkimuksen piirissä. Erityisesti opettajan ajattelun tutkimus on str-menetelmän merkittävä kasvatustieteellinen sovellusalue (ks. esim. Bloom, 1953; Kagan ym., 1963; Peterson & Clark, 1978; Clark & Peterson, 1981; Eskelinen, 1993; Alexandersson, 1994; Mayer & Marland, 1997; Patrikainen, 1997; Pitkäniemi, 1998; Aaltonen, 2003; Lyle, 2003; Husu ym., 2005; 2007; 2008; Toom, 2006; Vesterinen ym., 2010; Vesterinen, 2011).

Bloom (1953, s. 161–162), joka mainitaan usein stimulated recall -haastattelu-menetelmän ensimmäisenä käyttäjänä, kuvailee menetelmän perusajatuksen olevan sen, että tutkimushenkilölle esitetään alkuperäiseen tilanteeseen liittyviä vihjeitä ja virikkeitä, jotta hän kykenisi elämään alkuperäisen tilanteen uudelleen mahdollisimman samankaltaisena ja elävänä kuin se todellisuudessa oli ja kertomaan siitä. Tutkiessaan college-opiskelijoiden ajattelua Bloom itse käytti virikkeenä erilaisissa opiskelutilanteissa tallennettuja ääninauhuja. Patrikaisen ja Toomin (2004, s. 242) mukaan nykyisin on yleistä käyttää toiminnasta kuvattua videotallennetta, kuten tässäkin tutkimuksessa on tehty. Virikkeenä voivat kuitenkin toimia myös valokuvat ja piirroksot (Jokinen & Pelkonen, 1996, ss. 136–137). Lisäksi viimeaikaisessa tutkimuksessa on käytetty videoitujen oppituntien ohella muutakin teknologiaa, mm. oppilaiden käsitekartta työskentelyä vaihteittain ilmentäviä CmapTools -tallenteita ja elokuvia (Vesterinen ym., 2010; Vesterinen, 2011).



Jokisen ja Pelkosen (1996, s. 139) mukaan stimulated recall -haastattelu sopii tilanteisiin, joissa halutaan selvittää ihmisten kokemuksia ja käsityksiä heidän omasta toiminnastaan. Myös Lyle (2003, ss. 861–862) toteaa, että str-menetelmä on sopiva menettelytapa tutkittaessa kognitiivisia strategioita ja muita ajatteluprosesseja sekä esimerkiksi opettajien käyttäytymistä ja päätöksentekoa interaktiivisissa ja kompleksisissa oppituntitilanteissa. Patrikainen ja Toom (2004, s. 239) muistuttavat, opettajan on lähes mahdotonta raportoida omaa ajatteluaan oppitunnin aikana ja sen vuoksi str-menetelmä, jossa haastattelu suoritetaan vasta toiminnan jälkeen, on tarkoituksenmukainen keino opettajan ajattelun ilmentämiseksi. Eskelinen (1993, s. 70) kuvailee str-haastattelua osuvasti menetelmäksi, jonka avulla opetustilanteen aikaiset ajatteluprosessit voidaan ikään kuin ”siepata lennosta” itse oppituntitilannetta juurikaan häiritsemättä. Hän toteaa str-haastattelun olevan myös paljastava menetelmä. Opettajan toiminta on koko ajan videolta nähtävissä eikä hän voi teeskennellä toimivansa toisin. Lisäksi video auttaa oppituntitilanteiden mieleen palauttamisessa eikä haastattelu tapahdu vain muistinvaraisesti. Nämä merkitsevät sitä, että tutkimustilanteen luonnollisuus ja syntyvän aineiston autenttisuus on varmemmin säilytettävissä. (ks. myös Jokinen & Pelkonen, 1996, ss. 137–138.)

#### *Stimulated recall -haastatteluaineiston keruu*

Hyödynnettäessä stimulated recall -menetelmää opettajan ajattelun ja toiminnan tutkimuksessa aineiston keruu alkaa luonnollisesti oppitunnin videoinnilla ja varsinainen str-haastattelu tehdään jälkeinpäin (ks. oppituntien videoinnista luku 8.1). Tässä tutkimuksessa pyrin suorittamaan str-haastattelut mahdollisimman pian videoidun oppitunnin jälkeen, jottei oppituntitapahtumien ja ajatteluprosessien unohtamista tapahtuisi liikaa. Bloomin (1953, s. 162) mukaan virikkeen avulla on mahdollista palauttaa mieleen suurin osa oppitunnin aikaisista tapahtumista vielä kahden vuorokauden kuluttua, mutta tämä havainto koskee ulkoisia tapahtumia, ei niinkään tutkittavan omaa ajattelua. Aikataulullisista syistä haastattelin opettajat pääsääntöisesti kaksi kertaa viikossa siten, että kussakin haastattelussa käytiin läpi kahden oppitunnin tapahtumat. Yksi tällainen str-haastattelu kesti keskimäärin reilun tunnin verran (00:46–02:01/haastattelu). Näin toimien videoitujen oppituntien ja str-haastatteluiden väli ei muutamaa poikkeusta lukuun ottamatta venynyt yli kahden vuorokauden ja tavallisimmillaan haastattelu sijoittui samalle tai seuraavalle päivälle oppituntiin nähden.

Stimulated recall -haastattelutilanteessa tutkija ja tutkimushenkilö katsovat yhdessä oppitunnista tallennettua videota. Haastattelun tavoitteena on, että tutkimushenkilö kertoo oppitunnin aikaisesta ajattelustaan ja toiminnastaan sekä niihin liittyvistä perusteista. Kuitenkin se, kuinka strukturoitu str-haastattelu on ja kohdentuuko haastattelu koko oppituntiin vai valikoituihin osiin siitä sekä millaisissa rooleissa ja kuinka aktiivisesti tutkija ja tutkimushenkilöt toimivat, vaikuttaa oleellisesti syntyvän aineiston laatuun ja siten str-

haastattelun lopullinen muoto määräytyy kunkin tutkimuksen tavoitteiden suunnassa. (Ks. Patrikainen & Toom, 2004, ss. 242–245.)

Stimulated recall -haastattelut suoritettiin koulupäivän päätteeksi joko opettajan luokassa tai muussa rauhallisessa tilassa. Oppitunnista tallentamani video oli näkyvässä ja kuultavissa televisiosta ja str-haastattelun nauhoitin MiniDisc -kasetille. Kuten Calderhead (1981, s. 214) toteaa, syntyvän aineiston laatuun vaikuttaa se, miten tutkimushenkilö on valmistettu str-haastatteluun ja millaiset ohjeet hän on saanut kommentointiinsa (ks. myös Patrikainen & Toom, 2004, s. 245). Ensimmäisen str-haastattelun aluksi kerroin opettajalle, miten str-haastattelu etenee ja kuinka hänen tulee tilanteessa toimia. Pyrin korostamaan str-haastattelun toteuttamiseen liittyviä periaatteita: ajattelun ja toiminnan perusteiden kuvaamista sekä tutkijan, mutta myös opettajan aktiivista roolia haastattelun edistämisessä. Lisäksi halusin korostaa, että olen kiinnostunut opettajan esittämistä perusteluista juuri hänen omasta näkökulmastaan käsin. Oikeita tai väärä perusteluita ei ole, vaan kaikki perustelut – arkisista kasvatusfilosofiin – ovat yhtä arvokkaita.

Koska tässä tutkimuksessa tavoitteeni oli selvittää opettajien matematiikan opetukseen liittyviä näkemyksiä ja heidän omalle toiminnalleen esittämiä perusteita, ensisijainen tavoitteeni stimulated recall -haastattelussa oli edistää mahdollisimman monipuolista keskustelua matematiikasta sekä sen opetuksesta ja opiskelusta, jotta tarkoituksenmukaista aineistoa syntyisi riittävästi. Näin ollen str-haastattelut kohdistuivat yksittäisten episodien sijaan koko oppitunnin kulkuun. Aloitin varsinaisen str-haastattelun kysymällä oppitunnin tavoitteista sekä yleisesti oppitunnin onnistumisesta. Näin toimien opettajalla oli mahdollisuus tuoda ensin esiin päällimmäiset tuntemuksensa opetuksen ja opiskelun kulusta ja siirtyä vasta sen jälkeen oppitunnin yksityiskohtaiseen tarkasteluun. Jatkossa str-haastattelu eteni videolla näkyvissä olevia oppituntitapahtumia seurailleen, joihin liittyen esitin sekä etukäteen valmistelemiani että haastattelutilanteessa syntyneitä kysymyksiä opettajan kertoessa omista ajatuksistaan ja havainnoistaan.

Patrikaisen ja Toomin (2004, s. 243) mukaan keskeisimmät kysymykset, joiden avulla opettajan ajattelua ja toimintaa stimulated recall -haastattelussa selvittää kiteytyvät mitä-, miten- ja miksi-kysymyksiksi. Tässä tutkimuksessa oleellisinta oli selvittää opettajien matematiikan opetukseen liittyviä näkemyksiä ja perusteita, jolloin str-haastattelussa esittämäni kysymykset muotoutuivat usein seuraavanlaisiksi: Mitä tässä tapahtuu? Miksi toimit näin? Mikä kiinnitti huomiosi tässä tilanteessa? Mitä ajattelit tässä tilanteessa? Miksi ajattelet noin? Toisaalta kävimme opettajien kanssa keskustelua myös joistain yleisimmistä matematiikan opetukseen liittyvistä teemoista, kuten oppikirjan merkityksestä ja sen sisältämistä erilaisista tehtävätyypeistä sekä arvioinnista ja kokeista. Nämäkin keskustelut saivat kuitenkin aina alkunsa jostain oppitunnilla ilmenneestä tapahtumasta eivätkä siten olleet opettajan videolla näkyvissä olevasta toiminnasta irrallisia aiheita. (Ks. esimerkkejä str-haastattelukysymyksistä liite 8.4.)

Kysymysten muotoiluun vaikuttivat myös haastattelutilanteen rakenne ja kulku. Kuten jo aiemmin mainitsin, tuntui luontevalta aloittaa stimulated recall -haastattelu kysymällä opettajan tavoitteita tarkastelun kohteena olevalle oppitunnille ja toisaalta lopettaa haastattelu siihen, kuinka opettaja arvioi asettamiensa tavoitteiden toteutumista ja tunnin kulkua ylipäätään. Toisaalta ajankäyttö vaikutti esittämieni kysymysten muotoon. Str-haastatteluihin ei voinut käyttää määrättömästi aikaa, joten tavakseni muodostui – sen sijaan, että olisin joka kerta kysynyt opettajalta, mitä hän kyseisessä tilanteessa tekee – todeta itse mahdollisimman neutraalisti, mitä videoidulla oppitunnilla näyttää nyt juuri tapahtuvan ja kysyä suoraan sen jälkeen opettajalta, miksi hän toimii näin tai mitä hän kyseistä tilanteesta ajattelee. Tällä tavoin onnistuin edistämään keskustelua ja säästämään aikaa.

Patrikainen ja Toom (2004, ss. 243–245) muistuttavat, että vaikka tutkija on valmistautunut stimulated recall -haastatteluun kysymyksineen, ja vaikka haastattelun tavoitteena on tutkijan ja tutkimushenkilön yhdessä rakentama ymmärrys oppitunnin tapahtumista, niin haastattelutilanne etenee kuitenkin pitkälti videon ja tutkimushenkilön ehdoilla. Mayer ja Marland (1997, s. 21; ks. myös Marland, 1986, ss. 212–213) asettavat tutkimushenkilön str-haastattelussa asiantuntijan asemaan ja tutkijan tehtävänä on tukea häntä tapahtumien mieleenpalauttamisessa. Heidän mukaansa tutkija on aktiivinen kuuntelija, joka etenee kysellen ja selkiyttäen, muttei johdatellen tai arvioiden.

Käsillä olevassa tutkimuksessa oma roolini tutkijana muotoutui kuitenkin melko hallitsevaksi suhteessa haastateltavaan opettajaan. Toisaalta tämä oli tutkimuksen tavoitteisiin viitaten tietoinen ratkaisu. Videoituja oppitunteja katsoessa olennaista ei niinkään ollut se, oliko keskustelu tutkija vai opettajan virittämää – toisin kuin esimerkiksi Alexanderssonin (1994) sekä Toomin (2006) tutkimuksissa, joissa tarkoituksenmukaista aineistoa oli vain sellaisiin oppituntitapahtumiin liittyvä haastattelupuhe, jotka opettajat itse kokivat merkittäviksi – vaan se, että tutkittavaan ilmiöön liittyviä tekijöitä tarkasteltiin kattavasti ja useista näkökulmista. Toki haastattelun kulussa pyrin kannustamaan opettajia kertomaan omista ajatuksistaan ja havainnoistaan esittämieni kysymysten lisäksi, jotta heidän oma näkökulmansa oppituntitapahtumiin tulisi varmasti esille.

Toisaalta taas aktiivinen tutkijan roolini johtui opettajien roolista ja aktiivisuudesta stimulated recall -haastattelutilanteissa. Tavallisesti, erityisesti Opettajien A ja C kohdalla, keskustelut saivat alkunsa pikemminkin tutkijan esittämistä kysymyksistä kuin heidän oma-aloitteisesta kommentoinnistaan. Lisäksi tein kaikkia opettajia koskien havainnon, että useimmiten opettajat vain kuvailivat, miten he kyseisissä oppituntitilanteissa toimivat ja siten tehtäväkseni jäi esittää perustelujen ilmentämisen kannalta keskeiset miksi-kysymykset. Str-haastattelut muotoutuivatkin siten, että ne noudatti pitkälti kaavaa, jossa esitin ensin neutraalin kuvauksen oppituntitapahtumasta liittäen siihen opettajan toiminnan perusteita selvittävän miksi-kysymyksen. Opettajan vastattua kysymykseeni, esitin tarvittaessa yhden tai useamman tarkenta-

van kysymyksen, kunnes kyseinen tilanne oli käsitelty riittävällä tarkkuudella. Opettaja B:n kanssa keskustelu kuitenkin erosi melko lailla edellä kuvaamastani ns. tyypillisestä str-haastattelun kaavasta. Opettaja B:llä oli itsellään hyvin aktiivinen ja hallitseva rooli sen suhteen, mitkä videolla näkyvissä olevista tapahtumista hän nosti keskusteluun ja mistä näkökulmasta hän niitä pohti. Lisäksi hän toi usein esiin vaihtoehtoisia toimintatapoja, jotka olisivat tehneet opetustilanteesta mahdollisesti toimivamman. Välillä saattoi vaikuttaa jopa siltä, kuin Opettaja B olisi kokenut tutkijan esittämät kysymykset epärelevantteina, koska tällöin hän vastasi lyhyemmin kuin oma-aloitteisesti kommentoimissaan tai sivuutti kysymyksen kokonaan. Toisaalta Opettaja B:n aktiivisuus ja oma-aloitteisuus muuttivat str-haastattelua hetkittäin vapaamuotoisemmaksi, jossa emme olleet enää tutkijan ja tutkimushenkilön rooleissa, vaan keskustelu muistutti opettajakollegoiden ajatustenvaihtoa. Tämä seikka oli huomioitava str-aineiston analyysissä, jolloin oli tärkeää erottaa pois sellainen aineisto, jossa tutkijan johdatteleva tai arvioiva vaikutus oli merkittävää (ks. tarkemmin luku 9.2.1).

Vaikka stimulated recall -haastattelu on epäilemättä tarkoituksenmukainen menetelmä opettajan ajattelun tutkimiseen, ei sen käyttö luonnollisestikaan ole täysin ongelmaton. Patrikainen ja Toom (2004, ss. 248–250) jakavat str-menetelmän käyttöön liittyvät ongelmakohdat luonteeltaan teknisiin sekä aineiston laatua ja luotettavuutta koskeviin. Ilmeisin tekninen ongelma on videokameran käyttö, ja kuten jo edellä luvussa 8.1 totesin, tutkijan on mahdollista vähentää näitä ongelmia erilaisilla käytännönjärjestelyillä. Patrikainen ja Toom huomauttavat, että aineiston laatua ja luotettavuutta koskevia metodologisia ongelmia on kuitenkin hankalampi välttää. He nostavat esiin mm. vaikeuden katsoa itseään videolta, haastateltavan metakognitiivisten taitojen kehittyneisyyden sekä str-haastattelussa syntyvän aineiston todenperäisyyden.

Stimulated recall -haastattelutilanteessa opettaja katsoo itseään ja omaa toimintaansa videolta, joka voi olla hänelle uusi tilanne. Calderhead (1981, s. 213) toteaa, että itsensä katsominen videolta on stressaava tilanne ja voi siksi vaikuttaa epämiellyttävän olotilan lisäksi myös opettajan kykyyn kertoa omasta ajattelustaan. Tässä tutkimuksessa opettajat eivät juurikaan tuoneet esiin videon katsomisen aiheuttamaa hämmennystä. Oheinen aineistolainaus sisältää kuitenkin muutamia viitteitä siitä, että itsensä katsominen videolta ei välttämättä ole miellyttävä kokemus.

*T: Entä mitä ajattelet näistä haastattelutilanteista?*

*A: Nyt aluksi vähän pysähtyy katsomaan tota videota, että miten se etenee, ja miltä toi oma opetus ja luokka näyttää. Mutta se varmaan tähän tottuu.*

*T: Ootsä ennen nähnyt, kun sä itse opetat? Onko se edelleen kauhistuttavaa?*

*A: Joo, olen. Se on yhtä kauheeta aina. (A\_2/13\*)*

Yinger (1986, ss. 270–271) toteaa, että videota katsolessaan opettajat tarkastelevat toimintaa eri perspektiivistä kuin todellisessa oppituntutilanteessa,

ikkään kuin ulkopuolisena. Tällöin opettaja tekee sellaisia havaintoja, joita ei oppitunnilla huomannut ja myös raportoi niistä. Aaltonen (2003, ss. 33–34) ei näe tätä ongelmana, vaan päinvastoin, syntyvän aineiston monipuolisuutta lisäävänä tekijänä. Seuraavat aineistolainaukset osoittavat, että Yingerin huomio opettajien tekemistä havainnoista pitää varmasti paikkansa. Opettajat kommentoivat videon perusteella niin itseään kuin oppilaitakin.

*B: Tossa mun raidat... on harventunu tuolta päältaelta. Näkyy oikein hyvin tässä, että missä ne raidat oikein menee. Musta raita tossa noin. (B6.4/4\*)*

*A: Tässä tunti alkoi samalla tavalla, kun äsken [edellisellä matematiikan tunnilla]... Huomaan, että opettaja kirjoitti taululle ja koittaa sillä saada huomiota. (A4.1/6)*

*A: Huomaan, kun tässä on näitä tunteja katseltu, että Arttu kysyy aina ohjeita erikseen ja pyytää niihin apua. Mä oon sitä mieltä, että se ei lue niitä huolella. Ei kukaan muu oppilas samassa määrin kysy eikä noi tehtävät ole liian vaikeita. (A\_5.5/5)*

Toinen merkittävä aineiston laatuun ja luottavuuteen liittyvä tekijä on opettajan metakognitiiviset taidot, joita oman ajattelun ja toiminnan analysointi edellyttävät. Näiden taitojen kehittymättömyys voi Jokisen ja Pelkosen (1996, s. 139) mukaan rajoittaa stimulated recall -menetelmän käyttöä. (Ks. myös Patrikainen & Toom, 2004.) Calderhead (1981, s. 213) kyseenalaistaa, missä määrin opettaja voi tiedostaa ajatteluaan ja verbalisoida sitä. Osa opettajan tiedosta, kuten rutiinit ja ns. hiljainen tieto, on harvemmin sellaista, josta opettaja olisi aiemmin ääneen puhunut. Jälleen Aaltonen (2003, s. 35) esittää eriävän näkökulman todetessaan, että tiedostamattomat uskomukset vaikuttavat kuitenkin opettajan toimintaan ja sen vuoksi niiden esiin tuominen on merkittävä tavoite. Tässä tutkimuksessa mukana olleet opettajat toivat esiin juuri Calderheadin mainitseman tiedostamattomat, rutiininomaiset tai spontaanit ajattelu- ja toimintatavat. Näistä puhuminen oli hankalaa, koska tällaisten ajatusten verbalisointiin ei ollut valmiita sanoja tai käsitteitä, jotka haastattelutilanteessa olisivat olleet helposti käytettävissä. Kuitenkin opettajat totesivat oman ajattelun ja toiminnan kuvaamisen helpottuneen tutkimusprosessin edetessä ja oman ajattelun aktivoiduttua pohtimaan oppituntitapahtumia. He havaitsivat jo oppitunnin aikana tilanteita, joista tultaisiin puhumaan strahaastattelussa ja lisäksi asiat tulivat mieleen myös koulupäivän ulkopuolella.

*A: Oman toiminnan ja ajattelun kuvaaminen tuntui mukavalta, vaikka se oli ajoittain myös vaikeaa. Joidenkin itselle selkeiden toimintaperiaatteiden selittäminen oli vaivatonta. Sitten kun käsiteltiin haasteellisempia teemoja tai kysyit sellaisia asioita, joita en ole aikaisemmin miettinyt, selittäminen olikin hankalaa. Sinulle oli kyllä helppoa puhua asioista, mutta hankalaa oli se, että näille asioille oli vaikeaa löytää täsmällisiä sanoja tai käsitteitä. Oman toiminnan ja ajattelun kuvaaminen kyllä helpottui prosessin aikana, koska totuin siihen. Ja jossain määrin meille muotoutuivat myös rutiinit ja ”kieli”, jolla käsitelimme asioita ja joita molemmat ymmärsimme. (A\_sähköposti)*

*C: Kun on 34 vuotta opettanut, niin eihän sitä jatkuvasti oo miettinyt, että mitä mä nyt tällä ajan takaa tai mitä mä ajattelen. Että onhan se aika paljon selkäytimestä tullu. -- Eikä se nyt ihan yksinkertaista oo. Kyllä siinä vähän joutuu miettimään ja pukemaan sanoiksi sitä omaa ajattelua, joka tulee niin kun sinä hetkenä semmosena kuin se tulee.*

-- En tiedä onko se [omasta ajattelusta kertominen] helpottunut, mutta nyt siitä omaa tapaansa viedä opetusta eteenpäin on käynyt lävitse sekä ennen että jälkeen sen prosessin. Siihen on kiinnittänyt huomiota. Ennen se vaan on ollut ja tapahtunut, eikä se oo vaivannut. Nyt se on tavallaan ruvennu vähän vaivaamaan. Mietityttää ja tulee mieleen illalla joskus, että "Ai jukra, että miten se yksikköhinnan laskeminen on nyt niille niin hankalaa se". Että mitähän siinä ois tehtävissä vielä asian eteen. (C\_8/9)

B: -- Huomasin, että oppi ajattelemaan, miksi mä teen tän. Kun se kysymys tulee mulle kuitenkin, niin mulla pitää olla jokin vastaus, että miks mä teen tän. -- (B\_8/9\*)

Yllä esitetyt kommentit oman ajattelun aktivoitumisesta tutkimusprosessin myötä tuovat hyvin esiin myös kolmannen stimulated recall -menetelmällä hankitun aineiston laatuun ja luotettavuuteen liittyvän seikan, syntyvän aineiston todenperäisyyden. Eskelinen (1991, ss. 7–8; 1993, ss. 72–73) toteaa, että uskomusten ja str-haastattelun aikaansaaman ajattelun erottaminen toiminnan aikaisesta ajattelusta on vaikeaa. Str-menetelmää on kritisoitukin juuri siitä, että se tarjoaa tietoa, nimenomaisissa interaktiutilanteissa tapahtuneiden ajatteluprosessien sijaan, opettajan yleisistä ajattelu- ja toimintatavoista ja oletelmuksista, miten asioiden tulisi olla sekä yrityksistä järjeistää omaa toimintaansa (ks. myös Lyle, 2003). Gass ja Mackey (2000, ss. 5–6) näkevät ongelmana sen, että, että ihmisellä on pohjimmiltaan tarve selittää ja rationalisoida ilmiöitä, vaikka niille ei olisi päteviä perusteluja.

Tässä tutkimuksessa keskeistä ei ollut se, oliko opettajan verbalisoima ajattelu oppituntien aikaista vai sen jälkeen syntynyttä tai sisälsikö se yleisiä matematiikan opetusta ja opiskelua koskevia periaatteita ja uskomuksia, koska ensisijaisena tavoitteenani oli edistää mahdollisimman monipuolista keskustelua. Merkittävää sen sijaan oli se, että opettajan kanssa käyty keskustelu kumpusi käytännön oppituntitilanteista, jolloin toisaalta opettajan oli helpompi puhua työstään sen liittyessä todellisiin tapahtumiin ja toisaalta aineiston autenttisuus ja todenperäisyys oli tiettyssä mielessä taattua (ks. Aaltonen, 2002, ss. 186–187). Opettajat itse vakuuttivat pyrkineensä vastaamaan rehellisesti esittämiini kysymyksiin myös sellaisissa tilanteissa, jolloin he eivät muistaneet kyseistä tapahtumaa tai eivät osanneet perustella toimintatapojaan.

B: Olettaisin, että on ollut sellasia asioita, jolloin joutuu sanomaan, että se tuli selkärangasta, sillä ei oo mitään korkeempaa aivotoimintaa. Se on sellainen vuosien tuoma juttu, että näin tää menee kaikkein parhaiten. Kyllä sen melkein sitten kuulee mun vastauksesta, kun mä nauran, että "No joo", että "Pirskatti, kuuluu tehdä noin". Mutta mä kyllä oletan että niissä vastauksissa on se, mitä mä ajattelen. Että ymmärtää tän matematiikan, on tärkeempää, kuin mekaaninen suorittaminen. (B\_8/9\*)

A: Olen pyrkinyt olemaan haastattelussa niin rehellinen kuin mahdollista. Mahdolliset ajattelun ja toiminnan ristiriidat huomaat varmasti analysoidessasi. En varsinaisesti ole joutunut keksimään vastauksia ja perusteluja miksi-kysymyksillesi, mutta ajoittain perusteluiden tiedostaminen on ollut hankalaa, koska osa oppituntin aikaisista päätöksistä ja ratkaisuista on niin rutiininomaisia, että niitä ei mieltä etukäteen. Nämä liittyvät esim. luokan hallinnassa, kotiläksyjen tarkistamisessa ja kysymyksiin vastaamisessa käyttämiini rutiineihin. Olen toisinaan myös vastannut rehellisesti, jos en muistanut, mitä ajattelin jollakin kyseisellä hetkellä tai jos en osannut sanoa erityisiä perusteluja toimimalleni. (A\_sähköposti)

## 9 Aineiston käsittely ja analyysi

Tässä tutkimuksessa aineiston analyysi kohdentui sekä opettajan pedagogista toimintaa ilmentäviin videotallenteisiin että hänen ajatteluaan paljastavaan haastattelumateriaaliin. Analyysin lopputulemana loin kokonaiskuvan kunkin opettajan matematiikkaan liittyvästä opetuskäsityksestä. Nämä kaksi aineistoa suhtautuivat toisiinsa siten, että videoaineiston avulla muodostin alustavan ymmärryksen opettajan opetuskäsityksestä, jota syvensin str-haastatteluaineiston luoman kuvan avulla. Tavoitteena ei siis ollut asettaa erilaisia aineistoja vastakkain ja etsiä niiden välisiä ristiriitoja, vaan nimenomaan pyrkiä yhä syvempään ja luotettavampaan ymmärrykseen tutkittavasta ilmiöstä.

Analyysin tavoitteena laadullisessa tutkimuksessa on tehdä selkoa laajasta ja monivivahteisesta, visuaalisesta tai tekstin muodossa olevasta aineistosta siten, että tutkija voi vastata esittämiinsä tutkimuskysymyksiin ja tuottaa uutta tietoa tutkimastaan ilmiöstä. Se, millä tavoin tutkijan tulisi analyysinsä toteuttaa, tuotti vielä parikymmentä vuotta sitten päänvaivaa. Laadullisen tutkimuksen piirissä ei ollut esitetty selkeitä työskentelyohjeita (ks. Suoranta & Eskola, 1992, s. 276). Nykyisin laadullinen tutkimus on vakiinnuttanut asemansa pätevänä tutkimusotteena määrällisen tutkimuksen rinnalla, ja sen erilaisista analyysin toteuttamisen tavoista on kirjoitettu paljon niin tutkimusraporteissa kuin menetelmäkirjallisuudessa (ks. esim. Suoranta & Eskola, 1992; Miles & Huberman, 1984; Strauss & Corbin, 1998; Silverman, 2001; Cohen ym., 2007). Patton (2002, s. 433) kuitenkin muistuttaa, että vaikka ohjeita ja esimerkkejä laadullisen aineiston analysoimiseksi on tarjolla runsaasti, ne eivät automaattisesti tuota päteviä tuloksia. Janesic (2001, s. 389) toteaaakin, että perimmäiset päätökset analyysin, tulkinnan ja tutkimuksen pätevyuden osoittamisen suhteen tutkijan on lopulta tehtävä itse. Cohen ym. (2007, s. 461) puhuvat analyysimenetelmien valinnan kriteerinä tarkoituksenmukaisuudesta. Tutkija siis soveltaa menetelmiä oman tutkimustehtävänsä kannalta relevantilla tavalla. Patton (2002, s. 433) jatkaa todeten, että menetelmällisten ohjeiden soveltaminen vaatii tutkijalta harkintaa ja luovuutta. Koska jokainen laadullinen tutkimus on ainutlaatuinen, myös siihen liittyvä analyytinen lähestymistapa on ainutlaatuinen. Näin ollen laadullinen tutkimusprosessi on riippuvainen tutkijan taidoista, oivalluskyvystä ja analyytisestä ymmärryksestä.

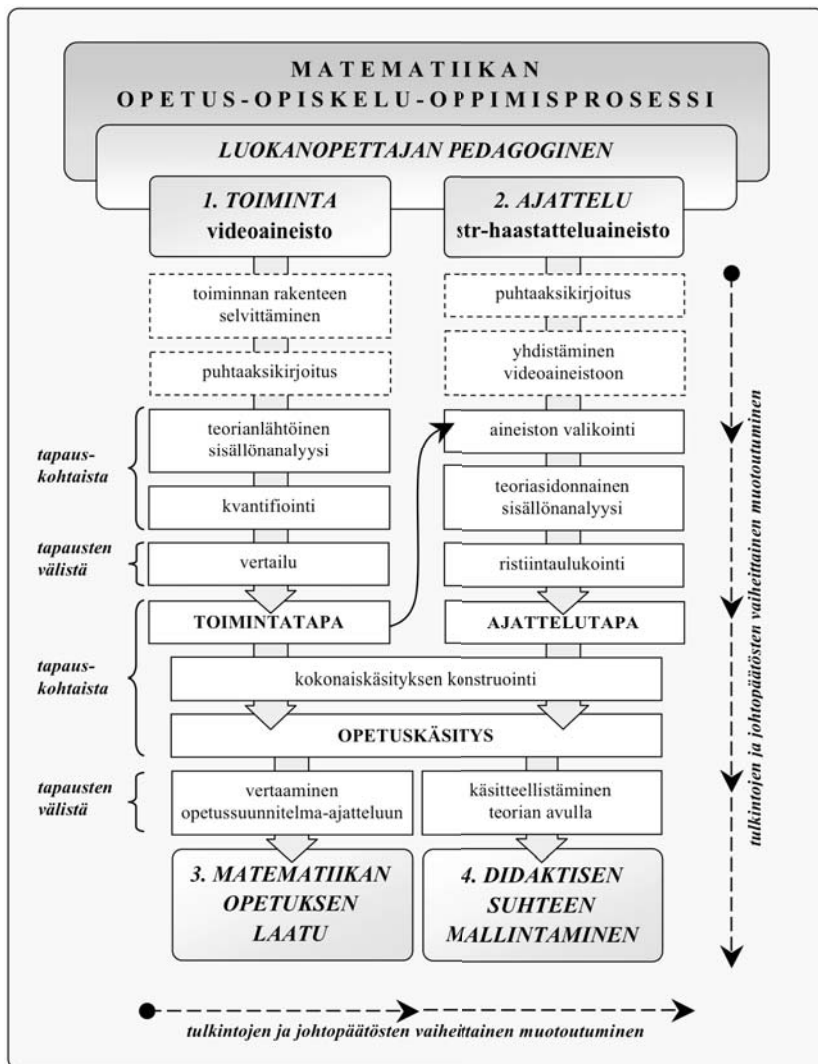
Käsillä olevassa tutkimuksessa en ole lähtökohtaisesti sitoutunut mihinkään tiettyyn laadullisen aineiston analyysitapaan, vaan määrittelen menettelyni yleisesti sisällönanalyysiksi. Perustelen tätä ratkaisua laadullisen tutkimuksen luonteeseen viitaten. Laadulliselle tutkimukselle – ja tässä erityisesti tapaustutkimukselle – on tyypillistä voimakas subjektiivisuus, tulkinnallisuus ja kontekstisidonnaisuus. Ne saavat aikaan sen, että aineistonkeruu ja -analyysiprosessi ovat ennalta varsin vaikeasti hallittavissa. Tämän tutkimuksen kohdalla analyysiprosessin ennalta arvaamattomuus konkretisoitui erityisesti videoaineiston analyysin kohdalla (ks. luku 9.1.1). Toisaalta näen, Pattonin (2002) ajatuksiin viitaten, että tiukkojen analyysimallien käyttäminen pitkälti praktisen tutkimusorientaationi kannalta ei ole tarkoituksenmukaista.

Tuomi ja Sarajärvi (2002, s. 93) toteavat sisällönanalyysin olevan laadullisen tutkimuksen perusanalyysimenetelmä ja laajasti nähtynä useimmat analyysimenetelmät perustuvatkin tavalla tai toisella sisällönanalyysiin. Cohen ym. (2007, ss. 475–476) määrittelevät sisällönanalyysin menettelytavaksi, jota luonnehtivat täsmälliset ja eksplisiittiset periaatteet, kuten aineiston koodaus, luokittelu, teemoittelu, tyypittely, kvantifiointi. Elon ja Kyngäksen (2007, s. 108; ks. myös Patton, 2002; Tuomi & Sarajärvi, 2002) mukaan sisällönanalyysin tavoitteena on kuvata tutkittavaa ilmiötä tiivistetyssä ja yleisessä muodossa. Analyysin tuloksena tuotetaan ilmiötä kuvaavia kategorioita, käsitteitä ja käsitejärjestelmiä, joista käy ilmi myös niiden väliset suhteet. Näiden perusteella voidaan lopulta tehdä luotettavia johtopäätöksiä. Käytännössä laadullisen aineiston analyysi voi edetä eri tavoin. Näitä analyysin muotoja Tuomi ja Sarajärvi (2002, ss. 95–97) jaottelevat joko käytettävän päättelyn logiikan mukaan tai Eskolaan (2001) viitaten, teorian merkitystä korostaen. Päättelyn logiikan mukaan kyse on joko induktiivisesta, yksittäisestä yleiseen etenevästä tai deduktiivisesta, yleisestä yksittäiseen etenevästä päättelystä. Lisäksi näiden ääripäiden väliin sijoittuu abduktiivinen päättelyn logiikka, jolloin havaintojen tekoon liittyy jokin johtoajatus. Tuomi ja Sarajärvi rinnastavat tietyn varauksin edellä kuvattuihin päättelyn muotoihin Eskolan teorian merkitykseen perustuvan jaottelun: aineistolähtöinen, teorialähtöinen sekä teoriasidonnainen analyysi. (Ks. myös Patton, 2002; Elo & Kyngäs, 2007.)

Tarkemmin määriteltynä sisällönanalyysi toteutettiin tässä tutkimuksessa sekä teorialähtöisesti että teoriasidonnaisesti ja sitä täydennettiin kvantifioimalla. Analyysin keskeiset periaatteet, systemaattisuus, loogisuus ja aineiston tiivistäminen, toimivat analyysiprosessia keskeisesti ohjaavina tekijöinä. Kuitenkin sen konkreettiset vaiheet muotoutuivat vasta prosessin kuluessa analysoitavien havainnointi- ja haastatteluaineistojen luonteen ehdoilla, mutta myös yrityksen ja erehdyksen kautta. Laadullista analyysia tässä tutkimuksessa voidaan lisäksi kuvata muutamien muidenkin menetelmällisestä keskustelusta nousevien jäsentäjien avulla. Huberman ja Miles (1994, ss. 432–437) jakavat erityisesti tapaustutkimukseen liittyvät analyysitavat tapauskohtaisiin (*within-case*) ja tapausten välisiin (*cross-case*) menettelyihin. Tässä tutkimuksessa suurin osa analyysista on tehty tapauskohtaisesti, mutta tapausten välistä vertailua on hyödynnetty tietyissä vaiheissa, kuten opettajien erityispiirteitä ilmennettäessä sekä yksityiskohtaista tietoa teoreettisiksi käsitteiksi abstrahoidessa. Analyysiprosessin kulkua ja tulkintojen tekoa luonnehtii myös iteratiivisuus (ks. Vilkkä, 2006, s. 87). Kuvaus, mahdolliset selitykset ja ymmärrys tutkittavasta ilmiöstä muotoutuivat vaiheittain analyysin edetessä, kun alustavia tulkintoja testattiin suhteessa aineistoon ja teoreettisiin näkemyksiin. Samaan asiaan viittaavat myös Janesick (2000, s. 388) kirjoittaessaan työskentelymalleista tai -teorioista (*working models or -theories*) ja Engle ym. (2007, ss. 239–240), jotka liittävät videoaineiston analyysiin asteittaisen hypoteesien kehittelyn (*progressive refinement of hypothesis*). Tässä tutkimuksessa tulkintojen kehittyminen ilmenee erityisesti tarkasteltaessa matematiikan opetusta eri aineistojen näkökulmasta: Videoaineiston avulla opetta-



jan toimintaa havainnoidaan ulkokohtaisesti, kun taas stimulated recall -haastattelu ilmentää opettajien omia käsityksiä opetus-opiskelu-oppimisprosessista. Lopulta tavoitteena oli luoda kunkin opettajan ajattelusta ja toiminnasta kokonaiskäsitys. Kokonaisuudessaan tämän tutkimuksen aineiston käsittely- ja analyysiprosessi on kuvattu kuviossa 9.1. Seuraavissa luvuissa 9.1 ja 9.2 kuvailen tarkemmin analyysin perusteita, kehittelyä ja toteuttamista.



**Kuvio 9.1.** Laadullisen aineiston käsittelyn ja sisällönanalyysin eteneminen tässä tutkimuksessa.

## 9.1 Videoaineiston käsittely- ja analyysiprosessi

Videoaineiston käyttö tarjoaa monenlaisia mahdollisuuksia aineiston käsittelemiseksi ja analysoimiseksi ja siten ihmisten toiminnan ymmärtämiseksi. Bottorff (1994, s. 246) sekä Morse ja Pooler (2002, ss. 63–64) toteavat, että videoaineistoa voidaan katsoa useita kertoja sekä eri tavoin: reaaliajassa, nopeatettuna tai hidastettuna, eteen- tai taaksepäin kelattuna, pysäytettynä tai kuva kuvalta katsottuna. Tällainen aineiston käsittely mahdollistaa videoaineiston analysoinnin erilaisista teoreettisista ja metodologisista näkökulmista käsin ja niin monta kertaa kuin tulkintojen muodostamisen kannalta on tarpeen (ks. esim. Cobb & Whitenack 1996; Jacobs ym. 1999). Analyysin toteuttamisen tasot voivat vaihdella Morsen ja Poolerin (2002, ss. 63–64; ks. myös Schoenfeld, 1992; Cohen ym., 2007, s. 407) mukaan makro-analyyttisestä mikroanalyyttiseen, ja eri tasoilla tulkinnan määrä ja sen merkitys vaihtelevat: Toiminnan kuvauksen tasolla tulkinta on vähäistä tai sitä ei ilmene lainkaan, kun taas korkeimmalla päätelmien tasolla kuvaus on merkityksetöntä ja analyysi keskittyy tulkintojen tekemiseen. Edellä kuvattuun viitaten, voidaan todeta, että videoaineisto edustaa siis hyvin niitä piirteitä, jotka ovat tyypillisiä laadulliselle aineistolle ylipäänsä. Analyysin mahdollisuuksia on aineiston monimuotoisuuden vuoksi useita ja tutkijan on itse valittava oman tutkimuksensa kannalta oleelliset näkökulmat ja menetelmälliset ratkaisut.

Tässä tutkimuksessa analysoin videoaineiston teorialähtöistä sisällönanalyysia hyödyntäen, jota täydensin kvantifioimalla aineiston. Videoaineiston analyysin avulla etsin vastausta ensimmäiseen tutkimuskysymykseen: Millaisena luokanopettajan pedagoginen toiminta ilmenee matematiikan opetuksessa? Tämän tutkimuskysymyksen tavoitteena oli selvittää matematiikan oppituntien yleistä didaktista kulkua. Koska en vielä tässä analyysin vaiheessa ollut kiinnostunut yksittäisistä episodeista, niiden kulusta ja erityispiirteistä, katsoin että opetustapahtumaa kuvastava teoreettinen tieto ja siihen sisältyvä didaktinen käsitteistö sopivat tässä aineistolähtöistä lähestymistapaa paremmin sovellettavaksi. Teorialähtöisessä sisällönanalyysissa, joka yhdistetään usein deduktiiviseen päättelyn logiikkaan, laadullinen aineisto analysoidaan jo olemassa olevan, tutkittavan ilmiötä määrittelevän teoreettisen viitekehyksen avulla. Analyysin tavoitteena on useimmiten aiemman tiedon testaaminen uudessa kontekstissa. (Ks. Kyngäs & Vanhanen, 1999, s. 9; Patton, 2002, s. 453; Tuomi & Sarajärvi, 2003, s. 99.) Vaikka tämän tutkimuksen tavoitteena lopulta on teoreettisen ymmärryksen luominen matematiikan opetuksesta, niin tässä analyysin vaiheessa teorialähtöisen näkökulman valinnan tavoitteena ei ole ollut niinkään teorian testaaminen kuin sen hyödyntäminen tutkittavan ilmiön kuvaamisessa.

Kuten jo aiemmin sisällönanalyysia pohdittaessa totesin, on sisällönanalyysin tavoitteena tiivistää tutkittavaa ilmiötä kuvastavaa aineistoa yleisempää muotoon. Stigler ym. (1999, s. 133) toteavat kuitenkin aiheellisesti, että opetustapahtuman kuvaaminen yleisemmässä muodossa ei ole ongelmатonta. Havainnoidut oppitunnit ovat vain pieni osa koko lukuvuoden muodostamaa ko-

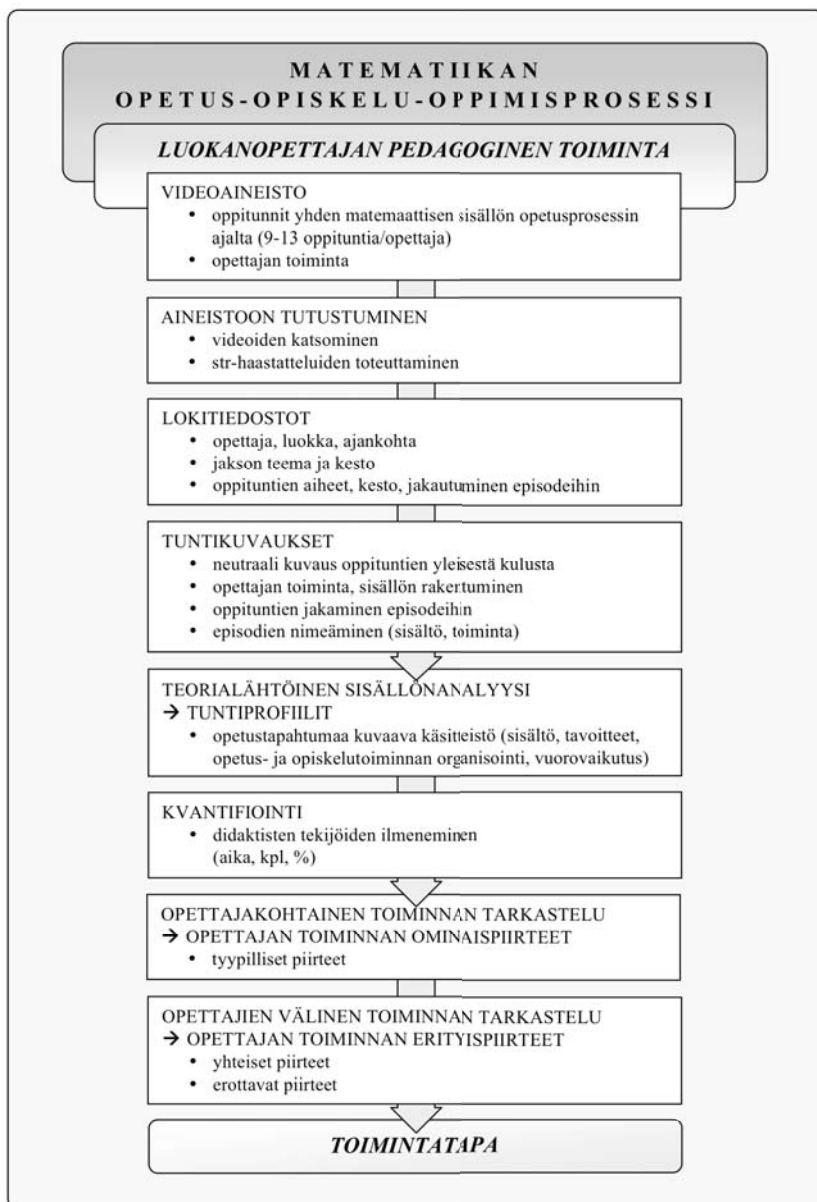
konaisuutta ja yleistysten kautta muodostetut, eräänlaiset tyypilliset toiminnan kuvaukset eivät toteudu lopulta sellaisenaan kaikissa opetus-opiskelu-oppimisprosessin vaiheissa. Tämä rajoite mielessä pitäen näen kuitenkin, että yksityiskohtaisen ja kontekstisidonnaisen tiedon esittäminen tiiviimmässä ja yleisemmässä muodossa on välttämätöntä selkeän käsityksen luomiseksi opettajan toiminnasta matematiikan opetus-opiskelu-oppimisprosessin kontekstissa.

Vaikka useissa tutkimusartikkeleissa on yksityiskohtaisesti kuvattu erilaisia videoaineiston käsittelyn ja analyysin toteutustapoja, voidaan niissä havaita yhteisiä piirteitä, jotka usein ovat tyypillisiä mille tahansa laadullisen aineiston käsittely- ja analyysiprosessille, mutta videoaineistoon sovellettuna konkretisoituvat aineiston laadun ehdoilla omanlaisekseen. Nämä vaiheet eivät välttämättä esiinny tässä lineaarisessa järjestyksessä, vaan edestakaisin edeten ja vuorovaikutteisessa suhteessa toisiinsa nähden. (Ks. esim. Schoenfeld, 1992; Cobb & Whitenack, 1996; Knoll & Stigler, 1999; Jacobs ym., 1999; Stigler ym., 1999; Lesh & Lehrer, 2000; Pirie 1996, 2001; Morse & Pooler, 2002; Powell ym., 2003; Korvela, 2003; Vilka, 2006).

Videoaineiston käsittely- ja analyysiprosessi alkaa aineistoon tutustumisella, jolloin tutkija ei vielä tarkastele aineistoaan mistään erityisestä näkökulmasta, vaan pyrkii neutraalin kokonaiskuvan luomiseen. Aineiston käsittely jatkuu sen rakenteen hahmottamisella. Jordan ja Henderson (1995, s. 43) hyödyntävät videoaineistosta laadittavaa ns. lokitiedostoa (*content log*), johon he sisällyttävät karkean listauksen aineiston sisältämistä tapahtumista aikakoodauksineen. Eräät tutkijat, kuten Pirie (2001, ss. 348–349) sekä Powell ym. (2003, s. 416), kirjoittavat puolestaan yleisiä kuvauksia videoaineiston sisältämistä tapahtumista. Tässä vaiheessa tutkija myös valikoi aineistoa ja jakaa sen analyysin kannalta tarkoituksenmukaisiin episodeihin. Lisäksi tutkijan tulee päättää, missä muodossa hän videoaineistonsa analysoi, videotallentaina vai puhtaaksikirjoituksina. Kumpikaan näistä ei automaattisesti ole parempi tai huonompi, mutta niiden analysointi on erilaista.

Varsinaisessa videoaineiston analyysissä lähtökohtana on aina konkreetti tilanne ja kysymys: Mitä tässä tilanteessa tapahtuu? Analyysin edetessä aineistoa tarkastellaan yhä uudelleen ja uudelleen systemaattisemmin, yksityiskohtaisemmin ja tarkentavia kysymyksiä esittäen. Tavoitteena on määritellä erilaisten toimintojen ominaispiirteitä ja niiden rajoja. Lopulta pelkät havainnot eivät vielä riitä tutkimuksen tuloksiksi, vaan niitä tulee tulkita. Useissa videoaineiston analyysi päättyy kokonaiskäsityksen konstruoimiseen tutkittavasta ilmiöstä, joka voidaan esittää erilaisissa muodoissa (ks. esim. Powell ym., 2003; Cobb & Whitenack, 1996). Tutkijan tavoitteena on viime kädessä havaintojen keräämisen, yhdistämisen ja tulkinnan avulla tuoda esiin piiloisena olevia todellisuuden piirteitä ja siten ilmentää jotain sellaista, mitä tutkittavasta ilmiöstä ei ensisilmäyksellä ja suoraan ilmene.

Seuraavaksi selostan vaihe vaiheelta, kuinka videoaineiston käsittelyn ja analyysin vaiheet toteutuivat käytännössä tässä tutkimuksessa. Kuvio 9.2 ilmentää tätä analyysiprosessia kokonaisuudessaan.



**Kuvio 9.2.** Luokanopettajajan pedagogista toimintaa ilmentävän videoaineiston käsittely- ja analyysiprosessi tässä tutkimuksessa.

Videoaineiston käsittely- ja analyysiprosessia ilmentävää kuviota 3.3 tarkastellessa on huomattava, että ryhtyessäni analysoimaan videoaineistoa, minulla ei ollut tarkkaa käsitystä siitä, kuinka analyysi tulee etenemään. Ongelmia analyysiprosessin aikana tuotti tasapainoilu videoaineiston monimuotoisuuden säilyttämisen ja toisaalta sen tiivistämisen välillä: Ensinnäkin teoreettinen opetustapahtumaa kuvaava analyysikäsitteistö osoittautui aluksi liian laajaksi tuottaen liikaa informaatiota. Toiseksi opettajien välinen vertailu perustui liian tarkkoihin yksityiskohtiin. Nämä seikat johtivat siihen, että videoaineiston seikkaperäinen käsitteellistäminen sekä aineiston kvantifioinnin perusteella tehdyt päätelmät kunkin opettajan tyypillisestä toiminnasta eivät enää sellaisenaan kohdanneet videoaineiston ilmentämää matematiikan opetuksen todellisuutta. Opettajat eivät näyttäneet videolla toimivan siten kuin analyysini antoivat olettaa. En myöskään voinut käyttää näitä tuloksia stimulated recall -haastatteluaineiston valikoinnin perusteena, kuten olin ensin ajatellut. Lisäksi analyysin toteuttamista häiritsi oma turhautumiseni siihen, että aineistoa tiivistäessäni ja yleistäessäni ikään kuin ”hukkasin” kaiken houkuttelevan monimuotoisuuden, jonka videoaineisto ihmisten toiminnasta ja toiminnan kontekstista tarjosi.

Ratkaistakseni kohtaamani ongelmat päädyin palaamaan videoanalyysissä taaksepäin. Fokusoitin huomioni tarkemmin tutkittavan ilmiön kannalta oleellisiin seikkoihin, karsin teorialähtöisessä sisällönanalyysissä hyödyntämäni käsitteistöä ja tein osan analyyseista, erityisesti opettajien vertailun, uudelleen. Lopulta minun tuli hyväksyä toisaalta tutkimukseni toteuttamiseen liittyvät käytännön reunaehdot aineiston laajuuden ja omien voimavarojeni suhteen sekä toisaalta itse tutkittavan ilmiön luonteeseen kuuluvat piirteet. Opetus, opiskelu ja oppiminen ovat äärimmäisen monimuotoisia ja siten myös kontekstisidonnaisia prosesseja, joten niistä tyypillisten piirteiden etsiminen ja yleistysten tekeminen on haasteellista. Yhä uusien pohdintojen, menetelmäkirjallisuuden lukemisen sekä yrityksen ja erehdyksen kautta videoaineiston käsittely- ja analyysiprosessi sai viimein kuviossa 9.2 esitetyn muotonsa.

### 9.1.1 Videoaineiston käsittely ja analysoitavan aineiston muoto

Aineistonkeruun jälkeen siirsin kuvatun videoaineiston kokonaisuudessaan ja täysin editoimattomana dvd-levyille, jotta niiden katselu onnistui kätevästi tietokoneen avulla. Videoaineistoa kertyi kolmelta opettajalta yhteensä 31 opitunnin verran (9-13 oppituntia/opettaja), jonka ajallinen pituus oli 1262 minuuttia (366–526 minuuttia/opettaja) eli noin 21 tuntia (ks. liite 8.2).

Koska olin kerännyt sekä video- että haastatteluaineiston itse oli aineisto jo lähtökohtaisesti sisällöltään melko tuttua. Kuitenkin saadakseni yksityiskohtaisemman käsityksen videoiduista matematiikan opetus-opiskelu-oppimisprosesseista sekä helpottaakseni yksittäisten tapahtumien paikallistamista ja varsinaisen analyysin tekoa laadin videoaineistosta lokitiedostot sekä kirjoitin jokaisesta opitunnista ns. tuntikuvauksen. Opetus-opiskelu-oppimisprosesseja koskevat lokitiedostot pitivät sisällään tietoja kyseisen opettajan,

luokan ja aineistonkeruun ajankohdan lisäksi koko videoidun jakson sekä yksittäisten oppituntien kestosta ja opiskeltavista matemaattisista sisällöistä (ks. liite 9.1). Lisäksi annoin jokaiselle oppitunnille oman koodin, josta kävi ilmi kenen opettajan ja kuinka monennesta tunnista oli kyse sekä tarvittaessa tieto siitä, onko kyseessä jakotunti (Opettajat A ja C) tai koko yhdysluokan yhteinen tunti (Opettaja B). Tuntikuvaukset olivat taas suorasanaisia kuvauksia oppituntien yleisestä kulusta (ks. liite 9.2). Kirjoitin tuntikuvaukset tutkimuksen tavoitteiden suunnassa siten, että ne kuvasivat erityisesti opettajan toimintaa sekä koko luokan toimintaa yleensä, muttei juurikaan yksittäisten oppilaiden tekemisiä. Tuntikuvaukset eivät sisältäneet myöskään tarkkaa oppitunneilla ilmennyt dialogia, mutta niistä ilmeni opiskeltavan aiheen rakentuminen ja käsitellyt tehtävät sekä yleinen keskustelun kulku opettajan ja oppilaiden välillä. Tuntikuvauksien pituus oli keskimäärin noin kolme sivua yhtä oppituntia kohden (2–8 sivua/oppitunti).

Tuntikuvausten kirjoittamisen yhteydessä jaoin videoaineiston sisältämät oppitunnit pienempiin episodeihin. Jaon perusteena olivat oppituntien sisällöt tai opettamiseen ja opiskeluun liittyvä toiminta. Episodi vaihtui toiseksi, jos käsiteltävä sisältö tai oppitunnilla ilmenevät opettajan tai oppilaiden toiminta muuttui oleellisesti. Tätä samaa perustetta käytin myös nimetessäni episodit (ks. liite 9.2). Episodeja tarkastellessa huomasin helposti, että episodin olisi voinut jakaa aina uudelleen yhä pienempiin osiin, ja että jokaisella episodilla on oma sisäinen rakenteensa. Tämän tutkimuksen kannalta oli kuitenkin riittävää, että episodit kuvasivat oppitunnin vaiheita yleisellä, sisällön rakentamisen sekä opettajan ja luokan toiminnan tasolla. Oppitunnit tuntuivat jakautuvan episodeihin jokseenkin helposti ja yksiselitteisesti. Episodioiden määrä oppitunneilla vaihteli 3–9 välillä ja useimmiten yksi oppitunti koostui viidestä episodista. Tässä vaiheessa myös koodasin episodit samankaltaisella logiikalla kuin edellä mainitut oppitunnit. Lisäksi paikansin jokaisen episodin ajallisesti oppitunnin kulusta sekä laskin episodien kestot. Nämä tarkemmat tiedot episodeista lisäsin aiemmin luomiini lokitiedostoihin lisäinformaatioksi jakson ja oppituntien sisällöstä ja etenemisestä yleensä.

Kuten jo edellä totesin, analysoitavan aineiston muodolla on merkitystä analyysin toteuttamisen ja itse tutkittavan ilmiön kuvaamisen kannalta. Toiset tutkijat työskentelevät mieluummin videotallenteiden avulla, kun taas toiset kirjoittavat videolle tallentuneista tapahtumista puhtaaksikirjoitukset, joihin analyysi perustetaan. Pirien (1996, s. 555; 2001, s. 349) mukaan on oleellista, että tutkija mainitsee raportissaan, millaista aineistoa hän lopulta on tutkimuksessaan analysoinut, koska aineistomuodot ovat laadultaan erilaisia ja niillä on omat etunsa ja ongelmakohtansa.

Powell ym. (2003, ss. 422–423) hyödyntävät puhtaaksikirjoituksia omissa tutkimuksissaan ja esittävät joukon perusteluita valinnalleen. Näistä keskeisin lienee se, että puhtaaksikirjoitukset ovat pysyvä tallenne, jonka avulla tutkijan on mahdollista tehdä harkittuja tulkintoja ja ne voivat paljastaa sellaisia seikkoja tutkittavasta ilmiöstä, mitä muuten ei havaittaisi. Lisäksi puhtaaksikirjoitukset ovat hyödyllisiä tutkittaessa erityisesti tilanteesta esiintyvää dialogia ja

ne mahdollistavat myös videoaineiston liittämisen esimerkkeinä tutkimusraporttiin. Videotallenteiden puhtaaksikirjoittaminen ei kuitenkaan ole ongelmattonta. Powellin ym. (2003, ss. 410–411) toteavat, että on mahdotonta kirjoittaa täydellistä puhtaaksikirjoitusta kaikesta siitä verbaalisesta ja non-verbaalisesta vuorovaikutuksesta, joka videolla on nähtävissä. On kuitenkin mahdollista kirjoittaa kuvauksia, jotka ovat riittävän edustavia tutkimuksen tavoitteisiin nähden. Oleellista tässä on lopulta se, että tutkija valitsee, mitkä tapahtumien piirteistä ovat tutkimuksen kannalta keskeisiä ja mitä niistä on syytä kirjoittaa puhtaaksi.

Toisin kuin Powell ym. (2003), Pirie (1996, ss. 555–556; 2001, s. 349) työskentelee ainoastaan videotallenteiden avulla. Hänen mukaansa kerran puhtaaksikirjoitettu teksti ei enää houkuttele etsimään uusia näkökulmia samalla tavoin kuin videoaineiston uudelleen katsominen. Kuvallisen aineiston puhtaaksikirjoitus voi ikään kuin ”jähmettää” puheen kuulemisen. Sen sijaan videotallenteita hyödynnettäessä aiemmin tehdyissä tulkinnoissa pitäytyminen on vaikeampaa, sillä tutkija on tekemisissä hyvin monimuotoisen aineiston kanssa. Merkittävä seikka on myös se, että toiminnan konteksti on videolta nähtävissä koko ajan. Videotallenteiden ongelmakohtina Pirie mainitsee vaikeuden erottaa toisistaan oleelliset ja epäoleelliset tapahtumat videon tuottaman suuren aineistomäärän vuoksi. Puhtaaksikirjoitusten hyödyntäminen on myös tehokkaampaa rahaan ja aikaan nähden. Niiden lukeminen ei vaadi teknisiä laitteita ja on nopeampaa kuin videon katsominen. Toisaalta olen itse huomannut, että puhtaaksikirjoituksia lukiessa havainnoitaviin tapahtumiin liittyä ajantaju helposti katoaa. Muutaman minuutin mittainen videoepisodi voi puhtaaksikirjoitettuna olla monta sivua pitkä, ja sen vuoksi ymmärrys siitä, kuinka kauan tietty tilanne todellisuudessa kestää heikkenee.

Tässä tutkimuksessa olen opettajan pedagogista toimintaa analysoidessani hyödyntänyt sekä videotallenteita että niistä laatimiani puhtaaksikirjoituksia. Olen päätenyt näihin molempiin aineistomuotoihin, koska katson niillä olevan omat tärkeät tehtävänsä analyysiprosessin kulussa: Vaikka käytin jossain määrin molempia aineistomuotoja rinnakkain läpi koko analyysin, voin kuitenkin todeta, että puhtaaksikirjoitusten merkitys korostui erityisesti analyysin alkuvaiheessa, kun taas videotallenteiden käyttö oli yleisempää prosessin edetessä pidemmälle. Videoaineiston puhtaaksikirjoittaminen oli suureksi avuksi aineistoon tutustumisessa sekä matematiikan opetusprosessin ja yksittäisten oppituntien rakenteen hahmottamisessa. Myöhemmin käytin puhtaaksikirjoituksia tilanteiden nopeaan mieleen palauttamiseen. Videotallenteiden avulla kykenin luomaan vain alustavan ja hyvin yleisen käsityksen tapahtumien kulusta. Oleellisempaa oli se, että videotallenteet mahdollistivat opettajan toiminnan yksityiskohtaisen analysoinnin sekä toiminnasta tekemieni tulkintojen tarkistamisen. Analyysin ja tulkintojen teossa apuna olivat myös ne käsitykset oppituntien ilmapiiristä ja tunnelmista, joita videotallenteiden avulla oli mahdollista havainnoida. Puhtaaksikirjoitusten avulla analyysi kohdistui huomattavasti yleisempiin seikkoihin.

### 9.1.2 Teorialähtöinen sisällönanalyysi

Tässä tutkimuksessa videoaineiston teorialähtöistä sisällönanalyysia voidaan kuvata Kyngäksen ja Vanhasen (1999, ss. 8–9) termillä strukturoitu analyysi, jolloin aineistosta poimitaan niitä asioita, jotka sopivat käytössä olevaan analyysirunkoon. Opettajan pedagogista toimintaa ilmentävän videoaineiston analysoimiseksi kokosin olemassa olevaa teoriaa hyödyntäen opetustapahtumaa kuvaavan teoreettisen käsitteistön (ks. tarkemmin luku 5.3 ja liite 5.1). Analyysikäsitteistön tavoitteena oli kuvata opetustapahtumaa ja opettajan tekemiä päätöksiä didaktisesta näkökulmasta käsin, erityisesti matematiikan opetuksen kontekstissa. Vaikka opetustapahtumaa kuvaava käsitteistö perustui vankasti teoreettisiin lähteisiin, viimeisimmän muotonsa se sai analyysiprosessin kulussa, jolloin käsitteistöä ikään kuin koeteltiin suhteessa videoaineistoon. Videoaineisto on lopulta määrittänyt sen, mitkä alkuperäisistä käsitteistä ovat olleet tarkoituksenmukaisia ja käyttökelpoisia opettajan pedagogisen toiminnan kuvaamisessa. Analyysikäsitteistö muokkautui erityisesti opetus- ja opiskelutoiminnan organisoinnin osalta, jossa ilmeni päällekkäisyyksiä opetuksen lähtökohdan ja kontekstin osalta. Lisäksi täydensin käsitteistöä joillain sellaisilla yksityiskohdilla, joita alkuperäiset lähteet eivät sisältäneet, kuten esimerkiksi sen, että opetus alkaessaan meni ns. ”suoraan asiaan” ilman sen erityisempää lähtökohtaa, kuten ennakkokäsityksiä tai aiemmin opiskeltua.

Laadullisen aineiston analyysi alkaa Elon ja Kyngäksen (2007, ss. 109–110) mukaan analyysiyksikön määrittämisellä, jota ohjaavat tutkimuksen tavoitteet sekä aineiston laatu. Tässä tutkimuksen vaiheessa, jossa tavoitteena oli selvittää opettajan pedagogista toimintaa tarkastelemalla oppituntien didaktista kulkua ja jossa hyödynnettiin videoaineistoa, analyysiyksiköksi määrittyi luonnollisesti yksittäinen episodi. Kuten jo edellä videoaineiston käsitteilyä kuvatessani totesin, episodien rajat määrittyivät keskeisen sisällön tai toiminnan mukaan. Varsinainen analyysi toteutui siten, että tein havaintoja sekä videotallenteen että kirjoittamani tuntikuvauksen avulla oppitunnin tapahtumista. Näiden havaintojen perusteella määritin jokaisesta yksittäisestä episodista analyysikäsitteistön avulla opiskeltavaan matemaattiseen sisältöön, tavoitteisiin, opetus- ja opiskelutoiminnan organisointiin sekä vuorovaikutukseen liittyviä piirteitä. Lisäksi kirjasin muistiin vapaamuotoisia havaintoja sisällöstä sekä opettajan ja oppilaiden työskentelystä. Tämän teorialähtöisen videoanalyysin lopputuloksena muodostui jokaisesta oppitunnista ns. tuntiprofiili, joka kuvasi oppitunnin kulkua episodi episodilta edellä mainittujen opetuksen ja opiskelun keskeisten tekijöiden sekä toiminnan piirteiden suhteen (ks. liite 9.3).

Havainnollistaakseni suorittamaani videoaineiston teorialähtöistä sisällönanalyysia esitän seuraavaksi esimerkin episodin analysoinnista perusteluineen. Olen valinnut kyseisen esimerkin siten, että se ilmentäisi analyysikäsitteistön eri tekijöitä mahdollisimman monipuolisesti. Alla esitetty episodikuvaus on laatimiani tuntikuvauksia yksityiskohtaisempia, jotta episodin vaiheet



tulisivat tässä esimerkissä lukijalle riittävän selväksi. Kuten olen aiemmin aineiston muotoa pohtiessani todennut, käytin itse aineistoa analysoidessani pääsääntöisesti videotallenteita enkä niinkään tuntikuvauksia. Kyseisen oppitunnin kuvaus on alkuperäisessä muodossaan liitteessä 9.2 ja siitä muodostettu tuntiprofiili liitteessä 9.3. Episodista tekemäni havainnot ja päätelmät on esitetty taulukossa 9.1.

### ***Videoaineiston analyysiesimerkki***

Oheinen analyysiesimerkki on Opettaja C:n tunnilta, jossa hän opettaa uutena asiana kuudesluokkalaisille oppilailleen, kuinka hinta lasketaan yksikköhinnan avulla silloin, kun ostettavan tuotteen massa ei ole tasakiloja. Kyseistä episodista ennen oppitunnilla on tarkastettu edellisellä tunnilla annetut kotitehtävät, jotka liittyivät hinnan laskemiseen yksikköhinnan avulla.

***Oppitunti C5/9: Yksikköhinnan laskeminen***

***Episodi C5.3/9: Hinnan laskeminen yksikköhinnan avulla, kun massa ei ole tasakiloja***

***Ajankohta oppitunnilla: 00:15:31–00:21:23***

***Kesto: 00:05:52***

#### ***Episodikuvaus***

*Opettaja C toteaa, että yksikköhinta tulee osata laskea silloinkin, kun sekä hinta että kyseessä oleva massa eivät ole tasalukuja vaan desimaalilukuja.*

*Opettaja C kirjoittaa taululle kilohinnan 3,20 €/kg ja kysyy oppilailta, miten merkintä luetaan. Yksi oppilaista lukee hinnan ääneen. Opettaja C mainitsee, että kaupassa nämä yksikköhinnat ovat näkyvillä, jolloin niitä ei enää tarvitse selvittää, mutta jos-tain syystä matematiikan oppikirjassa on sellaisia laskuja, joissa lasketaan yksikköhinta.*

*Opettaja C toteaa, että kaupassa kauppias on velvollinen ilmoittamaan nämä hinnat ja kysyy oppilailta, miksi on hyvä, että kilohinta täytyy ilmoittaa asiakkaalle. Oppilaat eivät heti vastaa ja Opettaja C esittää esimerkin jäätelötuutin kappale- ja kilohinnasta. Yksi oppilaista vastaa, että siten hintoja voi vertailla. Toinen oppilas kommentoi, että jäätelöä voi mitata myös litroina. Tähän Opettaja C toteaa, että on tavaroita, joita voi mitata sekä kiloina että litroina. Hän mainitsee, että valistunut kuluttaja voi vertailla hintoja helposti kilohinnan avulla ja viittaa myös kuluttajansuojalakiin.*

*Opettaja C jatkaa toteamalla, että jos ostamme 3 kg omenoita, on hinta helppo laskea kertomalla kilohinta kolmella eikä siinä ole mitään epäselvää. Hän kysyy oppilailta, kuinka paljon hinta siis on. Yksi oppilaista vastaa hinnaksi tulevan 9,60 €.*

*Opettaja C huomauttaa, että harvoin pussiin kuitenkaan sattuu tasakiloja ja kysyy, miten voidaan selvittää omenapussin hinta, joka painaa 2174 g. Hän tarkentaa kysymällä oppilailta, mitä täytyy ensiksi tehdä, jotta omenapussin hinta voidaan laskea. Yksi oppilaista vastaa, että grammat täytyy muuntaa kilogrammoiksi. Opettaja C toteaa, että massa täytyy muuntaa samaksi laaduksi hinnan kanssa eli kilogrammoiksi. Hän jatkaa, että nyt massaksi tuli desimaaliluku, joka kerrotaan kilohinnalla:  $2,174 \text{ kg} \times 3,20 \text{ €/kg}$ .*

*Lopuksi Opettaja C mainitsee, että kaupassa emme itse tätä hintaa laske ja kysyy oppilailta, miten hinnan laskeminen kaupassa tapahtuu. Yksi oppilaista vastaa, että hinta lasketaan laskimella. Opettaja toteaa, että kaupan vaaka laskee hinnan ostoksia tehdessä.*

**Taulukko 9.1.** Esimerkki videoepisodin teorialähtöisestä sisällönanalysista opetustapahtumaa kuvaavan käsitteistön avulla.

DIDAKTISET TEKIJÄT	Havainnoinnin kohde	Toiminnan piirteet, kuvaus
1. <i>Matemaattinen sisältö</i>	1.1 Matemaattinen sisältö	<ul style="list-style-type: none"> <li>Jakso: Desimaalilukujen sovelluksia</li> <li>Oppitunti: Yksikköhinnan laskeminen</li> <li>Episodi: Hinnan laskeminen yksikköhinnan avulla, kun määrä ei ole tasakiloja</li> </ul>
	1.2 Sisällön rakentuminen	1) Yksikköhinnan lukeminen [3,20 €/kg] 2) Kilohinnan merkitys verrattaessa hintoja 3) hinnan laskeminen tasakiloilla [3 kg x 3,230 €/kg] 4) Hinnan laskeminen, kun massa ei ole tasakiloja: <ul style="list-style-type: none"> <li>yksikkömuunnos <math>g \rightarrow kg</math> [2174 g = 2,174 kg]</li> <li>massan kertominen kilohinnalla [2,174 kg x 3,20 €/kg]</li> </ul>
2. <i>Matematiikan opetuksen ja opiskelun tavoitteet*</i>	2.1 Opiskeltavat sisällöt ja toimintatavat	<ul style="list-style-type: none"> <li>Perustiedot ja -taidot</li> <li>Kommunikointi</li> </ul>
	2.2 Kognitiiviset tavoitteet	<ul style="list-style-type: none"> <li>Matematiikan merkitys</li> <li>Matemaattinen ajattelu</li> <li>Matemaattinen tiedonkäsitys</li> </ul>
	2.3 Sosiaalis-affektiiviset tavoitteet	—
3. <i>Opetus- ja opiskelu-toiminnan organisointi</i>	3.1 Opetukselliset vaiheet	<ul style="list-style-type: none"> <li>Uuden opetus</li> </ul>
	3.2 Lähtökohta	<ul style="list-style-type: none"> <li>Arkielämän tilanne</li> </ul>
	3.3 Konteksti	<ul style="list-style-type: none"> <li>Todelliset tilanteet</li> </ul>
	3.4 Matemaattiset prosessit*	<ul style="list-style-type: none"> <li>Käsitteiden välisten suhteiden määrittely</li> <li>Tietyn ratkaisutavan käyttö</li> <li>Matematiikan ja reaali maailman välisen suhteen mallintaminen</li> <li>Kommunikointi</li> </ul>
	3.5 Työskentelyn piirteitä	<ul style="list-style-type: none"> <li>Tehtävien asteittainen vaikeutuminen</li> <li>Analogioiden käyttö</li> </ul>
4. <i>Vuorovaikutus</i>	4.1 Vastuu	<ul style="list-style-type: none"> <li>Opettajakeskeinen</li> </ul>
	4.2 Aktiivisuus	<ul style="list-style-type: none"> <li>Luokka</li> </ul>
	4.3 Työmuoto	<ul style="list-style-type: none"> <li>Vuorovaikutteinen opetus: opetuskysely</li> </ul>

### 1. Matemaattinen sisältö

Tarkasteltava episodi sisältyy jaksoon, jonka aiheena ovat desimaalilukujen sovellukset. Episodi on osa havainnoidun jakson viidettä oppituntia, jolloin opiskellaan yksikköhinnan laskemista. Kyseisessä episodissa opiskeltava sisältö on oppilaille ensisijaisesti uutta. He ovat opiskelleet aiemmin, miten hin-

ta lasketaan, kun ostettavan tuotteen massa on tasakiloja. Nyt he opiskelevat uutena asiana, miten hinta lasketaan, kun massa ei olekaan tasakiloja.

Opiskeltava matemaattinen sisältö rakentuu episodissa siten, että ensin kerrataan, kuinka kilohinnan matemaattinen merkintä (€/kg) luetaan ääneen ja toiseksi pohditaan, mikä merkitys kilohinnan ilmoittamisella ylipäättään on. Kolmanneksi kilohinta lasketaan oppilaille jo tutussa tilanteessa eli silloin, kun ostettavan tuotteen massa on tasakiloja. Lopuksi lasketaan kilohinta, kun massa ei olekaan tasakiloja. Esimerkkitehtävässä grammoina ilmoitettu omenoiden massa muutetaan ensin kilogrammoiksi ja sitten lasketaan kysytty hinta kertomalla massa kilohinnalla.

## *2. Matematiikan opetuksen ja opiskelun tavoitteet*

Kuten luonnollisesti aina, tässäkin episodissa keskeisenä tavoitteena on tietyn matemaattisen sisällön tai toimintatavan omaksuminen ja hallinta. Opiskelu keskittyy hinnan laskemiseen liittyviin perustietoihin ja -taitoihin sekä kommunikointiin. Kommunikoinnin harjoittelu ilmenee matemaattisin symbolein kirjoitetun merkinnän (€/kg) lukemisena sekä matemaattisen lausekkeen kirjoittamisena ja sen sisältämän informaation ymmärtämisenä.

Episodiin sisältyy myös kognitiivisia tavoitteita liittyen matematiikan merkitykseen, ajattelun kehittymiseen sekä tiedonkäsityksen rakentumiseen: Ymmärrystä matematiikan merkityksestä tavoitellaan toiminnassa, jossa matematiikan merkitys ilmenee eri yhteyksissä tai eri näkökulmista. Tässä episodissa matematiikan merkitys tuodaan esiin yksilön ja arkielämän tilanteiden kannalta. Episodissa keskustellaan mm. siitä, millaisia määriä hedelmiä yleensä ostetaan, miten tuotteiden hinnat ostoksia tehdessä lasketaan ja mikä kilohinnan ilmoittamisen merkitys on sivuten myös kuluttajansuojalakia.

Matemaattista ajattelua kehitettäessä pyritään toimintaan, jossa käy ilmi matematiikan toisaalta looginen ja toisaalta luova luonne. Kyseisessä episodissa korostuu erityisesti matematiikan loogisuus. Opettaja perustaa opetuksensa siihen, että hinta lasketaan samoin, olipa kyseessä joko tasakilot tai eivät. Lisäksi matematiikan looginen luonne ilmenee hinnan laskemisessa hyödynnettävien ratkaisutapojen johdonmukaisena käytteenä ja etenemisena.

Kognitiivisiin tavoitteisiin sisältyy myös pyrkimys matemaattisen tiedonkäsityksen rakentumisesta. Tällöin toiminnassa korostuu ymmärrys matemaattisen tiedon elementeistä ja rakentumisesta. Oleellista on, että käsitteenmuodostuksessa hyödynnetään oppilaiden aiempia kokemuksia sekä konkreettia. Aiemmin oppilaat ovat opiskelleet, miten hinta lasketaan yksikköhinnan avulla kokonaislukujen kontekstissa. Nyt käsitystä ja taitoja hinnan laskemisesta laajennetaan koskemaan myös desimaalilukujen kontekstia. Näin pyritään edistämään ymmärrystä matemaattisen tiedon rakentumisesta ja opiskelua tuetaan liittämällä ko. käsitteet käytännön elämän tilanteeseen.

Sosiaalis-affektiivisia matematiikan opetuksen ja opiskelun tavoitteita, opiskelu- ja sosiaalisten taitojen tai henkisen kasvun edistämistä, kyseisessä episodissa ei merkittävästi ilmennyt.

### *3. Opetus- ja opiskelutoiminnan organisointi*

Kun tarkastellaan kyseisen episodin opetuksellista tehtävää koko oppitunnin kulussa, voidaan todeta, että sen keskeinen merkitys on uuden opetus. Oppilaat ovat aiemmin opiskelleet hinnan laskemista yksikköhinnan avulla, mutta nyt heille uutta on hinnan laskeminen silloin, kun tuotteen massa on tasakilojen sijaan ilmoitettu desimaalilukuna.

Opetuksen lähtökohtana on ensisijaisesti arkielämän tilanne. Jo opiskeltava sisältö, hinnan laskeminen, on hyvin käytännönläheinen. Lisäksi opettaja virittää oppilaiden kanssa keskustelua siitä, kuinka ostosten hintoja kaupassa lasketaan ja vertaillaan. Tähän liittyen myös opetuksen ja opiskelun kontekstina on todellinen elämä. Kuten edellä olen jo todennut, opettaja liittyy opiskeltavan sisällön arkielämän ostotentekotilanteisiin eikä operoi pelkästään matemaattisin symbolein, vaikka yhdessä pohdittava esimerkkitehtävä on myös laskulausekkeena taululla näkyvissä.

Episodin sisältämä opetus- ja opiskelutoiminta vaatii oppilailta monenlaisia matemaattisia prosesseja. Keskeistä on tietyn ratkaisutavan käyttö hinnan laskemisessa. Tämän ratkaisutavan hallinta vaatii käsitteiden välisten suhteiden ymmärtämistä. Oppilaiden on muunnettava grammoina ilmoitettu massa kilogrammoiksi, joka edellyttää eri mittayksiköiden välisten suhteiden ymmärtämistä. Toinen käsitteiden välisiin suhteisiin liittyvä seikka on ymmärrys kokonaisluvuista ja desimaaliluvuista. Tässä episodissa opiskeltavan matemaattisen sisällön luonteen vuoksi episodiin sisältyy luonnollisesti ajatus myös matematiikan ja reaali maailman välisen suhteen mallintamisesta. Ostosten hinnan laskeminen on hyvä esimerkki siitä, kuinka käytännön elämän ongelma voidaan helposti selvittää hyödyntämällä matematiikkaa. Useimmiten matematiikan opetus ja opiskelu vaatii oppilailta myös kommunikointitaitoja. Kyseisessä episodissa oppilaiden tulee kyetä kuuntelemaan ja ilmaisemaan puhuen hinnan laskemisen yhteydessä ilmeneviä matemaattisia operaatioita. Lisäksi tähän liittyy myös matematiikalle tyypillisen symbolikielen hallinta.

Työskentelyn erityispiirteinä tämän episodin kohdalla voidaan mainita erityisesti opettajan käyttämien esimerkkitehtävien asteittainen vaikeutuminen. Opettaja lähtee liikkeelle laskusta, jossa hinta lasketaan kokonaislukuja käyttäen ja vasta sen jälkeen lasku lasketaan desimaaliluvuilla. Toinen ilmeinen piirre opetukseen liittyen on analogioiden käyttö. Opettaja vertaa hinnan laskemista desimaaliluvuilla tilanteeseen, jossa käytetään kokonaislukuja.

### *4. Vuorovaikutus*

Tarkasteltavassa episodissa ilmenevä vuorovaikutus on opettajakeskeistä sen suhteen, kuka on ensisijaisesti vastuussa opetus-opiskelu-oppimisprosessin etenemisestä. Kyseissä tilanteissa aktiivisessa roolissa on kuitenkin opettajan lisäksi koko luokka. Työmuoto, jota opettaja hyödyntää uutta asiaa oppilaille opettaessaan, on vuorovaikutteinen opetus ja tarkemmin määriteltynä kyseessä on opetuskysely. Opettaja ei vain esitä opiskeltavaa asiaa oppilaille, vaan esimerkkitehtävää käydään läpi yhdessä oppilailta kysellen.

Esittämästäni analyysiesimerkistä käy ilmi, että opetusta ja opiskelua määrittävät didaktiset tekijät ilmenevät episodin kulussa eri tavoin. Jotkut näistä tekijöistä on selkeästi määriteltävissä ja episodista on helppo osoittaa kohta, jossa toiminnan piirre ilmenee. Toiset tekijöistä ovat taas ikään kuin rivien välistä luettavissa ja tulkittavissa pienemmistä vihjeistä, joita esiintyy siellä täällä episodissa. Cohen ym. (2007, s. 396) toteavat, että tutkijan havainnot voivat vaihdella kiistämättömistä faktatiedoista hyvin tulkinnallisiin seikkoihin. Havainnon määrittely on usein epäselvää, koska havainnointiin vaikuttaa, milloin, missä, kuinka kauan ja miten sitä suoritetaan. Määrittely riippuu oleellisesti myös siitä, mikä hyväksytään todisteeksi tutkittavasta ilmiöstä. Tutkijalla tulee olla ns. operationaalinen määritelmä, jonka avulla hän pystyy erottamaan tutkittavaa ilmiötä pätevästi ilmentävät merkit.

Tässä tutkimuksessa pyrin varmistamaan havaintojen pätevyyden toisaalta määrittelemällä etukäteen analyysikäsitteistön luokittelukriteerit mahdollisimman yksiselitteisesti ja toisaalta hyödyntämällä niitä johdonmukaisesti analyysin kulussa. Analysoidessani videoaineistoa katsoin sen läpi monta kertaa keskittäen havainnointi yhteen seikkaan kerrallaan. Useiden katselukertojen aikana eri toimintojen erot ja yhtäläisyydet alkoivat asteittain selkeytyä, ja uusien havaintojen perusteella varmistin tai korjasin aiempia päätelmiäni. Kuten jo totesin, useat opetustapahtumaa kuvaavan käsitteistön sisältämistä tekijöistä olivat melko yksiselitteisesti määriteltävissä videoaineistosta, mutta erityisesti tavoitteiden, mutta myös opetuksen ja opiskelun vaatimien matemaattisten prosessien määrittely oli hankalampaa. Tämän vuoksi toteutin analyysin mahdollisimman yhtenäisenä ajanjaksona, jotta tuntumani aineiston ja analyysikriteerien välillä ei katoaisi ja aineiston sisäinen koherenssi säilyisi.

### 9.1.3 Videoaineiston kvantifiointi

Laadulliselle tutkimukselle on luonteenomaisempaa ilmentää tutkittavan ilmiön keskeisiä ominaisuuksia kuin selvittää, kuinka paljon jotain on. Miles ja Huberman (1984, ss. 252–253) kuitenkin toteavat, että vaikka laadullisessa tutkimuksessa usein vältellään numeroita, niin silti johtopäätösten taustalla on usein paljonkin määrällisiä havaintoja. Kun väitetään, että jokin on tärkeää, merkittävää tai toistuvaa, on tähän päätelmään tultu osin laskemalla, vertailemalla ja painottamalla tiettyjä ilmiöön liittyviä seikkoja. Heidän mukaansa erityisesti silloin, kun halutaan selvittää, mitä aineisto pitää sisällään, varmistaa tehtyjä päätelmiä tai välttää tulkinnan perustamista liiaksi omille ennakkokäsityksille, aineiston tarkastelu määrällisesti on tarkoituksenmukaista.

Tässä tutkimuksessa tavoitteeni oli videoaineiston teorialähtöisen sisällönanalyysin perusteella kuvata opettajien matematiikan opetukseen liittyvää pedagogista toimintaa ja siten vastata tutkimuskysymyksiin 1.1 ja 1.2 koskien opetus-opiskelu-oppimisprosessin järjestämistä sekä opettajan tekemiä didaktisia päätöksiä. Sisällönanalyysin tuloksena syntyneet tuntiprofiilit eivät kuitenkaan vielä, yksityiskohtaisuutensa vuoksi, ilmentäneet riittävän selvästi toiminnan piirteitä, joten jatkoin analyysia kvantifiointia hyödyntäen. Kvanti-

fioinnin tavoitteena oli Milesiin ja Hubermaniin (1984) viitaten selkeyttää ja tiivistää sisällönanalyysin tuottamaa tietoa opettajien toiminnasta. Hyödynsin tätä määrällistä tietoa sekä opettajakohtaisissa, heidän tyypillisen toimintansa tarkasteluissa että opettajien välisissä tarkasteluissa, joiden avulla etsin puolestaan kaikkien opettajien toimintaa yhdistäviä ja erottavia piirteitä. Cohen ym. (2007, s. 398) toteavatkin, että numeerinen havainnointiaineisto helpottaa vertailujen tekoa eri kontekstien ja tutkimushenkilöiden osalta.

Kuten Tuomi ja Sarajärvi (2002, ss. 117–119) opastavat, laadullista aineistoa kvantifioidessa aineistosta lasketaan, kuinka monta kertaa tietty seikka ilmenee tietyssä kategoriassa tai kuinka moni tutkimushenkilöstä mainitsee saman seikan. Suoritin kvantifioinnin siten, että laskin opettajakohtaisesti kuhunkin toiminnan piirteeseen käytetyn ajan (min) sekä kuinka monessa episodissa (kpl) kukin piirre ilmeni (ks. liite 9.4). Jotta saamani tieto olisi helpommin vertailtavaa, laskin vastaavat tiedot myös prosentteina. Päädyin laskemaan aineistosta sekä aikaa että episodien lukumääriä, koska osaa toiminnan piirteistä oli oppilaiden opiskelun kannalta tarkoituksenmukaisempaa tarkastella niihin käytetyn ajan perusteella, kun taas osasta riitti tietää, miten usein ne oppitunnin kuluksa ilmenivät (ks. esim. Kansanen, 1991a). Ajan perusteella vertailtavia toiminnan piirteitä olivat kaikki muut paitsi opetuksen lähtökohta, jonka kohdalla on sopivampaa laskea esiintymiskertoja. Toisaalta käytin esiintymiskertojen lukumäärä kaikkien tekijöiden osalta ristiintaulukoinnin yhteydessä, jolloin tavoitteena oli selvittää, millainen toiminta on tyypillistä eri opetuksellisissa vaiheissa (ks. tarkemmin luku 9.2.3).

#### **9.1.4 Opettajakohtainen ja opettajien välinen toiminnan tarkastelu**

Opettajakohtaisen toiminnan tarkastelun tavoitteena oli kuvata kunkin opettajan matematiikan opetus-opiskelu-oppimisprosessin kulkua sekä kullekin opettajalle ominaista toimintaa ja sen tyypillisiä piirteitä. Näiden havaintojen perusteella vastasin tutkimuskysymykseen, miten opettaja järjestää opetus-opiskelu-oppimisprosessin (1.1) sekä osin kysymykseen, millaisia didaktisia päätöksiä opettaja tekee (1.2). Opettajien välisen toiminnan tarkastelun tavoitteena oli puolestaan ilmentää toisaalta opettajia yhdistäviä toiminnan piirteitä ja toisaalta taas tuoda esiin kunkin opettajan erityispiirteitä. Nämä opettajien erityispiirteet eivät välttämättä olleet heidän toimintansa tyypillisimpiä piirteitä, mutta erityisiä siinä mielessä, että ne omalta osaltaan erottivat opettajan toiminnan muiden opettajien toiminnasta. Näiden havaintojen perusteella tavoittelin lisäymmärrystä kunkin opettajan toiminnasta ja lopullista vastausta tutkimuskysymykseen, mitä didaktisia päätöksiä opettaja tekee (1.2).

Opettajakohtainen tarkastelu perustui edellä kuvattuun videoaineiston teorialähtöisen sisällönanalyysiin ja kvantifiointiin ja se koostui neljästä osasta: 1) havainnoidun matematiikan opetus-opiskelu-oppimisprosessin sisältö ja rakenne, 2) yksittäisten oppituntien sisältö ja rakenne, 3) didaktisten tekijöiden (sisältö, tavoitteet, opetus- ja opiskelutoiminnan organisointi, vuorovaiku-

tus) ilmeneminen koko prosessin tasolla sekä 4) didaktisten tekijöiden ilmeneminen suhteessa opetuksellisiin vaiheisiin.

Havainnoidun matematiikan opetus-opiskelu-oppimisprosessin osalta määritin kyseisen jakson aiheen sekä opiskeltavan sisällön rakentumisen opitunneittain. Lisäksi määritin jakson etenemistä sen sisältämien opetuksellisten vaiheiden kannalta. Nämä vaiheet koostuivat jakson kulussa yhdestä tai useammasta oppitunnista. Yksittäisistä oppitunneista tarkastelin erityisesti niiden etenemistä opetuksellisten vaiheiden suhteen. Määritin kullekin opettajalle tyypillisen oppitunnin kulun hakemalla oppituntien rakenteista yhdenmukaisuuksia. Usein tyypillinen oppitunti piti sisällään muutamia keskeisiä vaihteita, jotka pysyivät lähes muuttumattomina oppitunnista toiseen, muiden vaiheiden ilmetessä epäsäännöllisemmin. Lisäksi tein havainnon, jonka mukaan oppitunnin rakenne oli osin riippuvainen siitä, mikä sen opetuksellinen merkitys oli koko opetus-opiskelu-oppimisprosessissa.

Didaktisten tekijöiden ilmenemistä erilaisine toiminnan piirteineen tarkastelin sekä yleisellä, koko jakson tasolla että eri opetuksellisten vaiheiden näkökulmasta. Yleisen tason tarkastelu sisälsi havaintoja siitä, mitkä toiminnan piirteistä ilmenivät ajallisesti tai lukumääräisesti eniten, mitkä vähiten ja mitä tekijöitä ei ilmennyt lainkaan. Kunkin opettajan tyypillisen toiminnan määrittelin sen mukaan, mitä piirteitä hänen toiminnassaan ilmeni eniten. Lisäksi halusin selvittää tarkemmin, millaista opettajan toiminta on oppitunnin eri opetuksellisissa vaiheissa. Tätä selvittääkseni ristiintaulukoin opetuksellisten vaiheiden suhteen kaikki muut didaktisten tekijöiden sisältämät toiminnan piirteet. Ristiintaulukoinnissa hyödynsin käytetyn ajan sijaan tietoa siitä, kuinka monessa episodissa kukin toiminnan piirteistä ilmeni. Näin kykenin kuvamaan, millaista kunkin opettajan toiminta tyypillisimmillään on kussakin opetuksellisessa vaiheessa sekä havaitsemaan eroja ja samankaltaisuuksia eri vaiheiden välillä.

Selvittääkseni, miltä osin opettajien toiminta oli keskenään samankaltaista ja miltä osin ne erosivat, vertasin kvantifioinnin tuottamaa opettajakohtaista tietoa didaktisten tekijöiden ilmenemisestä kaikkien opettajien kesken (ks. liite 9.5). Suoritin tämän vertailun jokaisen toiminnan piirteen suhteen erikseen verraten niiden esiintymistä kuvaavia prosenttilukuja. Toiminnan tarkastelu ei pelkkiä prosenttilukuja tarkastelemalla ei kuitenkaan ollut helppoa. Sen määrittäminen, milloin kahden prosenttiluvun välillä on tulkinnan kannalta relevantti ero, ei ollut aina yksiselitteistä. Tämän vuoksi käytin apuna myös prosenttilukujen eron merkitsevyyden testausta (ks. taulukko 9.2 ja liite 9.5). Khiin neliö -testiä hyödyntäen laskin pareittain opettajien välisiä arvoja ja tämän perusteella määritin, onko tiettyä toiminnan piirrettä ilmentävien prosenttilukujen välillä tilastollisesti merkittävää eroa vai ei (ks. Karma & Komulainen, 2002, s. 92). Valitsin päätelmäni kriteeriksi 5 % riskitason, koska se on erottelvin ja siten sain aineistosta näkyviin tavoittelemiani opettajien eroja.

Taulukossa 9.2 esitän esimerkin opettajien välisestä toiminnan yhtäläisyyksien ja erojen piirteiden tarkastelusta. Esimerkki kohdistuu opetuksellisten vaiheiden ilmenemiseen koko opetus-opiskelu-oppimisprosessin aikana.

Taulukossa on esitetty ensin prosenttilukuina, kuinka monta minuuttia kuhunkin eri opetukselliseen vaiheeseen kukin opettajista on aikaa käyttänyt. Seuraavissa sarakkeissa näkyvät khiin neliö -testin arvot ( $\chi^2$ ) pareittain kaikkien opettajien kesken, joita vertasin  $\chi^2$ -taulukon arvoon 3,841 (df = 1, p = 0,05). Arvot, jotka osoittavat tilastollisesti merkitsevää eroa kahden opettajan välillä ovat merkitty tähdellä (\*).

**Taulukko 9.2.** Esimerkki opettajien välisestä toiminnan vertailusta ja erityispiirteiden määrittämisestä khiin neliö -testiä hyödyntäen.

TOIMINNAN PIIRTEET	% (min)			$\chi^2$			TULKINTA
	A	B	C	A vs. B	B vs. C	C vs. A	
<b>3.1 Opetuksellinen vaihe</b>							
<b>3.1.1 Johdattelu</b>	12	10	6	0,204	1,087	2,198	• ei eroa → yhteinen piirre
<b>3.1.2 Uuden opetus</b>	13	9	11	0,817	0,222	0,189	• ei eroa → yhteinen piirre
<b>3.1.3 Kertaus</b>	5	15	22	5,556*	1,625	12,374***	• C > B > A • A eroaa B:stä ja C:stä • B ja C eivät eroa → C:n, B:n erityispiirre + → A:n erityispiirre –
<b>3.1.4 Harjoittelu</b>	48	28	46	8,489**	6,950**	0,080	• A > C > B • B eroaa A:sta ja C:stä • A ja C eivät eroa → A:n, C:n erityispiirre + → B:n erityispiirre –
<b>3.1.5 Soveltaminen</b>	12	19	6	1,871	7,726**	2,198	• B > A > C • B ja C eroavat • A ja B eivät eroa • C ja A eivät eroa prosenttilukuihin sekä $\chi^2$ -arvoihin perustuen → A:n, B:n erityispiirre + → C:n erityispiirre –
<b>3.1.6 Arviointi</b>	9	19	9	4,153*	4,153*	0,000	• B > A = C • B eroaa A:sta ja C:stä • A ja C eivät eroa → B:n erityispiirre + → A:n, C:n erityispiirre –

\*) tilastollisesti merkitsevää ero (df=1, p=0,05)

\*\*) tilastollisesti merkitsevää ero (df=1, p=0,01)

\*\*\*) tilastollisesti merkitsevää ero (df=1, p=0,001)

Tulkitsin havaitsemiani eroja siten että, jos yhden ja kahden muun opettajan välillä ilmeni tilastollisesti merkittävä ero, niin kyseinen toiminnan piirre määriteltiin erityispiirteeksi. Lisäksi tämä erityispiirre määriteltiin kunkin opettajan kohdalla joko plus- tai miinusmerkkiseksi (+, –) riippuen siitä ilmenikö ko. piirre tilastollisesti merkittävästi enemmän vai vähemmän kuin muilla opettajilla. Tästä esimerkkinä taulukossa 9.2 on kohta ”arviointi” (3.1.6).  $\chi^2$ -arvoista havaitaan, että Opettaja B eroaa Opettaja A:sta ja C:stä, mutta Opettajat A ja C eivät eroa toisistaan tilastollisesti merkitsevällä tavalla. Lisäksi havaitaan, että Opettaja B:llä arviointia esiintyy myös prosentuaalisesti



eniten, 19 % koko opetus-opiskelu-oppimisprosessiin käytetystä ajasta. Näin ollen tehdyt havainnot voidaan tulkita siten, että arviointi on opettajien toiminnassa erityispiirre ja se ilmenee Opettaja B:n toiminnassa voimakkaammin (erityispiirre +) kuin Opettajien A ja C (erityispiirre -). Vastaavasti ”kertausta” (3.1.3) ja ”harjoittelu” (3.1.4) osoittautuivat erityispiirteiksi. Kertausta ilmenee Opettajilla C ja B merkitsevästi enemmän kuin Opettaja A:lla, kun taas harjoittelua esiintyy Opettajilla A ja C merkitsevästi enemmän kuin Opettajalla B.

Jos opettajien välillä ei ilmennyt tilastollisesti merkitseviä eroja, tulkitsin kyseisen toiminnan piirteen olevan heitä kaikkia yhdistävä, eikä siis erityispiirre. Kyseisessä esimerkissä opetuksellisten vaiheiden osalta kaikkia opettajia yhdistäväksi toiminnan piirteeksi osoittautuivat johdattelu (3.1.1) sekä uuden opetus (3.1.2), joita molempia heidän toiminnassaan ilmeni melko vähän, 6-13 % koko opetus-opiskelu-oppimisprosessiin käytetystä ajasta.

Toiminnan piirteiden yhtäläisyyksien ja erojen määrittäminen ei merkitsevyystestauksenkaan avulla, aina tuottanut helposti tulkittavissa olevaa tulosta. Tästä on esimerkkinä taulukossa 9.2 kohta ”soveltaminen” (3.1.5). Prosenttilukujen perusteella huomataan, että soveltamista esiintyy eniten Opettajalla B (19 %), toiseksi eniten Opettajalla A (12 %) ja vähiten Opettajalla C (6 %). Pareittain suoritettu khiin neliö -testi osoittaa, ettei Opettajien B ja A eikä Opettajien A ja C välillä ole tilastollisesti merkitsevää eroa. Opettajien B ja C välillä merkitsevä ero kuitenkin on. Tässä tilanteessa opettajia ei siis pysty edellä esitettyjen esimerkkien tapaan erottamaan toisistaan siten, että yksi opettajista erottuisi selkeästi kahdesta muusta. Vastaavanlaisia tilanteita ilmenei myös silloin, jos kaikkien opettajien välillä oli tilastollisesti merkitsevä ero. Näissä tilanteissa tein tulkintoja tukeutuen prosenttilukujen absoluuttiseen suuruusvertailuun sekä arvioihin khiin neliö -testin arvon suuruuksista, vaikka ne eivät tilastollisesti merkittäviä eroja osoittaneetkaan. Soveltamiseen liittyvän esimerkin kohdalla tulkitsin tilanteen lopulta niin, että Opettajien B ja A toiminnassa soveltaminen ilmenee lähes yhtä suuressa määrin, josta Opettaja C:n toiminta poikkeaa.

Lopulta, hyödyntäen sekä merkitsevyystestausta että prosenttilukujen vertailua ja niistä tehtyjä eräänlaisia laadullisia havaintoja, kykenin kuvailemaan opettajille yhteisiä toiminnan piirteitä sekä kunkin opettajan toiminnan erityispiirteitä suhteessa matematiikan opetuksen ja opiskelun sisältöön, tavoitteisiin, organisointiin ja vuorovaikutukseen. Tämän perusteella määrittelin kaikkia kolmea opettajaa yhdistävän toimintatavan sekä ne erityiset toimintatavat, jotka kuvasivat jokaista opettajaa yksittäin.

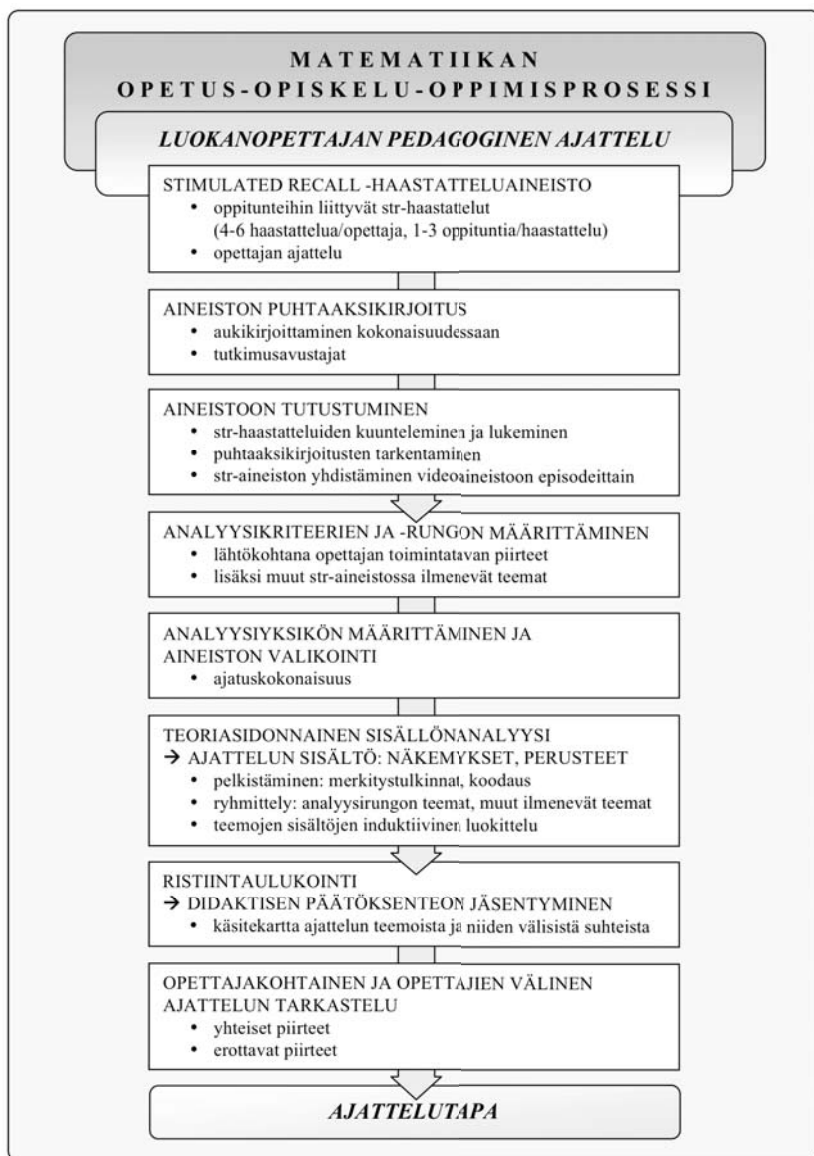
## 9.2 Stimulated recall -haastatteluaineiston käsittely- ja analyysiprosessi

Kuten videoaineisto, myös stimulated recall -haastatteluaineisto on tyypillistä laadullista aineistoa, jonka lukuisista käsittely- ja analyysimahdollisuuksista tutkijan on itse valittava tutkimuksensa kannalta sopivimmat menettelytavat löytääkseen vastaukset esittämiinsä tutkimuskysymyksiin. Menetelmäkirjalli-

suudessa esitetään kuitenkin joitain yleisiä suuntaviivoja laadullisen aineiston tiivistämisestä sisällönanalyysin keinoin (ks. esim. Kyngäs & Vanhanen, 1999; Tuomi & Sarajärvi, 2002; Elo & Kyngäs, 2007; Cohen ym., 2007). Huolimatta siitä, mitä päättelyn logiikkaa analyysissä käytetään tai mikä teorian merkitys tutkimuksessa on, sisällönanalyysi alkaa aineiston käsittelyllä sopivaan muotoon, aineistoon tutustumisella ja analyysiyksikön määrittämisellä. Tämän jälkeen analyysiprosessi etenee aineiston pelkistämisen ja ryhmittelyn kautta abstrahointiin eli käsitteellistämiseen. Viimeksi mainitut analyysivaiheet muotoutuvat kuitenkin eri tavoin riippuen siitä, onko kysessä teorialähtöinen vai teoriasidonnainen analyysi. Jo olemassa olevaa teoriaa hyödyntävässä sisällönanalyysissä aineiston analyysiin liittyy myös tarvittavan teoreettisen käsitteistön tai analyysirungon laatiminen. (Vrt. luku 9.1.2.)

Tässä tutkimuksessa analysoin opettajan ajattelua ilmentävän stimulated recall -haastatteluaineiston pitkälti teoriasidonnaista sisällönanalyysia hyödyntäen. Analyysin avulla hain vastausta erityisesti toiseen tutkimuskysymykseen: Millaisena luokanopettajan pedagoginen ajattelu ilmenee matematiikan opetuksessa? Tämän tutkimuskysymyksen tavoitteena oli selvittää opettajan pedagogisen toiminnan taustalla vaikuttavia näkemyksiä ja perusteita. Koska pyrkimykseni oli ensisijaisesti syventää videoaineiston analyysin tuotamaa alustavaa ymmärrystä kunkin opettajan tavasta toteuttaa matematiikan opetusta ja opiskelua eikä niinkään etsiä ristiriitoja opettajan ajattelun ja toiminnan väliltä, katsoin teoriasidonnaisen sisällönanalyysin olevan tähän tarkoitukseen sopiva menettely. Tuomen ja Sarajärven (2002, ss. 98–99, 116) mukaan teoriasidonnaisessa analyysissä teoria toimii analyysin apuna ja sen vaikutus on tunnistettavissa, mutta tavoitteena ei ole testata teoriaa, kuten teorialähtöisessä analyysissä, vaan pikemmin luoda uusia ajattelutapoja. Aineiston keruussa ja analyysissä voidaan lähteä liikkeelle aineistolähtöisesti, mutta pidemmälle edettäessä teoriaa hyödynnetään analyysia ohjaavana tekijänä. Tässä tutkimuksessa str-haastatteluaineiston analyysia ohjaava teoreettinen analyysirunko perustui kunkin opettajan oppitunneilla ilmenneisiin toiminnan ominais- ja erityispiirteisiin sekä opettajia yhdistäviin toimintatapoihin.

Kuten videoaineiston kohdalla, eivät stimulated recall -haastattelu-aineistonkaan analyysin vaiheet olleet ennalta selviä. Välttääkseni turhaa työtä ja koko aineiston läpikäynti useampaan kertaan, kuten videoaineiston kanssa tapahtui, aloitin analyysin kehittelyn ainoastaan yhden opettajan aineiston avulla. Jatkossa kahden muun opettajan str-aineistot aiheuttivat joitakin tarkennuksia analyysiprosessin kulkuun, mutta lopulta melko vähäisessä määrin. Keskeisimpiä seikkoja teoriasidonnaisen analyysitavan kehittämisessä olivat analyysirungon määrittely, str-aineiston valikoinnin perusteet sekä aineiston laatu (ks. tarkemmin luku 9.2.2). Seuraavaksi selostan, millaiseksi str-haastatteluaineiston käsittely- ja analyysiprosessi tässä tutkimuksessa lopulta muotoutui. Kuvio 9.3 kuvaa tätä prosessia kokonaisuudessaan.



**Kuvio 9.3.** Luokanopettajan pedagogista ajattelua ilmentävän stimulated recall -haastatteluaineiston käsittely- ja analyysiprosessi tässä tutkimuksessa.

### 9.2.1 Stimulated recall -haastatteluaineiston käsittely ja analysoitavan aineiston laatu

Ryhtyessäni käsittelemään stimulated recall -haastatteluaineistoa siirsin ensin nauhoitetut str-haastattelut tietokoneelle, jolloin niiden kuunteleminen ja jatkokäsittely olivat helppoa. Tässä vaiheessa Opettajan A:n viimeinen str-haastattelu (A\_str7) osoittautui käyttökelvottomaksi, joten täydensin hänen aineistoaan sähköpostitse pyytäen häneltä kommentteja erityisesti tutkimusprosessiin liittyvää aineistonkeruuta ja sen vaikutuksia koskien.

Stimulated recall -haastatteluaineiston käsittelyssä oli apuna tutkimusavustajia, jotka kirjoittivat haastattelut kokonaisuudessaan tekstiksi. Ryhtyessäni itse analysoimaan str-aineistoa, oli haastatteluiden suorittamisesta kulu-  
nut sen verran aikaa, että en juurikaan muistanut, mitä aineisto piti sisällään. Sen vuoksi tutustuin huolellisesti str-haastatteluaineistoon kuunnellen sen läpi. Samalla luin puhtaaksikirjoitukset tehden niihin tarkennuksia ja korjauksia sekä Lisäksi yhdistin ne videoaineistosta episodeittain kirjoitettuihin tuntiku-  
vauksiin, jotta haastattelupuheen ymmärtäminen oli helpompaa. Kaiken kaikkiaan str-aineistoa kertyi yhteensä noin 17 tuntia (5–6 tuntia/opettaja), joka tekstimuotoon kirjoitettuna (kirjasinkoko 12, riviväli 1) muodosti noin 274 sivun (72–115 sivua/opettaja) laajuisen aineiston (ks. liite 8.2).

Videoaineiston analyysissa on tehtävä päätöksiä aineiston muodon suhteen. Stimulated recall -haastatteluaineiston osalta aineiston laatu osoittautui puolestaan merkittäväksi tekijäksi. Edellä str-menetelmän kuvauksen yhteydessä sivusin kritiikkiäkin aiheuttanutta seikkaa, jonka mukaan str-menetelmän avulla hankittu aineisto on luonteeltaan monimuotoinen ja se tuottaa opettajan toiminnan aikaisen ajattelun lisäksi myös monenlaista muuta ajattelua (ks. luku 9.2.1). Tutkijat ovatkin esittäneet luokituksia siitä, millaista erilaista ajattelua str-aineisto voi sisältää. On todettu, että interaktiivisen ajattelun lisäksi str-menetelmä ilmentää myös opettajan post-interaktiivista ajattelua (Marland & Osborne, 1990) tai ns. meta-ajattelua eli opettajan ajattelua omasta ajattelustaan (Marland, 1986). Gass ja Mackey (2000, ss. 11–13) viittaavat Cohenin (1998) luokitteluun, jossa aineisto sisältää toiminnan aikaisen ajattelun (*self-revelation*) ohella myös raportointia yleisistä periaatteista (*self-report*) sekä havaintoja omasta toiminnasta (*self-observation*). Aaltosen (2002; 2003) esittämät str-aineistotyytit – tunti tilanteen aikainen ajattelu, videon katselun aikaansaama ajattelu sekä yleiset opettamiseen ja oppimiseen liittyvät uskomukset ja väittämät – muistuttavat pitkälti Cohenin luokittelua.

Aaltonen (2003, s. 34) toteaa, että tutkijan on oltava tietoinen niistä vaihtoehdoista, joita stimulated recall -menetelmä aineistona voi tuottaa. Tässä tutkimuksessa tavoitteenani oli str-aineiston avulla selvittää, mihin oppitunneilla ilmenevä matematiikan opetus ja opiskelu opettajien näkökulmasta katsottuna perustuu. Siten analyysin kannalta keskeistä ei ollut pohtia opettajan kykyä reflektoida omaa toimintaansa yllä esitettyjen luokitusten tavoin, vaan hakea aineistosta sisällöllisiä vastauksia kysymykseen siitä, miksi matematiikan opetus ja opiskelu toteutuvat tietyllä. Tähän kysymykseen str-aineisto ei kuitenkaan aina suoraan vastannut, vaan opettajat kuvasivat toimintaansa vai-

kuttavia tekijöitä myös erilaisin epäsuorin ilmaisin. Tästä näkökulmasta tar- kasteltuna tutkimukseni str-aineisto sisälsi seuraavanlaisia aineistotyyppejä:

1. Opettajan omalle toiminnalleen suoraan ilmaisemat perustelut:

*T: Sit on se arviointitehtävä, matka koululta hiihtomajalle. Miks otit tämän tehtävän?*

*C: No, kun seuraava tunti oli liikuntaa ja suunnistusta ja oli askelparin mittaaminen, niin se on luonteva juttu. He tekivät sen arvioinnin ja siinäähän oli 500 metristä 900 metriin. Ja sitten, että kukaan ei ota metrin askelia, vaan askelparilla saadaan se metri. Jotkut mittas sen ja pääsi 530 metriin ja luulen, että se voi olla aika lähellä. Sillä oli joku todellinen merkitys sillä jutulla. En ollut sitäkään etukäteen miettinyt se vaan tuli tossa... Se on aika vaikeeta se matkan arvioiminen, niin aikuiselle kuin lapsellekin. Mutta siihenkin on konstinsa, jos siihen malittaa mennä. (C2.7/7\*\_2&73)*

2. Opettajan omat uskomukset ja käsitykset matematiikasta tieteenalana ja oppiaineena, matematiikan opetuksesta ja opiskelusta sekä oppilaista:

*C: Oppilaat oli ehkä vähän aktiivisemmin mukana tässä, kun oli muutakin kuin perinteistä numeroilla pelaamista ja muunkinlaista ajattelua, mikä on matikassa tärkeä. Ehkä se viritti niitä kuuntelemaan ja pohtimaan just sitä, mitä mä olin hakenutkin. Et- tä matikka on vähän avarampaa kuin pelkästään kirjan laskuja. (C3.5/7\_105)*

*B: Oon huomannut semmoisen asian, että mä itsekin opin paremmin, kun mä selostan asiaa jollekin toiselle. Sit mä ajattelen niin, että kun lapsi joutuu käyttämään sitä kiel- tä, niin se tavallaan pukee ne ajatuksensa sanoiksi. Ja se on oppinut sen asian syvem- min, kuin sen vaan, että tekee eikä pysty selittämään, mitä tekee. (B1.8/9)*

3. Opettajan oppitunnin tai str-haastattelun aikana tekemät havainnot oppi- tunnin tapahtumista, erityisesti omasta ja oppilaiden toiminnasta:

*A: Kirjan tehtävissä oli ohjeistus paloilla työskentelystä. Niillä piti tehdä laskuja, mut- ta oppilailla oli sit jo intoa mennä luvuilla laskemiseen. Toi Saara sanoi itse, että enpä taidakaan laittaa paloja vielä pois. Se oli musta hyvä, mutta yllättävää, että hän itse ymmärs, että hän ei oo kauheen... tai hän tarvitsee paljon harjoitusta matematiikassa. Sitten hän itse ymmärsi, että taidanpa näitä käyttää. (A6.4/5\_247&248)*

*B: Mä koitin valita semmoisen luvun, että siitä ei tuu mitään hölmöä, mutta taas tuli. Miten se aina osuu. Että nyt se 12-7, niin se on sama kuin 7-2. Mä tajusin sen tossa aika nopeesti, että voi hitsi vieköön. Että ei olis pitäny valita noin. (B6.2/4\*\_288)*

4. Opettajan omalle toiminnalleen esittämät vaihtoehtoiset toimintatavat:

*B: Nyt palataan eiliseen juttuun eli miten luvut kirjoitetaan allekkainlaskussa. Ne kir- joitetaan allekkain. Eli kympti kymppien sarakkeeseen. Tossa ois tietty voinu vielä ha- vainnollistaa, että tässäkin on vielä kymppien sarake. Tehdä vaikka ruudukon. -- Si- hen ois voinut vielä laittaa ne "kympti" ja "ykköset" näkyviin. Jos nyt ajattelis, että korjais tota. Että se tulis havainnolliseksi. Niin ois vielä voinut tehdä. (B3.1/3\_124)*

*C: Tää tunti ei menny niin, kun mä ajattelin. Ajattelin, että kun otetaan laskimet, niin ei oo paineita, että täytyy selvittää desimaaliluvulla kertomisesta, pilkun paikasta ja la- ventamisesta. Täytyy vaan ymmärtää, että hinta jaetaan määrällä ja saadaan yksikkö- hinta. Mutta sen perillemeno ei oikein onnistunut. -- Maanantaina katotaan, miten on kotilaskut onnistunu. Ja sitten yrittää yksikköhinnan laskua. -- Tai sitten että on 400 gramman hinta, jaat se neljällä, niin saat 100 gramman hinnan ja kerro se sitten kymmenellä. Jos on puolen kilon hinta, niin kerro se kahdella. (C5/9\_177&178&179)*

### 9.2.2 Teoriasidonnainen sisällönanalyysi

Koska tavoitteeni oli stimulated recall -haastatteluaineiston avulla syventää ymmärrystä kunkin opettajan toiminnan taustalla vaikuttavasta pedagogisesta ajattelusta, oli luonnollista perustaa str-aineiston teoriasidonnainen analyysi näihin toiminnassa ilmenneisiin piirteisiin ja etsiä haastatteluaineistosta niihin liittyviä näkemyksiä ja perusteita. Totesin pian, että videoaineiston teorialähtöistä analyysia varten laatimani opetustapahtumaa kuvaava käsitteistö oli tähän tarkoitukseen liian yksityiskohtainen eikä siksi sellaisenaan sopinut str-aineiston analyysin lähtökohdaksi. Opettajien haastatteluista oli vaikeaa erottaa toimintaan liittyvää puhetta samalla tarkkuudella kuin toiminnan piirteet olivat teoreettisessa käsitteistössä esitetty. Näin ollen päädyin rakentamaan opettajien toiminnassa ilmenneisiin piirteisiin perustuvat analyysirungot, jotka teemoineen olivat alkuperäistä teoreettista käsitteistöä yleisempiä. Koska opettajat, yhteisistä piirteistään huolimatta, poikkesivat toimintansa suhteen toisistaan, laadin jokaiselle oman analyysirungon. Ryhmittelin kullekin opettajalle ominaiset ja erityiset toiminnan piirteet samankaltaisuuksien perusteella välittämättä siitä, liittyivätkö ne tavoitteisiin, opetus- ja opiskelutoiminnan organisointiin tai vuorovaikutukseen. Lopuksi nimesin teemat yleisemmillä nimillä. Samalla nämä teemat olivat ikään kuin alustavia ehdotuksia elementeistä, jotka str-aineiston tuottaman näkökulman täydentämänä muodostaisivat tutkimuksen lopputulemana määritetyt opettajien opetuskäsitykset. Opettajakohdistaisten analyysirunkojen sisältämät teemat olivat pitkälti samanlaisia keskenään, mutta opettajien toimintatapojen erilaisuudesta johtuen ne koostuivat osin erilaisista toiminnan piirteistä. Yhteenvedo analyysirunkojen teemoista on esitetty opettajakohtaisesti taulukossa 9.3. Tarkemmin nämä teemat on esitelty opettajien toimintatapojen määrittelyn yhteydessä luvussa 10.4.

**Taulukko 9.3.** Stimulated recall -haastatteluaineiston teoriasidonnaista sisällönanalyysia ohjaavan analyysirungon teemat ja niiden ilmeneminen opettajakohtaisesti.

ANALYYSIRUNGON TEEMAT	OPETTAJAKOHTAISET ANALYYSIRUNGOT		
	Opettaja A	Opettaja B	Opettaja C
1) <i>Matemaattisten tietojen ja taitojen hallinta</i>	x	x	x
2) <i>Matemaattisen tiedon elementit ja rakentuminen</i>	x	x	x
3) <i>Matemaattisen ajattelun perusteet ja luonne</i>	—	x	x
4) <i>Matemaattisen tiedon merkitys</i>	x	—	x
5) <i>Matematiikan opetuksen ja opiskelun sosiaalis-affektiiviset tavoitteet</i>	x	x	—
6) <i>Opetus-opiskelu-oppimisprosessin eteneminen ja matemaattisen sisällön rakentuminen</i>	x	x	x
7) <i>Opetus- ja opiskelutilanteiden vuorovaikutus</i>	x	x	x

Stimulated recall -haastatteluaineiston sisällönanalyysi jatkui analyysiyksikön määrittämisellä ja aineiston valikoinnilla. Koska olin kiinnostunut selvittämään opettajien omia näkemyksiä oppituntitapahtumista oli luonnollista valita analyysiyksiköksi ajatuskokonaisuus. Ajatuskokonaisuus määrittyi osaksi tutkijan ja opettajan välillä käytyä keskustelua str-haastattelutilanteesta siten, että se koostui yhdestä tai useammasta puheenvuorosta. Ajatuskokonaisuus muodostui joko opettajan yksittäisestä kommentista, tutkijan kysymyksestä ja opettajan vastauksesta tai useammasta puheenvuorosta, jolloin tutkija esitti tarkentavia kysymyksiä. Keskeistä analyysiyksiköiden määrittämisessä oli se, että yksi ajatuskokonaisuus muodosti yksikön, joka oli ymmärrettävä myös muusta aineistosta irrotettuna. Pysin myös siihen, että yksi ajatuskokonaisuus sisältäisi vain yhden ”ajatuksen”, mutta aina tämä ei ollut mahdollista, koska muuten asiayhteys ja ymmärrettävyys olisivat kadonneet.

Samalla, kun jaoin stimulated recall -haastatteluaineiston ajatuskokonaisuuksiksi kuvatus määritelmän mukaisesti, suoritin myös aineiston valikointia, jonka kriteereitä selvittelin kahdesta suunnasta. Ensinnä pohdin, analysoinko str-aineiston kokonaisuudessaan vai vain sen osan opettajan puheesta, joka liittyy kullekin opettajalle ominaisia tai erityisiä toiminnan piirteitä ilmentäviin videoepisodeihin. Havaitsin kuitenkin, että opettajat eivät aina puhuneet omasta toiminnastaan ja muista matematiikan opetukseen ja opiskeluun liittyvistä aiheista kronologisesti oppitunnin tapahtumien kulkua mukailleen, vaan toivat ajatuksiaan esiin missä tahansa str-haastattelun vaiheessa. Toisaalta oli täysin mahdollista, että minun tutkijana tekemä tulkinta kyseisen episodin tapahtumista oli toisenlainen kuin opettajan oma näkemys. Jotta merkityksellistä puhetta ei olisi jäänyt analysoitavan str-haastatteluaineiston ulkopuolelle, en lopulta valikoinut str-aineistoa videoepisodien perusteella, vaan sisällöllisin perustein. Toinen str-haastatteluaineiston valikointiin liittyvät päätös koski sellaista aineistoa, joka ei sisällöllisesti liittynyt analyysirungon sisältämiin, opettajan toiminnassa ilmenneisiin teemoihin. Analyysirungon ulkopuolelle jäävä str-aineisto sisälsi kuitenkin paljon tutkimuskysymysten kannalta merkittävää opettajan ajattelua ilmentävää puhetta. Katsoin siten aiheelliseksi analysoida myös tämän aineiston ja liitin ne joko analyysirungossa jo olemassa oleviin teemoihin uusina näkökulmina tai muodostin niistä kokonaan uusia teemoja.

Näin ollen koko str-aineisto oli lähtökohtaisesti relevanttia aineistoa. Poistin str-aineistosta kuitenkin sellaiset osat, jotka eivät varsinaisesti liittyneet matematiikkaan tai sen opetukseen ja opiskeluun, vaan sisälsivät keskustelua esimerkiksi tutkimusprosessin kulusta tai oppilaiden taustatiedoista. En sisällyttänyt analysoitavaan aineistoon myöskään sellaisia opettajan vastauksia ja kommentteja, joita en pystynyt jälkikäteen liittämään tiettyyn oppituntitilanteeseen, jotka jäivät kesken ja joiden lopullisesta sisällöstä en voinut varmistua tai jotka eivät edustaneet aiemmin esittämiäni str-aineistotyyppisiä – perusteluita, näkemyksiä, havaintoja tai opettajan omalle toiminnalleen esittämiä vaihtoehtoisia toimintatapoja ja muutosehdotuksia.

Varsinaisen stimulated recall -haastatteluaineiston analyysi alkoi merkitystulkintojen pelkistämällä valikoidusta ja analyysiyksiköihin jaetusta aineistosta. Kyngäksen ja Vanhasen (1999, ss. 5–6; ks. myös Elo & Kyngäs, 2007, ss. 109–111) mukaan pelkistäminen tarkoittaa tutkimustehtävään liittyvien ilmaisujen etsimistä aineistosta, jotka kirjoitetaan tiivistetysti merkitystulkintojen muotoon. Merkitystulkinnalla tarkoitetaan tässä useimmiten yhden virkkeen mittaista tulkintaani opettajan str-haastattelupuheesta siten, että pyrin kirjoittamaan yhdestä ajatuskokonaisuudesta aina yhden merkitystulkinnan. Kuten jo edellä totesin, pitäytyminen vain yhdessä merkitystulkinnassa ajatuskokonaisuutta kohden ei aina ollut ymmärryksen säilyttämisen kannalta mahdollista ja sen vuoksi kirjasin joistakin ajatuskokonaisuuksista useampia merkitystulkintoja. Toisaalta näin toimien pyrin myös saamaan tutkittavan ilmiön mahdollisimman monipuolisesti näkyviin. Kaiken kaikkiaan merkitystulkintojen tavoitteena oli nostaa esiin kunkin ajatuskokonaisuuden keskeisin sisältö, jotta str-aineistoa pystyi luokittelemaan edelleen analyysin kulussa.

Tässä vaiheessa merkitsin myös alkuperäisen stimulated recall -haastatteluaineiston sekä siitä muodostetut ajatuskokonaisuudet ja merkitystulkinnat systemaattisesti laatimallani koodistolla. Koodiston avulla oli mahdollista tunnistaa kyseessä oleva opettaja, oppitunti ja episodi, johon ajatuskokonaisuus tai merkitystulkinta liittyi, järjestysnumero sekä ajatuskokonaisuuksista tehtyjen merkitystulkintojen määrä. Tässä tutkimuksessa koodaus toimi lähinnä str-aineiston järjestämisen apuna sekä eräänlaisena ”osoitteistona” sekä videoaineiston ja str-haastatteluaineiston välillä että str-aineistosta erotettujen ajatuskokonaisuuksien ja niistä pelkistettyjen merkitystulkintojen välillä eikä koodauksella siten ollut merkitystä aineistosta tehtävän tulkinnan kannalta (vrt. Tuomi & Sarajärvi, 2002, s. 95; Cohen ym., 2007, ss. 477–478).

Taulukko 9.4 sisältää esimerkin alkuperäisen stimulated recall -haastatteluaineiston jakamisesta ajatuskokonaisuuksiksi sekä näiden pelkistämisestä merkitystulkinnoina. Esimerkissä alkuperäisilmaus on jaettu kahdeksi ajatuskokonaisuudeksi: Aluksi Opettaja A puhuu oppilaiden kyvyistä selostaa matematiikkaan liittyviä asioista toisilleen ja sitten hän pohtii, mikä merkitys matematiikan puhumisella on oppimiselle. Merkitystulkintojen kirjaamista ohjasi erityisesti tutkimuskysymys: ”Mitä näkemyksiä ja/tai perusteita opettaja liittää toimintaansa?” Siten kirjoitin merkitystulkinnat tässä tutkimuksessa ilmenneiden str-aineistotyyppien mukaisesti (ks. luku 9.2.1) joko perustelujen muotoon ”Toimin näin, koska...” tai toteamuksiksi ”Matematiikassa on tärkeää...”, jotka toivat esiin opettajan uskomuksia, näkemyksiä ja käsityksiä sekä hänen havaintojaan omasta tai oppilaiden toiminnasta. Oheisessa esimerkissä ensimmäisestä ajatuskokonaisuudesta on pelkistetty vain yksi merkitystulkinta, joka on muodoltaan toiminnan perustelu. Jälkimmäisestä ajatuskokonaisuudesta on pelkistetty kaksi merkitystulkintaa, joista toinen on perustelu ja toinen opettajan näkemys. Näin toimien koko str-haastattelu-aineisto jakautui yhteensä 993 ajatuskokonaisuuteen (252–377 kpl/opettaja), joista pelkistin merkitystulkintoja yhteensä 1150 kpl (281–445 kpl/opettaja).



**Taulukko 9.4.** Esimerkki stimulated recall -haastatteluaineiston jakamisesta ajatuskokonaisuuksiksi sekä merkitystulkintojen pelkistämisestä (Opettaja A).

ALKUPERÄISILMAISUSTR-HAASTATTELUSTA	AJATUSKOKONAISUUS	MERKITYSTULKINTA
<p><i>T: Monessa kohdassa, just tässäkin kohdassa, sä sanoit, että toisetkin oppilaat voi auttaa. Minkä takia sä annat tällaisia ohjeita?</i></p> <p><i>A: No, mä en mitenkään ajattele, että mä olisin aina paras neuvomaan kaikissa asioissa. Että oppilaat usein osaa selittää toisilleen niin kun heidän omalla kielellään niitä asioita niin, että toinen ymmärtää. Ja musta se on tärkeää että ne puhuu. Meillä on semmoinen sääntö, että saa puhua matematiikkaa matematiikan tunnilla niin paljon kuin siitä niiden tehtävien puitteissa syntyy keskustelua. Että oppilaat on siihen tottunut, ja mä haluan sitä korostaa.</i></p> <p><i>T: Mikä siinä on tärkeitä, siinä matematiikan puhumisessa?</i></p> <p><i>A: No, niitä käsitteitä kun käyttää ja niitä selittää toiselle, niin niitä ehkä itsekin ymmärtää paremmin ja syvällisemmin jatkossa, ja silläkin hetkellä. Ne on sen ajattelun välineitä kuitenkin ne käsitteet.</i></p>	<p><i>T: Monessa kohdassa, just tässäkin kohdassa, sä sanoit, että toisetkin oppilaat voi auttaa. Minkä takia sä annat tällaisia ohjeita?</i></p> <p><i>A: No, mä en mitenkään ajattele, että mä olisin aina paras neuvomaan kaikissa asioissa. <b>Että oppilaat usein osaa selittää toisilleen niin kun heidän omalla kielellään niitä asioita niin, että toinen ymmärtää.</b> -- (A1.5/5* 37)</i></p> <p><i>A: -- <b>Ja musta se on tärkeää että ne puhuu.</b> Meillä on semmoinen sääntö, että saa puhua matematiikkaa matematiikan tunnilla niin paljon kuin siitä niiden tehtävien puitteissa syntyy keskustelua. <b>Että oppilaat on siihen tottunut, ja mä haluan sitä korostaa.</b></i></p> <p><i>T: Mikä siinä on tärkeitä, siinä matematiikan puhumisessa?</i></p> <p><i>A: No, <b>niitä käsitteitä kun käyttää ja niitä selittää toiselle, niin niitä ehkä itsekin ymmärtää paremmin ja syvällisemmin jatkossa, ja silläkin hetkellä. Ne on sen ajattelun välineitä kuitenkin ne käsitteet.</b> (A1.5/5* _38&amp;39)</i></p>	<p>[perustelu] Ohjeistin oppilaita neuvomaan toisiaan, koska usein oppilaat osaavat selostaa asian toisilleen omalla kielellään ymmärrettävämmiin kuin opettaja (A1.5/5* _37)</p> <p>[perustelu] Matematiikan puhuminen on tärkeää, koska selittäessään oppilas käyttää matemaattisia käsitteitä ja ymmärtää itsekin asian syvällisemmin (A1.5/5* _38)</p> <p>[näkemys] Käsitteet ovat ajattelun välineitä (A1.5/5* _39)</p>

*Episodi A1.5/5\*: Kirjan tehtäviä: Desimaalipaloihin tutustuminen*

Stimulated recall -haastatteluaineiston analyysi jatkui merkitystulkintojen ryhmittelyllä. Ryhmittelin kutakin opettajaa koskevat merkitystulkinnat erikseen opettajakohtaisten analyysirunkojen sisältämien teemojen mukaisesti. Str-aineisto sisälsi kuitenkin selkeästi myös muihin aiheisiin liittyvää opettajan ajattelua ilmentävää puhetta. Tämän osan str-aineistoa ryhmittelin aineistolähtöisesti. Tuomen ja Sarajärven (2002, s. 97, ks. myös Kyngäs & Vanhanen, 1999, ss. 5–7; Elo & Kyngäs, 2007, ss. 109–111) mukaan aineistolähtöisessä sisällönanalyysissä aiemmat havainnot, tiedot ja teoriat eivät vaikuta analyysin toteuttamiseen, vaan tavoitteena on luoda aineistosta induktiivisesti teoreettinen kokonaisuus. Tarkastelin alkuperäisiin teemoihin kuulumattomia merkitystulkintoja niiden samankaltaisuuksien ja toisaalta erilaisuuksien näkökulmasta. Yhdistin omaksi ryhmäkseen ne merkitystulkinnat, jotka näyttivät kuuluvan yhteen ja annoin näin syntyneelle uudelle mahdolliselle teemalle sen sisältöä kuvaavan nimen. Nämä aineistolähtöisesti ilmenneet teemat saattoivat olla kokonaan uusia siinä mielessä, että sellaisia ei alun perinkään esiintynyt kenenkään opettajan analyysirungossa – kuten ”Oppilaiden sosio-

emotionaalinen hyvinvointi” – tai sitten ne olivat jo osa jonkun toisen opettajan analyysirunkoa, muttei juuri tämän kyseisen opettajan kohdalla – kuten ”Matemaattisen ajattelun perusteet ja luonne” tai ”Matemaattisen tiedon merkitys”.

Ryhmiteltyäni kaikki merkitystulkinnat opettajakohtaisesti teemoihin jatkoin analyysia tarkastelemalla kunkin teeman sisältöä yksityiskohtaisemmin. Muodostamani analyysirungot olivat lähtökohtaisesti niin strukturoimattomia, että kunkin teeman sisältöä oli tarpeen analysoida tarkemmin (ks. Kyngäs & Vanhanen, 1999, ss. 7–8; Elo & Kyngäs, 2007, s. 111). Hyödyntsin tässä jälleen aineistolähtöisen sisällönanalyysin periaatteita. Samaan tapaan kuin analyysirungon ulkopuolelle jäänyttä str-aineistoa analysoidessani, tarkastelin kunkin teeman sisältämiä merkitystulkintoja ja ryhmittelin niitä samankaltaisuuksiensa mukaisesti. Yhä edelleen ryhmittelyä ohjasi opettajien näkemysten ja perusteiden etsiminen. Näin ollen teemojen sisällöt eivät rakentuneet hierarkkisiksi ala-, ylä- ja pääluokiksi sekä niitä kuvaaviksi käsitteiksi, kuten esimerkiksi Tuomi ja Sarajärvi (2002, ss. 110–115; ks. myös Kyngäs & Vanhanen, 1999, ss. 6–7; Elo & Kyngäs, 2007, ss. 109–111) ehdottavat, vaan ne muotoutuivat toiminnan perusteluiksi ja seurauksiksi sekä opettajan näkemysiksi matematiikasta ja sen opetuksesta ja opiskelusta (ks. taulukko 9.5). Merkitystulkintojen lukumäärällä yhtä perustelua tai näkemystä kohden ei tässä vaiheessa ollut merkitystä, vaan merkitystulkinta yksinkin saattoi olla huomion arvoinen, jos se sisällöllisesti lisäsi ymmärrystä ko. teemasta.

Stimulated recall -haastatteluaineiston ryhmittelyn jälkeen tarkastelin vielä uudelleen analyysin kulussa aineistolähtöisesti syntyneitä teemoja ja pohdin, muodostavatko ne todella uuden itsenäisen teeman vai liittyvätkö ne ikään kuin uutena näkökulmana johonkin kyseisen opettajan analyysirungon jo sisältämään teemaan. Esimerkiksi kaikilla opettajilla enemmän tai vähemmän esiintyvä tavoite opiskeltavan matemaattisen sisällön ymmärtämisestä oli pikemminkin opettajan ajattelua ilmentävästä str-aineistosta kuin toimintaa kuvaavasta videoaineistosta esiin noussut seikka. Opettajien ajattelun valossa tarkasteltuna se liittyi kuitenkin selvästi analyysirungon sisältämään teemaan ”Matemaattisten tietojen ja taitojen hallinta”. Näin ollen en muodostanut ymmärtämisen tavoitteesta uutta, omaa teemaansa, vaan liitin sen uutena näkökulmana kyseiseen, jo olemassa olevaan teemaan. Sen sijaan Opettaja A toi str-haastatteluissa voimakkaasti esiin näkemystään oppilaiden sosio-emotionaalisen hyvinvoinnin turvaamisesta. Tämä aihe ei sisällöllisesti sopinut Opettaja A:n analyysirunkoon, joten muodostin siitä uuden teeman ”Oppilaiden henkinen hyvinvointi ja turvallinen oppimisympäristö”.

Edellä kuvatun stimulated recall -haastatteluaineiston sisällönanalyysin tuloksena muotoilin kunkin opettajan pedagogiseen toimintaan liittyvän sekä sen jäsennystä vastaavan kuvauksen opettajan pedagogisesta ajattelusta ja ajattelun sisältämistä ominaispiirteistä.

**Taulukko 9.5.** Esimerkki opettajakohtaisen analyysirungon teeman sisältämien merkitystulkintojen ryhmittelystä opettajan toimintaan liittyviksi perusteiksi ja näkemyksiksi (Opettaja A).

TEEMA: Matemaattisten tietojen ja taitojen hallinta – Kommunikointi			
SISÄLTÖ – Perusteet ja näkemykset			MERKITYSTULKINTA
Matematiikan kirjoittaminen	On tärkeää oppia kirjoittamaan matematiikkaa, koska...	<ul style="list-style-type: none"><li>– siten ajattelu siirtyy abstraktimmalle tasolle;</li><li>– on välttämätöntä ilmentää ajattelua myös symbolein kirjoitetun lausekkeen muodossa;</li><li>– se on käytännön elämässä tarvittava taito.</li></ul>	<p>On tärkeää oppia kirjoittamaan matematiikkaa, koska siten voidaan siirtää ajattelussa abstraktimmalle tasolle (A11.4/5***_415)</p> <p>On tärkeää oppia kirjoittamaan matematiikkaa, koska laskulausekkeessa ajattelu- ja ratkaisutavat kohtaavat, mikä on välttämätöntä (A11.4/5***_416)</p> <p>On tärkeää oppia kirjoittamaan matematiikkaa, koska sitä taitoa tarvitaan käytännön elämässä (A11.4/5***_414)</p>
	Matematiikkaa tulee kirjoittaa täsmällisesti, koska...	<ul style="list-style-type: none"><li>– matematiikassa on omat täsmälliset symbolit ja merkintätavat.</li></ul>	Sanallisissa tehtävissä tulee olla lasku merkittynä, koska omien ajatusten pukeminen laskutoimituksiksi on tärkeää ja matematiikassa on siihen omat merkintätapansa ja symbolinsa (A11.4/5***_412)
	Matematiikan puhuminen on tärkeää, koska...	<ul style="list-style-type: none"><li>– kieli on ajattelun väline;</li><li>– puhuminen kertaa opiskeltuja asioita ja edistää opiskeltavan matemaattisen sisällön syvempää ymmärtämistä.</li></ul>	Kieli on ajattelun väline (A12.3/5***_442)
Matematiikan puhuminen	Matematiikkaa voi puhua eri tavoin:	<ul style="list-style-type: none"><li>– matemaattinen termistö ei ole aina oppilaille ymmärrettävää;</li><li>– oppilailla on oma matemaattinen kielensä, joka liittyy heidän omiin kokemuksiinsa ja jonka avulla he kykenevät selittämään asioita toisilleen;</li><li>– myös arkielämän puhekielessä on omat matemaattiset terminsä.</li></ul>	<p>Matematiikan puhuminen on tärkeää, koska selittäessään oppilas käyttää matemaattisia käsitteitä ja ymmärtää itsekin asian syvällisemmin (A1.5/5*_38)</p> <p>Matematiikan puhumisella on merkitystä, koska kun asioita sanoo ääneen, niin se vaikeuttaa asian ymmärtämiseen (A12.3/5***_441)</p> <p>Pyysin oppilaita sanomaan luvut ääneen, koska se kertaa asian heidän mielestään ja he tulevat sanoneeksi desimaaliluvun ja siihen liittyvän yksikön oikein (A12.3/5***_439)</p> <p>Oppilaat eivät ymmärtäneet termiä ”suurempi”, mutta termi ”plus” oli heille tutumpi ja auttoi tehtävän ratkaisemisessa (A5.5/5_220)</p> <p>”Ota pois” on oppilaille konkreettisempi tapa puhua vähentämisestä kuin ”vähennä” (A6.2/5_241)</p> <p>Ohjeistin oppilaita neuvomaan toisiaan, koska usein oppilaat osaavat selostaa asian toisilleen omalla kielellään ymmärrettävämmiin kuin opettaja (A1.5/5*_37)</p> <p>Oppilas voi olla toiselle oppilaalle opettajaa parempi selittäjä, koska oppilaiden oma kieli ja käsitteet liittyvät heidän elämäänsä ja poikkeavat opettajan käyttämästä kielestä (A3.2/3_114)</p> <p>Otin esiin kaksi erilaista tapaa lukea desimaaliluku, koska puhekielessä puhutaan ”pilkkusta” eikä ”osista” (A3.1/3_92)</p> <p>Lausuimme desimaaliluvut ”pilkku” -sanalla, koska se on mielestäni luontevampi ja enemmän käytetty tapa kuin ”osista” puhuminen (A5.4/5_207)</p>

### 9.2.3 Ristiintaulukointi

Selvitettyäni sisällönanalyysin keinoin kunkin opettajan pedagogista ajattelua heidän toimintaansa liittämien näkemysten ja perusteiden näkökulmasta jatkoin stimulated recall -haastatteluaineiston analyysia vielä ristiintaulukoinnin avulla. Ristiintaulukoinnin tavoitteena oli ilmentää kunkin opettajan didaktisen päätöksenteon jäsentymistä heidän ajattelussaan. Suoritin ristiintaulukoinnin siten, että tarkastelin aina pareittain sisällönanalyysin perusteella syntyneitä teemoja sekä niiden sisältämiä näkökulmia. Näin sain näkyväksi eri teemojen välisiä yhteyksiä.

Taulukko 9.6 sisältää esimerkin, jossa selvitetään teeman ”Matemaattisten tietojen ja taitojen hallinta” suhdetta muihin teemoihin Opettaja A:n ajattelussa. Taulukosta havaitaan esimerkiksi matemaattisten tietojen ja taitojen sekä matematiikan merkityksen vastavuoroinen suhde: Monet matemaattiset sisällöt kuin myös kommunikoinnin taito ovat arkielämän kannalta merkityksellisiä ja toisaalta taas matematiikan merkityksen havaitseminen motivoi oppilaita opiskelemaan juuri näitä tärkeitä tietoja ja taitoja. Lopulta kokosin ristiintaulukoinnin tuottaman tiedon ajattelun sisältämien teemojen välisistä yhteyksistä – eli didaktisen päätöksenteon jäsentymisestä – opettajakohtaisesti käsitekarttojen muotoon.

### 9.2.4 Opettajakohtainen ja opettajien välinen ajattelun tarkastelu

Samoin kuin opettajan pedagogista toimintaa kuvaavan videoaineiston analyysin päätteeksi, tarkastelin myös ajattelua ilmentävän stimulated recall -haastatteluaineiston analyysin tuottamia kuvauksia sekä opettajakohtaisesti että opettajia keskenään vertaillen. Etsin opettajien ajattelusta samankaltaisuuksia, mutta myös kullekin opettajalle erityisiä ajattelun piirteitä. Lopulta str-haastatteluaineiston, ristiintaulukoinnin ja opettajien välisen vertailun perusteella määritin sekä kaikkia kolmea opettajaa yhdistävän että jokaisen oman ajattelutavan suhteessa matematiikan opetuksen ja opiskelun sisältöön, tavoitteisiin, organisointiin ja vuorovaikutukseen.

**Taulukko 9.6.** Esimerkki stimulated recall -haastatteluaineiston ristiintaulukoinnista (Opettaja A).

AJATTELUN TEEMAT		MATEMAATTISTEN TIETOJEN JA TAITOJEN HALLINTA			
		Perustiedot ja laskutaito	Ymmärrys	Kommunikointi	Arviointi
<b>Matemaat. tiedot ja taidot</b>	Perustiedot ja laskutaito	–	sisältöjen oppimisen edellytys	–	kohdistuu sisältöjen hallintaan
	Ymmärrys	–	[ei voi korvata mekaanisella harjoittelulla]	edistää syvällistä ymmärtämistä	kohdistuu sisältöjen ymmärtämiseen
	Kommunik.	–	–	[puhuminen, kirjoittaminen]	–
	Arviointi	–	–	–	[havainnointi, palaute]
<b>Matemaat. tieto</b>	Ennakkokäs. Aiemmin op.	motivoi sisältöjen opiskeluun	edistää ymmärtämistä	–	–
	Konkretia Toiminnal.	motivoi ja aktivoi sisältöjen opiskeluun; tukee sisällön hallintaa	edistää ymmärtämistä	aktivoi keskustelemaan	–
<b>Matemaattinen ajattelu</b>		–	ajattelu osoittaa ja edistää ymmärtämistä	kieli on ajattelun väline; aktivoi ajattelemaan; edistää ajattelun kehittymistä	–
<b>Matematiikan merkitys</b>		arkielämän taito; opiskelu laajenee todellisen elämä kontekstiin; merkityksen havaitseminen motivoi opiskelemaan	–	arkielämän taito	–
<b>Sosiaalis-affekt. tavoitteet</b>	Opiskelu- ja sosiaaliset taidot	–	–	–	kohdistuu työskentelyyn; edistää oma-aloitteisuutta
	Henkinen kasvu	–	–	–	edistää itseluottamuksen vahvistumista
<b>Prosessin eteneminen</b>		–	–	–	–
<b>Vuoro-vaikutus</b>	Opettajakesk.	tukee sisältöjen opiskelua	–	–	–
	Oppilakesk.	motivoi ja aktivoi sisältöjen opiskeluun; tukee ja varmistaa sisällön hallintaa; edistää ymmärrystä	varmistaa ymmärtämistä	–	–
<b>Henkinen hyvinvointi ja turvallinen oppimisymp.</b>		–	–	–	–



## **IV MATEMATIIKAN OPETUKSEN EMPIIRINEN TARKASTELU**

### ***Opettajan pedagogisen ajattelun ja toiminnan ilmeneminen matematiikan opetuksessa***

*Tämän tutkimuksen tavoitteena on kuvata ja ymmärtää luokanopettajan pedagogista ajattelua ja toimintaa erityisesti matematiikan opetus-opiskelu-oppimisprosessin kontekstissa. Tutkimukseni neljännessä osassa selvitän, miten luokanopettajat käytännössä toteuttavat matematiikan opetustaan ja mitä näkemyksiä ja perusteita he liittävät tekemiinsä pedagogisiin ratkaisuihin. Näin vastaan tutkimukseni kahteen ensimmäiseen, luonteeltaan empiiriseen tutkimuskysymykseen.*

*Seuraavissa luvuissa esitän tutkimustulokseni kollektiivisen tapaustutkimuksen hengessä ilmiökeskeisesti: Keskityn ensin kuvaamaan opettajan pedagogiseen toimintaan liittyviä empiirisiä havaintoja, jonka jälkeen ilmennän tähän liittyvää pedagogista ajattelua. Tässä matematiikan opetuksen empiirisessä tarkastelussa tavoitteenani on ennen kaikkea syventää ja monipuolistaa opettajien toiminnan antamaa kuvaa matematiikan opetuksesta heidän ajattelun avulla, eikä niinkään asettaa toiminta- ja ajattelutapoja vastakkain tai etsiä niistä tietoisesti ristiriitaisuuksia.*

*Vaikka mielenkiintoni on ensisijaisesti itse tutkittavan ilmiön – matematiikan opetuksen – ymmärtämisessä ja teoreettisessa käsitteellistämisessä, rakentuvat seuraavien lukujen sisältämät päätelmät tapaustutkimukselle aina ominaisesti, yksittäisten opettajien toiminnan ja ajattelun empiirisen tarkastelun kautta. Kuten Stake (2000, s. 436; 2005, s. 444) toteaa, tutkimuksessa voidaan olla kiinnostuneita yleisestä ilmiöstä tai tapausten joukosta, mutta kuitenkin huomio kiinnittyy tutkimusprosessin kulussa yksittäiseen tapaukseen ja juuri sen monimuotoisuuden ymmärtämiseen. Lisäksi korostan lukijalle sitä, että tulokset on kirjoitettu ensisijaisesti opettajan toiminnan ja ajattelun näkökulmasta. Tällöin esimerkiksi tarkastelun kohteena olleet opettajan didaktisia päätöksiä kuvastavat didaktiset tekijät – sisällöt, tavoitteet, opetus- ja opiskelutoiminnan organisointi, vuorovaikutus – käsitetään opettajan toiminnan piirteiksi, vaikka ne pitkälti ilmenevät myös oppilaiden toiminnassa.*





## 10 Luokanopettajan pedagoginen toiminta matematiikan opetuksessa

Selvittääkseni luokanopettajan *pedagogisen toiminnan* ilmenemistä matematiikan opetuksessa esitin kaksi tarkentavaa tutkimuskysymystä:

- 1.1 *Miten opettaja järjestää matematiikan opetus-opiskelu-oppimisprosessin?*
- 1.2 *Mitä didaktisia päätöksiä opettaja tekee?*

Ensimmäiseen näistä kysymyksistä hain vastausta videoaineiston laadullisen havainnoinnin sekä teorialähtöisen sisällönanalyysin ja kvantifioinnin avulla. Näihin analyyseihin perustuen tarkastelin kunkin opettajan matematiikan opetus-opiskelu-oppimisprosessin ja yksittäisten oppituntien kulkua sekä sisällöllistä rakentumista.

Toiseen kysymykseen vastatakseni hyödynsin edelleen videoaineiston teorialähtöisen sisällönanalyysin ja kvantifioinnin tuottamaa tietoa didaktisten tekijöiden – sisällön, tavoitteiden, opetus- ja opiskelutoiminnan organisoinnin ja vuorovaikutuksen – ilmenemisestä opettajien toiminnassa. Kuvasin opettajakokohtaisesti kullekin opettajalle tyypillisiä toiminnan ominaispiirteitä sekä vertaisin opettajien toimintaa toisiinsa. Opettajien välisessä vertailussa käytin laadullisten havaintojeni apuna myös määrällistä merkitsevyydestausta. Tämän vertailun tuloksena kuvasin kunkin opettajan toiminnan erityispiirteitä.

Lopulta, tarkasteltuani opetus-opiskelu-oppimisprosessin järjestämistä ja opettajien didaktisia päätöksiä sekä heille ominaisen toiminnan että heidän toimintansa erityispiirteiden näkökulmasta, määrittelin jokaisen opettajan toimintatavan matematiikan opetus-opiskelu-oppimisprosessin kontekstissa. Tämä tarkastelu vastasi kokonaisuudessaan ensimmäiseen päätutkimuskysymykseeni siitä, millaisena luokanopettajan pedagoginen toiminta ilmenee matematiikan opetuksessa.

### 10.1 Opettaja A:n pedagogisen toiminnan kuvaus

Seuraavaksi kuvaan Opettaja A:n pedagogista toimintaa matematiikan opetuksen kontekstissa sekä opetus-opiskelu-oppimisprosessin järjestämisen että siinä ilmenevän didaktisen päätöksenteon näkökulmasta. Opetus-opiskelu-oppimisprosessiin liittyen tuon esiin prosessin etenemistä ja matemaattisen sisällön rakentumista, Opettaja A:lle tyypillisen oppituntin kulkua sekä oppituntin sisältämien opetuksellisten vaiheiden ominaisia piirteitä. Didaktista päätöksentekoa tarkastelen puolestaan Opettaja A:n toiminnalle tyypillisten sekä muiden opettajien toiminnasta poikkeavien erityispiirteiden avulla.

### 10.1.1 Opettaja A:n matematiikan opetus-opiskelu-oppimisprosessi

Opettaja A:n opetus-opiskelu-oppimisprosessin matemaattisena sisältönä olivat desimaaliluvut sekä niiden soveltaminen mittayksikkömuunnoksissa. Prosessi koostui kaiken kaikkiaan 13:sta, reilun kolmen viikon aikana pidetystä oppitunnista. Näistä oppitunneista viisi oli koko luokan yhteisiä tunteja ja loput kahdeksan puolikkaan luokan jakotunteja. Yhtä jakotuntia ei havainnoitu lainkaan, koska Opettaja A ei pitänyt sitä kokonaan itse. Jakotunnit muistuttivat hyvin pitkälle toisiaan sekä sisältönsä että rakenteensa osalta. Oppituntien kesto vaihteli 35–50 minuutin välillä. Yksi oppitunti sisälsi kolmesta kuuteen episodista, jotka olivat kestoltaan 1–33 minuuttia. Opetus-opiskelu-oppimisprosessin rakenne on esitetty yksityiskohtaisemmin ja ryhmäkohtaisesti eriteltynä taulukossa 10.1a.

**Taulukko 10.1a.** Opetus-opiskelu-oppimisprosessin rakenne, Opettaja A.

OPETTAJA A	OPPITUNTI			EPISODI		
	Koko prosessi	A-ryhmä	B-ryhmä	Koko prosessi	A-ryhmä	B-ryhmä
<i>Lkm yhteensä (kpl)</i>	13	11	10	61	51	45
<i>vaihtelu</i>	-	-	-	3–6	3–6	3–6
<i>moodi</i>	-	-	-	5	5	5
<i>Kesto yhteensä (min)</i>	526	442	401	-	-	-
<i>vaihtelu</i>	35–50	35–50	35–45	1–33	1–33	1–33
<i>moodi</i>	40	35, 38, 40	38, 40, 44	2	2, 4	2

#### *Opetus-opiskelu-oppimisprosessin eteneminen ja matemaattisen sisällön rakentuminen*

Kuvio 10.1a kuvastaa Opettaja A:n matematiikan opetus-opiskelu-oppimisprosessia kokonaisuudessaan. Kun tarkastellaan prosessin sisältämiä opetussellisia vaiheita, havaitaan, että prosessi alkoi johdattelevalla oppitunnilla. Tätä seurasi kaksi useammasta oppitunnista koostuvaa uuden opetus -jaksoa, jotka kumpikin päättyivät arvioivaan kertaustestiin. Lisäksi koko prosessin kulussa esiintyi yksi soveltava ja yksi kertaava oppitunti, joiden merkitys oli tukea uuden oppiaineksen opiskelua.

Kyseisestä kuviosta 10.1a käy ilmi myös matemaattisen sisällön rakentuminen sekä sen jakautuminen pienempiin osa-alueisiin Opettaja A:n opetus-opiskelu-oppimisprosessin kulussa. Aiemmin Opettaja A:n oppilaat olivat opiskelleet kerto- ja jakolaskua ja siirtyivät nyt heille täysin uuteen aiheeseen, desimaalilukuihin. Prosessi jakautui matemaattisen sisältönsä osalta kahteen eri sisältöalueeseen: 1) desimaalilukujen opiskeluun sekä 2) desimaalilukujen soveltamiseen mittaamisen ja yksikkömuunnosten yhteydessä. Kumpikin näistä sisältöalueista jakautui vielä pienempiin osa-alueisiin. Desimaalilukujen opiskelu koostui desimaaliluvun käsitteestä sekä desimaalilukujen yhteen- ja vähennyslaskusta. Desimaalilukujen sovelluksena prosessin loppupuolella opiskeltiin mittaamista sekä tilavuuden ja pituuden yksikkömuunnoksia. Lisäksi prosessi sisälsi kaksi kertaustestiä, yhden kummankin sisältöalueen lo-

puksi sekä yhden ns. ”vapaus ja vastuu” -tunnin, jolloin oppilaat desimaalilukujen harjoittelun lisäksi ratkoivat myös ongelmanratkaisutehtäviä.

Kahdeksalla ensimmäisellä oppitunnilla, joista kaksi ensimmäistä olivat samansisältöisiä jakotunteja, opiskeltiin desimaaliluvun käsitettä. Desimaaliluvut olivat oppilaille uusi asia, ja Opettaja A johdatteli heitä sen opiskeluun miellekartan avulla. Hän pyysi oppilaita kirjoittamaan ja piirtämään desimaaliluvuista, omasta sen hetkisen käsityksestään sekä siitä, missä he olivat desimaalilukuja nähneet ja missä ajattelivat niitä tarvittavan. Opettaja A toi esiin myös matematiikan oppikirjassa esitetyt sisällöt ja tavoitteet alkavalle opiskelujaksolle. Desimaaliluvun käsitteen opiskelu sisälsi lukujen havainnollistamista desimaalipalojen ja lukuyksikkötaulukon avulla sekä niiden lukemista, kirjoittamista ja suuruusvertailua. Lisäksi opiskeltiin desimaalilukujen yhteen- ja vähennyslaskua. Opiskelun päätteeksi oppilaat tekivät vielä aiheeseen liittyviä soveltavia ja ongelmanratkaisua vaativia tehtäviä sekä kertaustestin. Keskeistä matemaattisen sisällön rakentumisessa tässä opiskelun vaiheessa oli konkreettisten välineiden käyttö käsitteenmuodostuksen ja laskemisen tukena.

Opetus-opiskelu-oppimisprosessin viisi viimeistä oppituntia, joista kolme oli puolikkaan luokan jakotunteja, käytettiin tilavuuden ja pituuden mittaamisen sekä mittayksiköiden ja niiden välisten suhteiden opiskeluun. Opetuksen ja opiskelun lähtökohdaksi Opettaja A järjesti toiminnallisia tilanteita, joissa oppilaat itse suorittivat mittauksia. Tilavuuden yhteydessä tutkittiin, kuinka monta desilitraa mehua mahtuu yhteen litran tölkkiin. Pituuden osalta pohdittiin, millaisella mittavälineellä pulpetin sivun pituus olisi järkevintä mitata yhdenmukaisten tulosten saavuttamiseksi. Matemaattinen sisältö mittayksiköiden opiskelussa koostui oppilaille entuudestaan tutuista muunnoksista, joissa suurempia mittayksiköitä ilmoitettiin pienempinä yksiköinä sekä uudesta asiasta, jolloin pienempiä mittayksiköitä ilmoitettiin suurempina yksiköinä desimaalimerkintää käyttäen. Oppilaat harjoittelivat myös erityisesti tilavuuden arviointia ja pituuden mittaamista viivoittimella. Jälleen, kuten edeltävänkin jakson päätteeksi, oppilaat tekivät opiskeltuun oppiaineeseen liittyvän kertaustestin, mutta täydensivät myös koko prosessin aluksi tekemäänsä miellekarttaa oppimillaan desimaalilukuihin liittyvillä asioilla. Oleellista matemaattisen sisällön rakentumisen kannalta tässä oli opetus-opiskelu-oppimisprosessin alkupuolella ikään kuin teoriassa opiskeltujen desimaalilukujen soveltaminen arkielämässä esiintyvään ilmiön – mittaamisen – yhteydessä. Lisäksi sisällön rakentumista tukivat toiminnalliset työskentelytavat sekä uuden opiskeltavan sisällön perustuminen aiemmin opiskelluille, oppilaille jo tutuille yksikkömuunnoksille suuremmasta mittayksiköstä pienempään yksikköön.

JOHDATTELU		LUDEN Opetus				SOVELTAMINEN		ARVIOINTI	
DESIMAALILUVUT JA...									
Desimaaliluvun käsite sekä yhteen- ja vähennyslasku									
A1/13*	A2/13*	A3/13	A4/13	A5/13	A6/13	A7/13	A8/13		
Oppilaiden ennakkokäsitykset, jaksos tavoitteet	Oppilaiden ennakkokäsitykset, jaksos tavoitteet	Desimaaliluvun käsite	Desimaalilukujen suuruusvertailu	Desimaalilukujen yhteenlasku	Desimaalilukujen vähennyslasku	Vapaus ja vastuu -tunti	Kertaustesti I: käsite, yhteen- ja vähennyslasku		
A1.1/5*	A2.1/5*	A3.1/3	A4.1/6	A5.1/5	A6.1/5	A7.1/3	A8.1/4		
Mielekkäitä desimaaliluvuista	Mielekkäitä desimaaliluvuista	Desimaaliluvun käsite, lukeminen ja kirjoittaminen	Kumpi desimaaliluvusta on suurempi?	Päässälaskuja kokonaaliluvulla	Desimaalilukujen yhteenlasku	Olijet työskentelevän	Olijet kertaustestin		
ARV	ARV	UUD.OP	UUD.OP	HARJ	KERT	JOHD	JOHD		
A1.2/5*	A2.2/5*	A3.2/3	A4.2/6	A5.2/5	A6.2/5	A7.2/3	A8.2/4		
Tarkan lukeminen	Tarkan lukeminen	Kirjan tehtäviä: desimaaliluvun merkitseminen	Suurempi kuin yksi? Pienempi kuin kolme?	Kotitehtävien tarkistus	Desimaalilukujen yhteenlasku desimaalipolulla	Vapaus ja vastuu -tehtäviä	Kertaustesti I		
JOHD	JOHD	HARJ	UUD.OP	ARV	UUD.OP	SOV	ARV		
A1.3/5*	A2.3/5*	A3.3/3	A4.3/6	A5.3/5	A6.3/5	A7.3/3	A8.3/4		
Alkavan jaksos tavoitteet	Alkavan jaksos tavoitteet	Kotitehtävien anto	Vertailun merkitseminen	Desimaalilukujen yhteenlaskuja desimaalipolulla	Desimaalilukujen vähennyslaskuja päässä laskien	Kotitehtävien anto	Kirjan tehtäviä: vapaavalintaisia ja samallisia tehtäviä		
JOHD	JOHD	HARJ	KERT	UUD.OP	HARJ	HARJ	SOV		
A1.4/5*	A2.4/5*		A4.4/6	A5.4/5	A6.4/5		A8.4/4		
Tutustuminen desimaalipoluihin	Tutustuminen desimaalipoluihin		Kirjan tehtäviä: desimaalilukujen suuruusvertailua	Desimaalilukujen yhteenlaskuja päässä laskien	Kirjan tehtäviä: desimaalilukujen vähennyslaskuja		Jäliteöpulan ratkaiseminen		
KERT	KERT		HARJ	HARJ	HARJ		SOV		
			A4.5/6	A5.5/5	A6.5/5				
			Kotitehtävien anto	Kirjan tehtäviä: desimaalilukujen yhteenlaskuja	Kotitehtävien anto				
			HARJ	HARJ	HARJ				
			A4.6/6						
			Päässälaskuja desimaalilukuja vertailun						
			HARJ						

Kuvio 10.1a. Matematiikan opetus-opiskelu-opintiprosessi, Opettaja A.

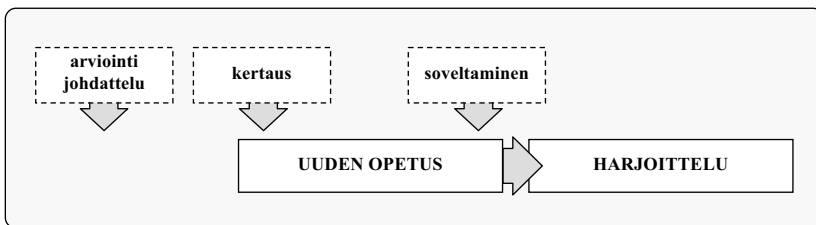
UUDEN OPETUS	KERTAUS	UUDEN OPETUS		ARVIOINTI
DESIMAALILUKUJEN SOVELTAMINEN MITTAAMISESSA JA YKSIKKÖMUUNNOKSISSA				
Tilavuuden ja pituuden yksiköt sekä yksikkömuunnokset				
A9/13** Tilavuuden yksiköt: dl, l	A10/13 Tilavuuden yksiköt: dl, l, 10 l	A11/13*** Pituuden yksiköt: mm, cm	A12/13*** Pituuden yksiköt: mm, cm	A13/13 Kertaustesti II: tilavuus, pituus desimaalimerkinä
A9.1/6** Kertaustestin palautus	A10.1/4 Tilavuuden yksiköiden suhteita	A11.1/5*** Erlaisia mittayksiköitä	A12.1/5*** Erlaisia mittayksiköitä	A13.1/5 Object kertaustestiin
A9.2/6** Tilavuuden yksiköiden suhteita	A10.2/4 Tilavuuden yksiköiden suhteita, desimaalimerkinä	A11.2/5*** Pituuden yksiköiden suhteita	A12.2/5*** Pituuden yksiköiden suhteita	JOHD A13.2/5 Kertaustesti II
A9.3/6** Tilavuuden yksiköiden suhteita, desimaalimerkinä	A10.3/4 Kirjan tehtäviä: tilavuus, desimaalimerkinä	A11.3/5*** Pituuden yksiköiden suhteita, desimaalimerkinä	A12.3/5*** Pituuden yksiköiden suhteita, desimaalimerkinä	A13.3/5 Kirjan tehtäviä: Sanallisia tehtäviä, tilavuus ja pituus
A9.4/6** Astioiden ja pakkauksen tilavuuksia	A10.4/4 Kotitehtävien anto	A11.4/5*** Kirjan tehtäviä: pituuden mittaus, desimaalimerkinä	A12.4/5*** Kirjan tehtäviä: pituuden mittaus, desimaalimerkinä	A13.4/5 Kotitehtävien anto
A9.5/6** Kirjan tehtäviä: tilavuuden arviointi ja mittaaminen	A10.5/6*** Kotitehtävien anto	A11.5/5*** Kotitehtävien anto	A12.5/5*** Kotitehtävien anto	A13.5/5 Mielikartan täydentäminen
A9.6/6** Kotitehtävien anto	A10.6/6*** Kotitehtävien anto	A11.6/6*** Kotitehtävien anto	A12.6/6*** Kotitehtävien anto	A13.6/6*** Kotitehtävien anto
HARJ				
HARJ				

Kuvio 10.1a (jatkoa). Matematiikan opetus-opiskelu-oppimisprosessi, Opettaja A.

### *Tyypillinen oppitunnin kulku*

Edellä esitetyn kuvion 10.1a avulla voidaan tarkastella Opettaja A:n ohjaaman opetus-opiskelu-oppimisprosessin ja sen sisältämän matemaattisen sisällön etenemisen lisäksi myös yksittäisten oppituntien rakennetta ja kulkua opetuksellisten vaiheiden näkökulmasta. Kuvio osoittaa, että Opettaja A:n oppitunnit vaihtelivat rakenteeltaan sen mukaan, missä koko prosessin vaiheessa ne sijaitsivat ja mikä kyseisen oppitunnin opetuksellinen merkitys oli koko prosessin kannalta ajateltuna.

Vaikka Opettaja A:n oppituntien rakenne vaihteli, useimmiten oppituntien tavoitteena oli uuden opetus. Näillä tunneilla keskeisimmät opetukselliset vaiheet olivat luonnollisesti uuden opetus ja harjoittelu (ks. kuvio 10.1b). Oppitunnin keskeisen matemaattisen sisällön opetus koostui yhdestä tai kahdesta episodista, johon saattoi liittyä aihetta kertaava tai soveltava episodi. Kertauksen ja soveltamisen merkitys oli tällöin uuden sisällön opiskeluun valmistava tai sitä täydentävä. Harjoittelu sijoittui oppitunnin loppupuolelle ja oli tavallisesti yhtäjaksoinen rupeama, joka päättyi lähes aina kotitehtävien antoon. Näiden opetuksellisten vaiheiden lisäksi Opettaja A saattoi aloittaa uuden opetuksen keskittyvät oppitunnit arvioinnilla – kotitehtävien tarkistuksen tai kertaustestin palautuksen muodossa – tai johdattelulla, joka ohjasi oppilaita oppitunnilla käsiteltävän matemaattisen sisällön pariin. Opetus-opiskelu-oppimisprosessin piti sisältää myös yhden kertaavan oppitunnin, joka muistutti rakenteeltaan uuden opetusta.



**Kuvio 10.1b.** Tyypillinen oppitunnin kulku, Opettaja A.

Opettaja A:n opetus-opiskelu-oppimisprosessiin kuului – uuden opetuksen ja kertaamisen lisäksi – myös johdattelevia, soveltavia ja arvioivia oppitunteja. Koko prosessin aloittava johdattelu perustui oppilaiden ennakkokäsitysten arviointiin ja jatkui varsinaisella opiskeltavaan sisältöön liittyvällä johdattelulla. Tunnin loppupuolella oppilaat myös kertasivat ja harjoittelivat kyseistä opiaainesta. Sovellettaessa ja arvioidessa Opettaja A antoi tunnin aluksi ohjeet työskentelyä varten ja lopputunnin oppilaat tekivät annettuja tehtäviä, sanallisia tehtäviä tai kertaustestiä sekä mahdollisia lisätehtäviä. Tunnin lopuksi oppilaat saivat jälleen kotitehtävät.

***Oppituntin sisältämien opetuksellisten vaiheiden tyypilliset piirteet***

Tarkastelin oppituntien sisältämiä opetuksellisia vaiheita myös yksityiskoh-  
taisemmin suhteessa muihin didaktisiin tekijöihin. Tämä tarkastelu Opettaja  
A:n toiminnan ominaispiirteiden osalta on esitetty tiivistäen taulukossa 10.1b  
ja kokonaisuudessaan liitteessä 10.1b.

**Taulukko 10.1b.** Oppituntin opetuksellisten vaiheiden tyypilliset piirteet, Opettaja A.

	<b>DIDAKTISET TEKIJÄT</b>	<b>JOHD.</b> <i>yht. 9 epis.</i>	<b>UUDEN OP.</b> <i>yht. 9 epis.</i>	<b>KERT.</b> <i>yht. 8 epis.</i>	<b>HARJ.</b> <i>yht. 24 epis.</i>	<b>SOV.</b> <i>yht. 4 epis.</i>	<b>ARV.</b> <i>yht. 7 epis.</i>
<b>TAVOIT.</b>	<i>Sisällöt Kognit. Sos.affekt.</i>	sisällöt merkitys tiedonkäsitys	sisällöt tiedonkäsitys	sisällöt	sisällöt henk. kasvu	sisällöt merkitys ajattelu	henk.kasvu sisällöt
	<i>Tavoitteiden yhdistelmät</i>	kognitiiviset sisällöt sos.affekt.	sisällöt kognitiiviset	sisällöt	sisällöt sos.affekt. opisk.sos.taid	sisällöt kognitiiviset sos.affekt.	sos.affekt. sisällöt
<b>ORGANISOINTI</b>	<i>Lähtökohta</i>	arkiellämä tavoitteet toiminnal.	aiem. opisk. toiminnal.	aiem. opisk.	–	arkiellämä ongelmakesk.	aiem. opisk. ennakkokokäsit.
	<i>Konteksti</i>	todelliset til.	välineet havainnollist.	välineet havainnollist.	todelliset. til.	todelliset til.	todelliset til. symbolit
	<i>Matem. prosessit</i>	käsit.määrit. kommunik.	kommunik. käsit. suhteet ratkaisutapa	käsit. suhteet kommunik. vastaus	ratkaisutapa vastaus kommunik.	ratkaisutapa ong.ratkaisu perustelemin. mallintamin.	käsit.määrit. mallintamin.
<b>VUOROVAIK.</b>	<i>Vastuu</i>	opettajakesk yhteistoim.	opettajakesk. yhteistoim.	opettajakesk.	oppilakesk.	yhteistoim. oppilakesk.	oppilakesk.
	<i>Aktiivisuus</i>	luokka	luokka	luokka	oppilaspari oppilas	luokka oppilaspari	oppilas
	<i>Työmuoto</i>	tehtäviä ant.	vuorovaikut.	vuorovaikut.	tehtäviä ant.	vuorovaikut. tehtäviä ant.	tehtäviä ant.
	<i>Vuorovaik. yhdistelmät</i>	opek/eso/ope	opek/vvo/lk	opek/vvo/lk	oppk/tao/pari oppk/tao/opp	yht/vvo/lk oppk/tao/pari	oppk/tao/opp

Oppituntien johdatteluvaiheet koostuivat opiskeltavaan aiheeseen liittyvän ta-  
rinan lukemisesta, keskustelusta alkavan jakson tavoitteiden osalta sekä eri-  
laisten mittavälineiden käyttökelpoisuuden pohdinnasta, mutta myös ohjeiden  
annosta. Johdatellessa Opettaja A:n tavoitteena oli opiskeltavien matemaattis-  
ten sisältöjen ja toimintatapojen ohella orientoida oppilaitaan matematiikan  
opiskeluun itse oppiaineen näkökulmasta: huomaamaan matematiikan merki-  
tyksen ja siten opiskelun mielekkyyden sekä tiedon rakentumisen periaatteita.  
Johdattelu pohjasi usein oppilaiden omaan kokemusmaailmaan ja alkavan  
jakson tavoitteisiin. Lisäksi johdattelulle oli tyypillistä toiminnallisuus. Joh-  
datteluvaiheen työskentely vaati Opettaja A:n oppilailta monenlaisia mate-  
maattisia prosesseja, mutta tavallisesti käsitteenmäärittelyä sekä kommuni-  
kointia. Vuorovaikutukseltaan johdattelu oli opettajakeskeistä tai yhteistoi-  
minnallista ja useimmiten koko luokka työskenteli yhdessä annettujen tehtä-  
vien parissa, mutta myös seuraten opettajan esitystä.

Oppituntien keskeisen matemaattisen sisällön – kuten desimaaliluvun käsitteen, suuruusvertailun ja laskutoimitusten sekä tilavuuden ja pituuden yksikkömuunnosten – käsittely oli yleensä uuden opetusta sekä jossain määrin kertausta. Nämä vaiheet muistuttivatkin Opettaja A:n toiminnassa paljon toisiaan. Keskeistä matemaattisten tietojen ja taitojen opiskelussa olivat käsitteiden välisten suhteiden hahmottaminen sekä matematiikkaan liittyvä kommunikointi. Opetus ja opiskelu perustuivat useimmiten oppilaiden aiemmin opiskelemille sisällöille, ja niiden tukena Opettaja A hyödynsi konkreettisia, havainnollistavia välineitä sekä toiminnallisuutta. Uuden opetus ja kertaus kuitenkin poikkesivat toisistaan tavoitteiden sekä opetuksen ja opiskelun oppilailta vaatimien matemaattisten prosessien suhteen. Uutta opettaessaan Opettaja A eteni sisällön käsittelyn osalta ikään kuin syvemmälle keskittyen tiettyjen ratkaisutapojen käyttöön sekä erityisesti matemaattisen tiedonkäsitteiden rakentamiseen, kun taas kerratessa hän keskittyi ainoastaan opiskeltavien tietojen ja taitojen hallintaan, ja oppilailta riitti usein pelkän vastauksen ilmoittaminen. Vuorovaikutukseltaan nämä vaiheet taas muistuttivat toisiaan. Vastuu opetuksen ja opiskelun etenemisestä oli pääsääntöisesti opettajalla, mutta muuten työskentely tapahtui vuorovaikutteisesti koko luokan toimiessa aktiivisesti yhdessä pohdittavien tehtävien parissa.

Harjoittelu oli Opettaja A:n oppitunneilla ajallisesti hallitsevin vaihe ja se koostui pitkälti oppikirjan varassa tapahtuvasta opiskelusta, mutta muutaman kerran oppilaat ratkoivat myös päässälaskuja. Usein oppituntien loppupuolelle sijoittuva harjoitteluvaihe erosi edellä kuvatuista johdattelusta, uuden opetuksesta ja kertauksesta oleellisesti tavoitteidensa suhteen. Opiskeltavien matemaattisten sisältöjen ja toimintatapojen hallinta oli harjoittelun yhteydessä edelleen merkittävää, mutta sen ohella painottuivat keskeisesti myös sosiaalis-affektiiviset tavoitteet, erityisesti oppilaiden henkisen kasvun – oppilaan oman aktiivisuuden ja vastuunoton – tukeminen. Lisäksi harjoittelu poikkesi muista vaiheista opiskelun vaatimien matemaattisten prosessien osalta. Harjoittellessaan oppilaat laskivat pareittain tai itsenäisesti oppikirjan tehtäviä ja tällöin keskeistä oli hyödyntää opiskeltuja ratkaisutapoja, löytää tehtäviin oikeat vastaukset sekä kirjata nämä tarkoituksenmukaisella tavalla muistiin.

Soveltaminen ilmeni Opettaja A:n opetus-opiskelu-oppimisprosessin kullussa pääasiassa omana oppituntinaan, jolloin oppilaat ratkoivat vapaavalintaisia ongelmanratkaisutehtäviä, mutta arviointitehtävän muodossa myös tilavuuden mittayksiköiden opiskelun yhteydessä. Episodeissa laskettuna soveltamista esiintyi muihin opetuksellisiin vaiheisiin verrattuna vähiten, mutta se oli vaiheista monipuolisin. Soveltamisen yhteydessä korostuivat sisältöjen lisäksi yhtäläillä myös matematiikan kognitiiviset tavoitteet, erityisesti matematiikan merkityksen tiedostaminen ja muista opetuksellisista vaiheista poiketen matemaattisen ajattelun kehittäminen. Lisäksi opetuksen ja opiskelun lähtökohtana olivat tyypillisesti arkielämän tilanteet ja ongelmakeskeisyys. Sovellettaessa oppilaat käyttivät myös sellaisia matemaattisia prosesseja – kuten ongelmanratkaisua ja todellisen elämän tilanteiden mallintamista matemaattisesti sekä omien ajattelu- ja ratkaisutapojensa perustelemista – joita ei



muissa opetuksellisissa vaiheissa juurikaan ilmennyt. Vuorovaikutus oli soveltamisen yhteydessä joko yhteistoiminnallista, koko luokan kesken tapahtuvaa vuorovaikutteista toimintaa tai oppilaskeskeistä toimintaa, jolloin oppilaat pareittain ratkoivat annettuja pohdintatehtäviä.

Arviointi ilmeni Opettaja A:n toiminnassa koko opetus-opiskelu-oppimisprosessin aloittavana ja päättävänä miellekartan rakentamisena, kotitehtävien tarkistamisena sekä kahden kertaustestin muodossa. Arvioidessa korostuivat harjoitteluvaiheen tavoin matemaattisten sisältöjen ja toimintatapojen hallinnan sijaan sosiaalis-affektiiviset tavoitteet, erityisesti oppilaan henkisen kasvun tukeminen. Arvioinnin yhteydessä tieto esiintyi usein todellisen elämän tilanteisiin liittyen, mutta muista opetuksellisista vaiheista poiketen, myös pelkkiä symboleja käyttäen. Lähtökohtana arvioidessa olivat luonnollisesti oppilaiden aiemmin opiskelemat sisällöt sekä heidän omat ennakkokäsityksensä. Miellekartat, kotitehtävät ja kertaustestit vaativat oppilailta eritoten käsitteenmäärittelyn taitoja, mutta lisäksi myös käytännön elämän tilanteiden mallintamista matematiikan avulla. Vuorovaikutukseltaan arviointivaiheet olivat lähes aina oppilaskeskeisiä, jolloin oppilaat tekivät itsenäisesti heille annettuja kirjallisia tehtäviä.

### **10.1.2 Didaktinen päätöksenteko Opettaja A:n pedagogisessa toiminnassa**

Edellä olen kuvannut Opettaja A:n pedagogista toimintaa matematiikan opetus-opiskelu-oppimisprosessin etenemisen ja sisällön rakentumisen lisäksi myös tyypillisen oppitunnin kulun ja sen sisältämien opetuksellisten vaiheiden näkökulmasta. Seuraavaksi tarkastelen Opettaja A:n didaktista päätöksentekoa yleisesti koko opetus-opiskelu-oppimisprosessin tasolla. Päätöksentekoa kuvastaa didaktisten tekijöiden – matematiikan opetuksen ja opiskelun tavoitteiden, opetus- ja opiskelutoiminnan organisoinnin sekä oppitunneilla valitsevan vuorovaikutuksen – ilmeneminen Opettaja A:n pedagogisessa toiminnassa.

Opettaja A:n didaktiseen päätöksentekoon liittyvät määrälliset havainnot ovat kokonaisuudessa liitteessä 10.1a. Toiminnan piirteet on esitetty suuruusjärjestyksessä, joka perustuu joko kuhunkin toiminnan piirteeseen käytettyyn aikaan prosessin kulussa tai niiden lukumääräiseen esiintymiseen episodeissa. Taulukossa 10.1c on puolestaan esitetty yhteenveto Opettaja A:n toiminnan keskeisimmistä ominaispiirteistä sekä sen erityispiirteistä, jotka ilmenivät verrattaessa kaikkien kolmen luokanopettajan toimintaa toisiinsa. Piirteiden edessä oleva plus- tai miinusmerkki ilmaisee, ilmeneekö kyseistä piirrettä opettajan toiminnassa enemmän (+) vai vähemmän (–) muihin opettajiin verrattuna.

**Taulukko 10.1c** Pedagogisen toiminnan ominais- ja erityispiirteet, Opettaja A.

	DIDAKTISET TEKIJÄT	OMINAIS- PIIRTEET	ERITYISPIIRTEET			YHTEISET PIIRTEET
			A	A & B	A & C	
TAVOITTEET	<i>Sisällöt</i> <i>Kognit.</i> <i>Sos.affekt.</i>	sisällöt henkinen kasvu opisk.sos.taidot tiedonkäsitys merkitys	+ merkitys + tiedonkäs.	– sisällöt	– ajattelu – henk. kasvu – opis.sos.taid.	
	<i>Tavoitteiden yhdistelmät</i>	sisällöt sos.affekt. kognitiiviset		– sisällöt	– sos.affekt.	+ kognitiiviset
ORGANISOINTI	<i>Opetuksel. vaihe</i>	harjoittelu	– kertaus	+ soveltami- nen	+ harjoittelu – arviointi	– johdattelu – uuden opetus
	<i>Lähtökohta</i>	aiemmin opisk. arkiellämän til. toiminnallisuus	– suor. asiaan	+ toiminnal.	+ arkiel. til. – ongelmakes. – tavoitteet	+ aiem. opisk. – ennakkokäs.
	<i>Konteksti</i>	todelliset til. välineet havainnollist.	+ havainnol.	+ välineet – todelliset til.	– symboliit	
	<i>Matem. prosessit</i>	kommunikointi ratkaisutapa	+ pelkkä vast. – ratkaisutapa – perustelem.	+ ong.ratkaisu – käsit. suhteet	+ käsit.määrit. – kommunik.	– mallintamin.
VUOROVAIK.	<i>Vastuu</i>	oppilaskesk.		+ oppilaskesk.		– yhteistoim.
	<i>Aktiivisuus</i>	oppilaspari luokka	+ oppilaspari – ryhmä		– oppilas	– opettaja
	<i>Työmuoto</i>	teht. antava		+ teht. antava – vuorovaik.		– esittävä op.
	<i>Vuorovaik. yhdistelmät</i>	oppk/tao/pari oppk/tao/opp		– opek/vvo/lk	+ oppk/tao/pari – oppk/tao/opp	– yhtt/vvo/lk – opek/eso/ope

***Opettaja A:n pedagogisen toiminnan ominaispiirteet***

Keskeisin Opettaja A:n toiminnassa ilmenevä matematiikan opetuksen ja opiskelun tavoite oli matemaattisten sisältöjen ja toimintatapojen hallinta, joka ilmeni voimakkaana läpi kaikkien oppitunnin sisältämien opetuksellisten vaiheiden. Muut matematiikan opetuksen ja opiskelun tavoitteet esiintyivät prosessin kulussa noin puolet harvemmin – kuten oppilaan henkisen kasvun tukeminen, opiskelu- ja sosiaalisten taitojen kehittäminen sekä matemaattisen tiedonkäsityksen rakentaminen – tai noin kolmanneksen verran – kuten matematiikan merkityksen ymmärtäminen. Kuitenkin nämä tavoitteet, opiskelu- ja sosiaalisia taitoja lukuun ottamatta, esiintyivät jossain määrin kaikissa oppitunnin sisältämissä opetuksellisissa vaiheissa. Vähiten Opettaja A:n toiminnassa ilmeni pyrkimys matemaattisen ajattelun kehittämiseen, johon aikaa käytettiin noin neljännes koko prosessin kulusta. Kokoavasti matematiikan opetuksen ja opiskelun tavoitteiden ilmenemisestä Opettaja A:n toiminnassa voi todeta, että vaikka matemaattisten sisältöjen ja toimintatapojen hallinta oli merkittävä tavoite kaikissa opetuksellisissa vaiheissa, korostuivat sen ohella kognitiiviset tavoitteet erityisesti uutta opetettaessa ja sosiaalisaffektiiviset tavoitteet erityisesti harjoittelun ja arvioinnin yhteydessä. Lisäksi johdatellessa ja sovellettaessa nämä kaikki tavoitteet esiintyivät keskenään lähes yhtä suuressa määrin.

Opetus- ja opiskelutoiminnan organisoinnin osalta havaitaan, että Opettaja A:n ohjaama opetus-opiskelu-oppimisprosessi sisälsi opetuksellisten vaiheittensa osalta eniten, lähes puolet ajasta, harjoittelua. Loput koko prosessiin käytetystä ajasta jakautui lähes tasan muiden opetuksellisten vaiheiden – uuden opetuksen, soveltamisen, johdattelun, arvioinnin ja kertauksen – kesken eli noin kymmenesosan verran kuhunkin.

Opettaja A perusti opetuksensa useimmiten, noin puolessa kyseisistä episodeista, aiemmin opiskelluille matemaattisille sisällöille. Oppilaille en-tuudestaan tutut aiheet olivat opetuksen lähtökohtana erityisesti silloin, kun oppituntien tavoitteena oli opiskella uutta tai kerrata, mutta luonnollisesti myös arvioinnin yhteydessä. Lisäksi Opettaja A hyödynsi jossain määrin arkielämän tilanteita, toiminnallisuutta ja ongelmakeskeisyyttä, joita esiintyi tyypillisimmin johdattelun, uuden opetuksen ja soveltamisen yhteydessä. Muita mahdollisia opetuksen lähtökohtia hän käytti vain muutamissa episodeissa.

Opiskeltavan matemaattisen sisällön Opettaja A esitti oppilaille tavallises-ti todellisen elämän kontekstissa, yleensä johdattelun, harjoittelun, soveltami-sen ja arvioinnin yhteydessä. Matemaattisen oppiaineksen käsittelyssä Opetta-ja A hyödynsi myös havainnollistamista ja konkreettisia välineitä erityisesti uuden sisällön opiskelun tukena ja kerratessa. Pelkillä matemaattisilla symbo-leilla operointia ilmeni Opettaja A:n toiminnassa harvoin, lähinnä liittyen ar-viointiin.

Kommunikointi – suullisesti, kirjallisesti tai välineitä käyttäen – oli selke-ästi yleisin ja usein ilmenevä matemaattinen prosessi, jota opetus ja opiskelu Opettaja A:n oppitunneilla oppilailta vaativat. Kommunikointia tarvittiin kai-kissa oppitunnin sisältämissä opetuksellisissa vaiheissa. Toiseksi eniten, noin puolet ajasta, hyödynnettiin tietyn ratkaisutavan käyttöä, joka ilmeni erityises-ti harjoittelun, uuden opetuksen ja soveltamisen yhteydessä. Muita matemaat-tisia prosesseja käytettiin vähemmän: omien ajatustapojen perustelemista, pelkän vastauksen esittämistä sekä käsitteenmäärittelyä noin kolmanneksen sekä mallintamista ja ongelmanratkaisua noin neljänneksen verran. Näitä pro-sesseja oppilaat tarvitsivat lähinnä soveltaessaan sekä jossain määrin myös johdattelun ja arvioinnin yhteydessä. Vähiten, reilun kymmenesosan verran, Opettaja A:n ohjaama opetus ja opiskelu vaativat oppilailta käsitteiden välis-ten suhteiden määrittämistä.

Opettaja A:n toimintaa vuorovaikutuksen näkökulmasta tarkastellessa ha-vaitaan, että ensisijainen vastuu opetus-opiskelu-oppimisprosessin etenemi-sestä oli reilusti yli puolet ajasta oppilailla. Tällaisia vaiheita oppitunnin ku-lussa olivat erityisesti harjoittelu sekä soveltaminen ja arviointi. Opettajakes-keisen ja jaetun eli yhteistoiminnallisen vastuun osuudet olivat huomattavasti pienemmät, noin viidesosan verran koko prosessiin käytetystä ajasta. Opetta-jakeskeisyys liittyi pääasiassa johdatteluun, uuden opetukseen ja kertaukseen, yhteistoiminnallisuuden ilmetessä soveltamisen yhteydessä. Aktiivisina toimi-joina lähes puolet ajasta olivat oppilasparit harjoitellessaan ja soveltaessaan. Melko lähelle samaa aktiivisuuden osuutta ylsi luokka kokonaisuudessaan,

mikä ilmeni erityisesti johdattelun, uuden opetuksen ja kertauksen yhteydessä. Huomattavan harvoin aktiivisessa roolissa olivat oppilas yksin työskennellessään sekä opettaja. Ryhmissä oppilaat eivät työskennelleet lainkaan. Opetus-opiskelu-oppimisprosessi koostui käytettyjen työmuotojen osalta suurimmaksi osaksi erityisesti harjoitteluun, soveltamiseen ja arviointiin liittyvästä tehtäviä antavasta opetuksesta. Vuorovaikutteista opetusta ilmeni läpi kaikkien oppitunnin sisältämien opetuksellisten vaiheiden, mutta kaiken kaikkiaan vain noin neljäsosan verran koko prosessin kulusta. Esittävää opetusta ei esiintynyt juuri lainkaan. Kokoavasti voidaan todeta, että edellä mainitut vuorovaikutuksen muodot – vastuu, aktiivisuus ja työmuodot – ilmenivät Opettaja A:n toiminnassa kahdeksana erilaisena yhdistelmänä, joista selkeästi yleisin oli kuitenkin oppitunnin harjoitteluvaiheessa ilmenevä oppilaskeskeinen tehtäviä antava opetus, jolloin oppilaspari tai oppilas itsenäisesti työskenteli aktiivisesti.

### *Opettaja A:n pedagogisen toiminnan erityispiirteet*

Muihin opettajiin verrattuna Opettaja A:n toiminta poikkesi erityisesti tavoitteiden sekä opetuksen ja opiskelun vaatimien matemaattisten prosessien osalta (ks. liite 10.4). Eroja oli havaittavissa jossain määrin myös muiden opetus- ja opiskelutoiminnan organisointiin liittyvien seikkojen – opetuksellisten vaiheiden, opetuksen lähtökohdan ja kontekstin – suhteen sekä vähäisessä määrin opiskeltavan matemaattisen sisällön ja vuorovaikutuksen osalta.

Tavoitteiden näkökulmasta tarkasteltuna Opettaja A:n toiminnassa oli erityistä matematiikan merkityksen ja matemaattisen tiedonkäsitteen korostuminen. Toisaalta taas hänen toiminnassaan ei painottunut pyrkimys matemaattisten sisältöjen ja toimintatapojen hallintaan, matemaattisen ajattelun kehittämiseen tai sosiaalis-affektiivisten tavoitteiden – henkisen kasvun sekä opiskelu- ja sosiaalisten taitojen – saavuttamiseen.

Vaikka Opettaja A:n toiminnalle ei ollut tyypillistä tyytyä pohdittavien tehtävien osalta vain pelkän vastauksen ilmoittamiseen, tämä piirre nousi kuitenkin esiin kaikkien kolmen opettajan toimintaa verratessa. Muihin opettajiin nähden Opettaja A:n opetus ei myöskään suunnannut oppilaiden matemaattista prosessointia tietyn ratkaisutavan käyttöön tai omien ajattelutapojen perustelemiseen. Lisäksi käsitteiden välisten suhteiden määrittely sekä kommunikointi olivat vähäisempää. Toisaalta kuitenkin Opettaja A:n oppilaiden tuli kyetä muiden opettajien oppilaita painokkaammin käsitteenmäärittelyyn ja ongelmanratkaisuun, vaikkei se hänen toiminnan tyypillisenä ominaispiirteenä ilmennytäkään.

Muiden opetus- ja opiskelutoiminnan organisointiin liittyvien piirteiden osalta Opettaja A:n toiminnassa erottuivat erityisesti matemaattisen sisällön havainnollistaminen ja välineiden käyttö, muttei niinkään oppiaineen liittäminen todellisen elämän tilanteisiin tai sen esittäminen matemaattisten symbolien avulla. Opettaessaan Opettaja A poikkesi muista opettajista erityisesti sen suhteen, että vain harvoin hän siirtyi suoraan opiskeltavan oppiai-

neksen käsittelyyn. Hän ei myöskään korostuneesti hyödyntänyt ongelmakeskeisyyttä tai ottanut esiin opiskelun tavoitteita. Ennemmin hän perusti opetuksensa arkielämän tilanteille ja toiminnallisuudelle. Kaiken kaikkiaan Opettaja A:n ohjaamassa opetus-opiskelu-oppimisprosessissa korostui muihin opettajiin verrattuna vähäinen kertauksen määrä. Lisäksi arviointia ilmeni harvemmin, kun taas harjoittelu ja soveltaminen olivat merkittävämmiin esillä.

Vuorovaikutusta Opettaja A:n opetus-opiskelu-oppimisprosessin kulussa leimasi muihin opettajiin verrattuna erityisesti oppilasparien aktiivinen rooli ja toisaalta se, että oppilaat eivät koko prosessin aikana työskennelleet ryhmissä. Yleisesti tarkasteltuna Opettaja A:n toiminnassa korostui oppilaskeskeisyys sekä tehtäviä antava opetus vuorovaikutteisten työmuotojen jäädessä vähemmälle.

## 10.2 Opettaja B:n pedagogisen toiminnan kuvaus

Seuraavaksi luonnehdin Opettaja B:n pedagogista toimintaa kuvailemalla hänen järjestämänsä matematiikan opetus-opiskelu-oppimisprosessia, erityisesti sen etenemistä ja matemaattisen sisällön rakentumista sekä tyypillistä oppitunnin kulkua erilaisine opetuksellisine vaiheineen. Lisäksi tuon esiin Opettaja B:n opetus-opiskelu-oppimisprosessin kulussa esiintyvää didaktista päätöksentekoa, jota luonnehtii toisaalta hänen toiminnalleen tyypilliset ominaispiirteet, mutta myös ne erityiset piirteet, jotka erottavat hänet kahdesta muusta luokanopettajasta.

### 10.2.1 Opettaja B:n matematiikan opetus-opiskelu-oppimisprosessi

Opettaja B:n opetus-opiskelu-oppimisprosessin matemaattisena sisältönä oli allekkainlasku. Kyseinen prosessi koostui yhdeksästä, reilun kahden viikon aikana pidetystä oppitunnista, joista neljä oli yhdessä 1. luokkalaisten kanssa pidettyjä koko yhdysluokan yhteisiä tunteja. Oppituntien kesto vaihteli pituudeltaan 21–58 minuutin välillä. Yksi oppitunti sisälsi kolmesta yhdeksään episodtia, jotka olivat kestoltaan 1–51 minuuttia pitkiä. Opettaja B:n opetus-opiskelu-oppimisprosessin rakenne on esitetty yksityiskohtaisemmin taulukossa 10.2a.

**Taulukko 10.2a.** Opetus-opiskelu-oppimisprosessin rakenne, Opettaja B.

OPETTAJA B	OPPITUNTI			EPISODI
	Koko prosessi	2. lk	(1.) -2. lk	Koko prosessi
<i>Lkm yhteensä (kpl)</i>	9	5	4	43
<i>vaihtelu</i>	-	-	-	3-9
<i>moodi</i>	-	-	-	4
<i>Kesto yhteensä (min)</i>	366			-
<i>vaihtelu</i>	21–58			1–51
<i>moodi</i>	44			1

*Opetus-opiskelu-oppimisprosessin eteneminen ja matemaattisen sisällön rakentuminen*

Kuvio 10.2a kuvastaa Opettaja B:n matematiikan opetus-opiskelu-oppimisprosessia kokonaisuudessaan. Tarkasteltaessa opetuksellisia vaiheita havaitaan, että prosessi koostui kahdesta kolmen oppitunnin mittaisesta jaksosta, jolloin uuden opetus ja kertaaminen vuorottelivat. Molempien jaksojen päätteeksi oli soveltava oppitunti ja lisäksi koko opetus-opiskelu-oppimisprosessi päättyi arviointiin.

Opettaja B:n matematiikan opetus-opiskelu-oppimisprosessin aihe, allekkainlasku, oli oppilaille täysin uusi opiskeltava asia. Allekkainlaskun opetus ja opiskelu jakautuivat kahteen eri matemaattiseen sisältöalueeseen: 1) yhteen- ja vähennyslaskuun allekkain sekä 2) ongelmanratkaisuun. Allekkainlaskun osuus näistä sisältöalueista jakautui edelleen pienempiin osa-alueisiin. Opetus ja opiskelu koostuivat allekkainlaskun algoritmista ja laskujärjestyksestä, muistinumeron käytöstä yhteenlaskussa sekä lainaamisesta vähennyslaskussa. Ongelmanratkaisu kohdistui viikoittain pohdinnan kohteena olevaan ”viikon pulmaan”. Tämän havainnoidun opetus-opiskelu-oppimisprosessin aikana oppilaat pohtivat ostosten tekoon liittyvää sanallista ongelmaa sekä tulitikkutehtäviä. Prosessin viimeisellä oppitunnilla oli koe, joka liittyi sekä allekkainlaskuun että ongelmanratkaisuun.

Yhteensä kuudella, kahteen eri jaksoon ryhmittyvällä oppitunnilla opiskeltiin allekkainlaskua. Kahdella näistä oppitunneista olivat mukana myös 1. luokkalaiset, jotka saivat joko osallistua allekkainlaskun opetukseen tai ratkoa itsenäisesti monisteen tehtäviä. Kuten jo edeltä kävi ilmi, allekkainlasku oli oppilaille uusi opiskeltava asia. Opettaja B johdatteli oppilaita asian opiskeluun kyselemällä heidän ennakkokäsityksiään allekkainlaskusta ja siitä, missä he ovat niitä nähneet käytettävän. Hän jatkoi selvittämällä, miltä allekkainlaskun laskulauseke näyttää ja pohti oppilaiden kanssa myös allekkainlaskun merkitystä ja tarpeellisuutta. Lisäksi Opettaja B motivoi oppilaita opiskeluun esittämällä heille kaksi allekkainlaskua, joissa toisessa oli monta yhteenlaskettavaa ja toisessa vähennettiin toisistaan kaksi suurta, moninumeroista lukua. Hän totesi oppilaille, että tämän jakson jälkeen he osaavat laskea nämäkin ”suuret” laskut. Prosessin edetessä matemaattinen sisältö eteni allekkainlaskun laskulausekkeen tunnistamisen ja laskujärjestyksen jälkeen ensin yhteenlaskuun ja muistinumeron käyttöön sekä toiseksi vähennyslaskuun, johon liittyi lainaaminen. Jakson päätteeksi Opettaja B otti esille alussa esittämänsä kaksi hankalan näköistä allekkainlaskua, ja ne laskettiin yhdessä oppilaiden kanssa. Keskeistä matemaattisen sisällön rakentumisen kannalta tässä oli opiskeltavan oppiaineen muuttuminen asteittain haasteellisemmaksi. Allekkainlaskujen sisältämät luvut olivat aluksi yksinumeroisia, sitten kaksi- tai kolmenumeroisia ja lopulta jopa seitsemännumeroisia. Lisäksi yhteenlasketavien määrä lisääntyi kahdesta neljään saakka. Lukujen lisäksi myös varsinainen sisältö muuttui haasteellisemmaksi, kun siirryttiin muistinumeron käyttöön ja lainaamiseen. Matemaattisen sisällön rakentumisen tukena Opettaja B hyödynsi konkreettisia välineitä, kuten kymmenjärjestelmävälineitä.

Toinen oleellinen seikka matemaattisen sisällön rakentumisessa oli toistuva opiskeltavan oppiaineuksen kertaaminen. Opettaja B käytti aina yhden oppitunnin edellisellä tunnilla opiskellun uuden asian kertaamiseen, tavalla tai toisella. Oppilaat mm. opettivat allekkainlaskuja kuvitteelliselle avaruusoliolla ja toisilleen, laskivat allekkainlaskuja pareittain taululle tai keskustelivat aiheesta yhdessä opettajan kanssa.

Opettaja B:llä oli tapana kerran viikossa sisällyttää matematiikan opiskeluun ongelmanratkaisuun liittyvää oppitunti. Viikon alussa Opettaja B esitteli oppilaille ns. ”viikon pulman”, jota oppilaat itsenäisesti pohtivat muutaman päivän ajan. Pulman ratkaisuun palattiin viikon viimeisellä matematiikan tunnilla. Näitä soveltavia oppitunteja esiintyi kyseisessä opetus-opiskelu-oppimis-prosessissa kaksi, yksi kummankin allekkainlaskuun liittyvän jakson päätteeksi. Ensimmäisellä oppitunnilla Opettaja B esitti oppilaille ostosten tekemiseen liittyvän viikon pulman, jossa pohdittiin hedelmien hintojen ja käytettävissä olevan rahasumman perusteella, kuinka paljon omenat maksoivat. Opettaja johdatteli oppilailta ongelmanratkaisuun kysymällä, mikä heidän mielestään on pulma ja kuinka se eroaa tavallisesta laskutehtävästä. Oppitunti jatkui pulman pohtimisella ja oikean ratkaisun selvittämisellä. Lisäksi Opettaja B esitti oppilaille uusia tehtäviä kyseisen pulman tiedoista ja oppilaat ratkoivat myös oppikirjan sanallisia ongelmanratkaisutehtäviä. Toisella oppitunnilla ratkottiin viikon pulmana ollutta tulitikkutehtävää, jossa kaksi tikkua pois ottamalla tuli saada aikaan kaksi neliötä. Opettaja B oli aiemmalla oppitunnilla pulmaa esitellessään jälleen johdatellut oppilaita tehtävään keskustelemalla heidän kanssaan siitä, mikä on neliö ja mistä luokasta he löytävät neliötä. Tällä varsinaisella ongelmanratkaisutunnilla kyseistä tulitikkutehtävää pohdittiin yhdessä koko luokan kanssa. Opettaja B jatkoi aiheen käsittelyä esittämällä oppilaille lisää tulitikkutehtäviä, joita he omilla tulitikuillaan ratkoivat. Lopputunnin oppilaat myös rakentelivat tikuista erilaisia kuvioita. Matemaattisen sisällön rakentumisessa näillä ongelmanratkaisuun liittyvillä oppitunneilla oli oleellista pulman erittely ennen varsinaisten ratkaisuvaihtojen pohtimista. Toisaalta ratkaisun selvittyä Opettaja B jatkoi kyseisen pulman käsittelyä esittäen uusia kysymyksiä ja siten laajentaen pulmaan liittyvää pohdintaa. Pulmatehtävät poikkesivat toisistaan mm. siten, että ensimmäinen pulma oli kuvan avulla esitetty sanallinen tehtävä, jota ei voinut ratkaista annetuilla tiedoilla. Toinen pulma puolestaan oli konkreettisten välineiden – tulitikkujen – avulla ja kokeilemalla ratkaistavissa, jolloin pulmaan löytyi lopulta useitakin ratkaisuja.

Koko Opettaja B:n ohjaama opetus-opiskelu-oppimisprosessi päättyi arvioivaan oppituntiin, jolloin oppilaat tekivät kokeen liittyen allekkainlaskuun ja ongelmanratkaisuun. Tapansa mukaan Opettaja B keskusteli oppitunnin aluksi oppilaiden kanssa siitä, miksi he tekevät kokeen ja vasta sen jälkeen oppilaat ryhtyivät ratkomaan kokeen tehtäviä.

UUD. OPETUS	KERTÄYS	UUD. OPETUS	SOVELTAMINEN	KERTÄYS	UUD. OPETUS	KERTÄYS	SOVELTAMINEN	ARVIOINTI
ALLKKAINEN								
Yhteis- ja vähemyskaksi allekkain I				Yhteis- ja vähemyskaksi allekkain II				Alllasku & Onne
B1/9	B2/9	B3/9	B4/9	B5/9	B6/9	B7/9	B8/9	B9/9
Aluekannan merkitys, algoritmi ja laskujärjestys	Kerratus: algoritmi ja laskujärjestys	Muistinumero yhteisluokassa allekkain	Viikon puhta: Osteoidea hieno ja muut puhta	Kerratus: muistinumero	Laittamien vähemysluokassa allekkain	Kerratus: muistinumero ja laittamien	Viikon puhta: tutkittavaksi ongelmanratkaisu	Koe: allekkain, onne ongelmanratkaisu
B1/1/9	B2/1/9	B3/1/3	B4/1/5	B5/1/4	B6/1/4	B7/1/4	B8/1/3	B9/1/3
Ennenkäsityksiä allekkain	Vähemysluokassa yhteisluokalla	Muistinumero, vähemysluokalla	Mikä on puhta?	Viikon puhta: tutkittavaksi	Vähemysluokassa allekkain	Allekkain, lasku puhtaan lasken	Vähemysluokassa puhtaan lasken	Mikä on koe?
ARY	NEKT	UUD.OP	JOHD	JOHD	NEKT	HAKU	JOHD	JOHD
B1/2/9	B2/2/6	B3/2/3	B4/2/5	B5/2/4	B6/2/4	B7/2/4	B8/2/5	B9/2/3
Algoritmi laittamien	Vähemysluokassa kynnyksellä	Muistinumero, allekkain	Viikon puhta: laskun pohdinta	Ojget työskentelyn	Laittamien, laskun avulla	Allekkain, lasku laskun avulla	Viikon puhta: laskun pohdinta	Ojget kokeeseen
JOHD	NEKT	UUD.OP	SOV	JOHD	UUD.OP	NEKT	SOV	JOHD
B1/3/9	B2/3/6	B3/3/3	B4/3/5	B5/3/4	B6/3/4	B7/3/4	B8/3/5	B9/3/3
Allekkain, lasku merkitys	Vähemysluokassa vähemysluokalla	Kuusi tehtävä, kokeiden anto: muistinumero	Mikä lasku: puhtaan lasku	Muistinumero, allekkain	Laittamien, allekkain	Allekkain, lasku kokeiden anto	Viikon puhta: lasku	Koe ja kokeiden anto
JOHD	HAKU	HAKU	SOV	NEKT	UUD.OP	NEKT	ARY	ARY
B1/4/9	B2/4/6	B3/4/3	B4/4/5	B5/4/4	B6/4/4	B7/4/4	B8/4/5	
Kuusi tehtävä: allekkain	Vähemysluokassa allekkain	Viikon puhta: laskun pohdinta	Jumpuoto	Puhtaan laskun opettaminen	Vähemysluokassa laittamien	Allekkain, lasku puhtaan lasku	Lasku tutkittavaksi	
ARY	NEKT	JOHD	SOV	NEKT	UUD.OP	NEKT	ARY	
B1/5/9	B2/5/6	B3/5/3	B4/5/5	B5/5/4	B6/5/4	B7/5/4	B8/5/5	
Vähemysluokassa allekkain	Vähemysluokassa allekkain	Muistinumero, allekkain	Mikä lasku: puhtaan lasku	Muistinumero, allekkain	Laittamien, allekkain	Allekkain, lasku puhtaan lasku	Kuusi tehtävä: allekkain	
JOHD	HAKU	HAKU	SOV	NEKT	UUD.OP	NEKT	ARY	
B1/6/9	B2/6/6	B3/6/3	B4/6/5	B5/6/4	B6/6/4	B7/6/4	B8/6/5	
Kuusi tehtävä: allekkain	Vähemysluokassa allekkain	Muistinumero, allekkain	Mikä lasku: puhtaan lasku	Muistinumero, allekkain	Laittamien, allekkain	Allekkain, lasku puhtaan lasku	Kuusi tehtävä: allekkain	
JOHD	HAKU	HAKU	SOV	NEKT	UUD.OP	NEKT	ARY	
B1/7/9	B2/7/6	B3/7/3	B4/7/5	B5/7/4	B6/7/4	B7/7/4	B8/7/5	
Laskujärjestys	Vähemysluokassa allekkain	Muistinumero, allekkain	Mikä lasku: puhtaan lasku	Muistinumero, allekkain	Laittamien, allekkain	Allekkain, lasku puhtaan lasku	Kuusi tehtävä: allekkain	
UUD.OP	HAKU	HAKU	SOV	NEKT	UUD.OP	NEKT	ARY	
B1/8/9	B2/8/6	B3/8/3	B4/8/5	B5/8/4	B6/8/4	B7/8/4	B8/8/5	
Kuusi tehtävä: allekkain	Vähemysluokassa allekkain	Muistinumero, allekkain	Mikä lasku: puhtaan lasku	Muistinumero, allekkain	Laittamien, allekkain	Allekkain, lasku puhtaan lasku	Kuusi tehtävä: allekkain	
HAKU	HAKU	HAKU	SOV	NEKT	UUD.OP	NEKT	ARY	
B1/9/9	B2/9/6	B3/9/3	B4/9/5	B5/9/4	B6/9/4	B7/9/4	B8/9/5	
Viikon puhta: allekkain	Vähemysluokassa allekkain	Muistinumero, allekkain	Mikä lasku: puhtaan lasku	Muistinumero, allekkain	Laittamien, allekkain	Allekkain, lasku puhtaan lasku	Kuusi tehtävä: allekkain	
JOHD	HAKU	HAKU	SOV	NEKT	UUD.OP	NEKT	ARY	

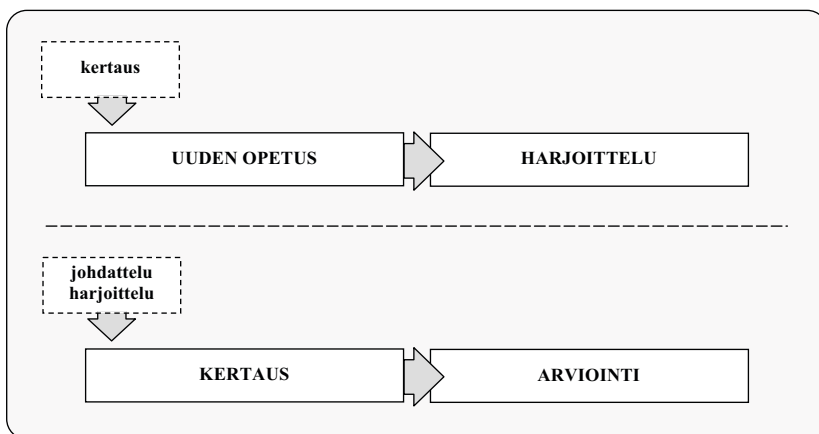
Kuvio 10.2a. Matematiikan opetus-opiskelu-opintiprosessi, Opettaja B.



### *Tyypillinen oppitunnin kulku*

Edellä esitetty kuvio 10.2a kuvastaa Opettaja B:n ohjaaman opetus-opiskelu-oppimisprosessin etenemisen ja sen sisältämän opiskeltavan matemaattisen sisällön rakentumisen lisäksi myös yksittäisten oppituntien rakennetta ja kulkua opetuksellisten vaiheiden avulla tarkasteltuna. Kuviosta havaitaan, että Opettaja B:n oppituntien rakenne vaihtelee riippuen siitä, mikä kyseisen oppitunnin opetuksellinen merkitys on koko prosessin kuluksa. Tosin vaihtelua esiintyy myös tavoitteiltaan samanlaisten oppituntien kesken, erityisesti uutta opetettaessa ja kerrattaessa.

Vaikka Opettaja B:n opetus-opiskelu-oppimisprosessin ja yksittäisten oppituntienkin kuluksa esiintyi vaihtelua, ja tyypillistä oppituntia oli yksiselitteisesti mahdotonta määrittää, keskeisimmät oppitunnit liittyivät kuitenkin uuden opetukseen tai kertaamiseen, jotka vuorottelivat toistensa suhteen koko prosessin ajan (ks. kuvio 10.2b).



**Kuvio 10.2b.** Tyypillinen oppitunnin kulku, Opettaja B.

Uutta asiaa opiskellessa oppitunnin keskeisimmät opetukselliset vaiheet olivat luonnollisesti uuden opetus ja harjoittelu. Opiskeltavan matemaattisen sisällön opetus koostui kahdesta episodista, joita seurasi koko lopputunnin kestävä harjoittelu. Oppitunnin alussa saattoi esiintyä kertausta uuden opetukseen valmistavana episodina. Vaihtoehtoisesti oppitunnin aloitti tunnin sisältöön liittyvä johdattelu ja uuden opetus ilmeni vain harjoittelun lomassa yksittäisinä episodeina.

Kerrattaessa merkittävimmät opetukselliset vaiheet olivat kertaus ja arviointi. Kertaus koostui yhdestä tai kahdesta episodista, jotka kestoltaan hallitsivat oppituntia. Arviointi sijoittui kertauksen jälkeen ja kohdistui joko oppitunnin aikaisen työskentelyn tai koko jakson aikana opitun arviointiin. Näiden kertaavien oppituntien alussa esiintyi satunnaisesti johdattelua ja harjoittelua var-

sinaiseen opiskeltavaan matemaattiseen sisältöön liittyvänä valmistavana op-  
piaineksena. Samoin kuin uutta opetettaessa kertaava oppitunti rakentui myös  
toisella tavalla. Tällöin tunnilla esiintyi – kertauksen ja arvioinnin lisäksi –  
myös harjoittelua, vaikka kertaus oli edelleen ajallisesti hallitsevinta.

Opettaja B:n opetus-opiskelu-oppimisprosessi sisälsi – uuden opetuksen  
ja kertaamisen lisäksi – myös soveltavia ja arvioivia oppitunteja. Nämä muis-  
tuttivat rakenteeltaan pitkälti toisiaan. Oppitunnit alkoivat joko opiskeltavaan  
matemaattiseen sisältöön ja/tai ohjeiden antoon liittyvällä johdattelulla. Tätä  
seurasi lopputunnin kestävä varsinainen työskentely joko soveltaen ongel-  
manratkaisutehtävien parissa tai opitun arviointiin liittyen koetta tehden.

### *Oppitunnin sisältämien opetuksellisten vaiheiden tyypilliset piirteet*

Tarkastelin oppitunnin sisältämiä opetuksellisia vaiheita myös yksityiskohtai-  
semmin suhteessa muihin didaktisiin tekijöihin. Tämä tarkastelu Opettaja B:  
toiminnan ominaispiirteiden osalta on esitetty tiivistäen taulukossa 10.2b ja  
kokonaisuudessaan liitteessä 10.2b.

**Taulukko 10.2b.** Oppitunnin opetuksellisten vaiheiden tyypilliset piirteet, Opettaja B.

	<b>DIDAKTISET TEKIJÄT</b>	<b>JOHD. yht. 9 epis.</b>	<b>UUDEN OP. yht. 6 epis.</b>	<b>KERT. yht. 7 epis.</b>	<b>HARJ. yht. 8 epis.</b>	<b>SOV. yht. 7 epis.</b>	<b>ARV. yht. 6 epis.</b>
<b>TAVOIT.</b>	<i>Sisällöt Kognit. Sos.affekt.</i>	opisk.sos.taid henk. kasvu	sisällöt ajattelu henk.kasvu	sisällöt ajattelu	sisällöt opis.sos.taid. henk.kasvu	sisällöt ajattelu henk. kasvu	henk. kasvu sisällöt ajattelu
	<i>Tavoitteiden yhdistelmät</i>	sos.affekt.	sisällöt	sisällöt kognitiiviset	sisällöt sos.affekt.	sisällöt kognitiiviset	sos.affekt.
<b>ORGANISOINTI</b>	<i>Lähtökohta</i>	aiem. opisk. tavoitteet ongelmakesk. toiminnal. suor. asiaan	aiem. opisk.	aiem.opisk.	–	arkkielämä ongelmakesk.	aiem. opisk. ongelmakes. tavoitteet toiminnal.
	<i>Konteksti</i>	todelliset til. havainnollist.	symbolit havainnollist.	symbolit	symbolit	todelliset til. välineet havainnollist.	todelliset til.
	<i>Matem. prosessit</i>	kommunik. käsit.määrit.	ratkaisutapa kommunik.	kommunik. ratkaisutapa perustelemin.	ratkaisutapa kommunik.	mallintamin. kommunik. perustelemin. ong.ratkaisu	kommunik.
<b>VUOROVAIK.</b>	<i>Vastuu</i>	yhteistoim. oppilaskesk.	opettajakesk.	opettajakesk.	oppilaskesk.	oppilaskesk.	yhteistoim.
	<i>Aktiivisuus</i>	luokka	luokka	luokka	oppilaspari	luokka oppilas	luokka
	<i>Työmuoto</i>	vuorovaik.	vuorovaik.	vuorovaik.	teht. antava	teht. antava	vuorovaik.
	<i>Vuorovaik. yhdistelmät</i>	yht/vvo/lk	opek/vvo/lk	opek/vvo/lk	oppk/tao/par	oppk/tao/op	yht/vvo/lk

Opettaja B:n oppitunneilla esiintyvät johdatteluvaiheet sisälsivät ohjeiden an-  
non lisäksi pohdintoja mm. allekkainlaskun tarpeellisuudesta, kokeen merki-  
tyksestä tai siitä, mikä pulma on. Yleisesti ottaen johdattelua luonnehti moni-  
puolisuus. Opettaja B perusti opetuksensa erilaisille lähtökohdille, kuten ai-

emmin opiskelluille sisällöille, opiskelun tavoitteille, ongelma-keskeisyydelle ja toiminnallisuudelle tai toisaalta hän saattoi edetä suoraan itse asiaan. Opiskeltavan sisällön Opettaja B liitti useimmiten todellisen elämän tilanteisiin ja hyödynsi myös havainnollistamista. Lisäksi Opettaja B pyrki johdatellessaan kohti monenlaisia matematiikan opetuksen ja opiskelun tavoitteita, joista merkittävimmiten osoittautuivat sosiaalis-affektiiviset tavoitteet – opiskelu- ja sosiaaliset taidot sekä henkinen kasvu. Matematiikan opiskeluun orientoituttiin siis oppilaan itsensä kautta eikä niinkään oppiaineen luonnetta ja merkitystä korostaen. Tämä ilmeni esimerkiksi oppilailta vaadittujen matemaattisten prosessien – kommunikoinnin ja käsitteenmäärittelyn – yhteydessä. Vuorovaikutus näissä tilanteissa oli pitkälti yhteistoiminnallista ja vuorovaikutteista koko luokan toimiessa aktiivisessa roolissa.

Oppituntien matemaattista sisältöä käsitellessä Opettaja B:n toiminnassa vuorottelivat oppitunneittain uuden opetus ja edellisellä tunnilla opiskellun kertaaminen. Näin ollen nämä opetukselliset vaiheet kohdistuivat samoihin sisältöihin, kuten allekkainlaskun laskulauskeeseen ja laskujärjestykseen sekä muistinumeron käyttöön ja lainaamiseen yhteen- ja vähennyslaskujen yhteydessä. Uuden opetus ja kertaus muistuttivat Opettaja B:n oppitunneilla jossain määrin toisiaan. Keskeistä opetuksessa ja opiskelussa oli matemaattisten sisältöjen ja toimintatapojen ohella kehittää myös matemaattista ajattelua. Opiskelu pohjasi pitkälti aiemmin opiskeltuihin sisältöihin ja oppilailta se vaati symboleilla operointia, tiettyjen ratkaisutapojen käyttöä ja matematiikan keinoin kommunikointia. Vaiheet kuitenkin erosivat toisistaan siten, että uuden opetukseen liittyi vahvasti opettajan osoittama opiskelun tuki niin sisällön havainnollistamisen kuin oppilaan henkisen kasvun edistämisesäkin. Kerratessa opiskelu kohdistui sosiaalis-affektiivisten tavoitteiden sijaan enemmän kognitiivisiin tavoitteisiin, ja oppilailta vaadittiin itsenäisempää otetta omaan opiskeluunsa, joka ilmeni erityisesti omien ajattelutapojen perustelemisena. Vuorovaikutukseltaan sekä uuden opetus että kertaus olivat kuitenkin molemmat opettajakeskeistä ja vuorovaikutteista koko luokan aktiivista toimintaa.

Harjoittellessa oppilaat useimmiten laskivat oppikirjassa tai vihkossaan olevia tehtäviä sekä tekivät muutamia yhteisiä harjoituksia parinsa kanssa. Tällöin tavoitteena oli luonnollisesti opiskeltavien matemaattisten sisältöjen ja toimintatapojen hallinta, ja työskentely vaati oppilailta symboleilla operointia ja erityisesti tiettyjen ratkaisutapojen käyttöä sekä kommunikointia. Harjoittelu oli kuitenkin Opettaja B:n oppitunneilla opetuksellisista vaiheista se, jolloin oppilaat ottivat itse eniten vastuuta omasta opiskelustaan sekä sosiaalisesta kanssakäymisestä muiden oppilaiden kanssa ja siten pyrittiin kohti sosiaalis-affektiivisten tavoitteiden saavuttamista.

Kuten edeltä on jo käynyt ilmi, soveltaminen liittyi usein ”viikon pulmien” ratkomiseen tai muihin ongelmanratkaisutehtäviin. Soveltaminen oli – harjoittelun ohella – toinen Opettaja B:n oppitunneilla ilmenevistä opetuksellisista vaiheista, jossa korostui oppilaskeskeisyys. Tällöin Opettaja B kuitenkin liitti opiskelun huomattavasti voimakkaammin käytännön elämän tapah-

tumiin ja ongelmatilanteisiin sekä hyödynsi myös konkreettisia välineitä ja havainnollistamista opetuksen ja opiskelun tukena. Oppilailta soveltaminen vaati kommunikoinnin ja omien ajatustapojen perustelemisen ohella sellaisia matemaattisia prosesseja, joita he eivät muissa oppituntin vaiheissa juurikaan käyttäneet, kuten mallintamista ja ongelmanratkaisua. Kaiken kaikkiaan Opettaja B tavoitteli sovellettaessa matemaattisten sisältöjen hallinnan ohella monipuolisesti myös muita matematiikan opetuksen ja opiskelun tavoitteita. Näistä korostuivat erityisesti matemaattisen ajattelun kehittäminen sekä oppilaan henkisen kasvun tukeminen. Harjoittelun tavoin soveltaminen oli Opettaja B:n oppitunneilla oppilaskeskeistä toimintaa, jolloin luokka yhdessä tai oppilaat itsenäisesti ratkoivat annettuja ongelmatehtäviä.

Arviointi koostui sisällöllisesti keskusteluista, jotka liittyivät oppilaiden ennakkokäsityksiin, ongelmanratkaisutehtävien ratkaisujen selvittämisestä, sekä oppituntityöskentelyn ja opitun arvioinnista yhteisten tehtävien ja kokeen avulla. Arvioinnin yhteydessä korostui oppilaan henkisen kasvun tukeminen voimakkaammin kuin missään muussa Opettaja B:n oppitunneilla esiintyvässä opetuksellisessa vaiheessa. Muilta tavoitteiltaan arviointi kohdistui matemaattisten sisältöjen ja toimintatapojen hallintaan sekä matemaattisen ajattelun kehittymiseen ja siten sillä oli luonnollisesti yhtymäkohtia uuden opetukseen ja kertaamiseen. Lähtökohdiltaan arvioidessa palattiin opiskelun tavoitteisiin ja aiemmin opiskeltuun oppiaineeseen sekä hyödynnettiin ongelmakeksisyyttä ja toiminnallisuutta. Oppilailta arviointi vaati erityisesti kykyä kommunikoida sekä suullisesti että kirjallisesti matematiikan keinoin. Vuorovaikutukseltaan Opettaja B:n oppituntien arvioivat vaiheet olivat yhteistoiminnallisia, koko luokan kanssa tapahtuvaa vuorovaikutteista ja aktiivista toimintaa.

### **10.2.2 Didaktinen päätöksenteko Opettaja B:n pedagogisessa toiminnassa**

Edellä olen kuvannut Opettaja B:n pedagogista toimintaa matematiikan opetus-opiskelu-oppimisprosessin ja siihen liittyvän matemaattisen sisällön rakentumisen sekä Opettaja B:lle tyypillisen oppituntin kulun avulla. Seuraavaksi kiinnitän huomion Opettaja B:n didaktiseen päätöksentekoon, jota kuvastaa matematiikan opetuksen ja opiskelun tavoitteiden, opetus- ja opiskelutoiminnan organisoinnin sekä vuorovaikutuksen ilmeneminen hänen toiminnassaan koko havainnoidun prosessin tasolla tarkasteltuna.

Opettaja B:n didaktiseen päätöksentekoon liittyvät määrälliset havainnot on esitetty kokonaisuudessaan liitteessä 10.2a. Toiminnan piirteet ovat suuruusjärjestyksessä, joka perustuu kuhunkin toiminnan piirteeseen käytettyyn aikaan prosessin kuluksa tai niiden lukumääräiseen esiintymiseen episodeissa laskettuna. Taulukko 10.2c sisältää yhteenvedon näistä Opettaja B:n toiminnalle tyypillisistä ominaispiirteistä sekä erityispiirteistä, jotka ilmenivät verrattessa hänen toimintaansa kahden muun luokanopettajan toimintaan. Piirteiden edessä oleva plus- tai miinusmerkki ilmaisee, ilmeneekö kyseistä piirrettä opettajan toiminnassa enemmän (+) vai vähemmän (–) muihin verrattuna.

**Taulukko 10.2c.** Pedagogisen toiminnan ominais- ja erityispiirteet, Opettaja B.

	DIDAKTISET TEKIJÄT	OMINAIS-PIIRTEET	ERITYISPIIRTEET			YHTEISET PIIRTEET
			B	B & A	B & C	
TAVOITTEET	<i>Sisällöt</i> <i>Kognit.</i> <i>Sos.affekt.</i>	sisällöt henkinen kasvu opisk.sos.taidot ajattelu tiedonkäsit.	+ ajattelu + henk. kasvu + opis.sos.taid.	– sisällöt	– merkitys – tiedonkäsit.	
	<i>Tavoitteiden yhdistelmät</i>	sisällöt sos.affekt. kognitiiviset	+ sos.affekt.	– sisällöt		+ kognitiiviset
ORGANISOINTI	<i>Opetuskel. vaihe</i>	harjoittelu soveltaminen arviointi kertaus	+ arviointi – harjoittelu	+ soveltamin.	+ kertaus	– johdattelu – uuden opetus
	<i>Lähtökohta</i>	aiemmin opisk. ongelmakesk. toiminnallisuus	+ ongelmakes. + tavoitteet – arkielämä	+ toiminnal.	+ suor. asiaan	+ aiem. opisk. – ennakkokäs.
	<i>Konteksti</i>	symbolit todelliset til. havainnollist.	+ symbolit	+ välineet – todelliset til.	– havainnol.	
	<i>Matem. prosessit</i>	kommunikointi ratkaisutapa perusteleminen	+ kommunik. – käsit.määrit.	+ ong.ratkaisu – käsit. suhteet	+ ratkaisutapa + perustelem. – pelkkä vast.	– mallintamin.
VUOROVAIK.	<i>Vastuu</i>	oppilaskesk.		+ oppilaskesk.		– yhteistoim.
	<i>Aktiivisuus</i>	luokka oppilas oppilaspari	+ oppilas		+ ryhmä – oppilaspari	– opettaja
	<i>Työmuoto</i>	teht. antava vuorovaik.		+ teht. antava – vuorovaik.		– esittävä op.
	<i>Vuorovaik. yhdistelmät</i>	oppk/tao/opp oppk/tao/pari opek/vvo/lk	+ oppk/tao/opp – oppk/tao/par	– opek/vvo/lk		– yhtt/vvo/lk – opek/eso/ope

***Opettaja B:n pedagogisen toiminnan ominaispiirteet***

Opettaja B:n toiminnassa ilmenevä yleisin tavoite oli matemaattisten sisältöjen ja toimintatapojen hallinta, mutta lähes yhtä suuressa määrin esiintyi pyrkimys oppilaan henkisen kasvun tukemiseen, opiskelu- ja sosiaalisten taitojen edistämiseen sekä matemaattisen ajattelun kehittämiseen. Nämä tavoitteet esiintyivät Opettaja B:n opitunneilla läpi kaikkien opetuksellisten vaiheiden samoin kuin matemaattisen tiedonkäsitöksen rakentaminen, joka tosin ilmeni matematiikan merkityksen ohella vähäisemmässä määrin kuin muut em. tavoitteet. Kokoavasti matematiikan opetuksen ja opiskelun tavoitteiden osalta voidaan todeta, että vaikka matemaattinen sisältöjen ja toimintatapojen hallinta oli keskeisintä, ilmenivät lopulta kaikki tavoitteet – myös sosiaalis-affektiiviset ja kognitiiviset tavoitteet – lähes tasavahvasti Opettaja B:n toiminnassa. Sisällön hallinta korostui jossain määrin uuden opetuksen, kertauksen, harjoittelun ja soveltamisen yhteydessä, kun taas sosiaalis-affektiiviset tavoitteet olivat merkittävimmissä osassa johdatellessa ja arvioitaessa. Kogni-

tiiviset tavoitteet ilmenivät sisällön hallinnan rinnalla erityisesti kerratessa, mutta myös uuden opetuksen ja soveltamisen yhteydessä.

Opetus- ja opiskelutoiminnan organisoinnin kannalta voidaan todeta, että opetus-opiskelu-oppimisprosessiin käytetystä ajasta eniten, noin kolmanneksen verran, käytettiin harjoitteluun. Muihin opetuksellisiin vaiheisiin aikaa kului hieman vähemmän: soveltamiseen, arviointiin ja kertaukseen noin viidenneksen sekä johdatteluun ja uuden opetukseen vähiten, noin kymmenesosan verran.

Lähtökohtana Opettaja B:n opetuksessa oli useimmiten, noin puolessa kyseisistä episodeista, ja läpi kaikkien opetuksellisten vaiheiden aiemmin opiskeltu matemaattinen sisältö. Muita opetuksen lähtökohtia olivat erityisesti ongelmakeskeisyys ja toiminnallisuus, joita esiintyi noin kolmanneksessa episodeista, pääasiassa johdattelun, arvioinnin sekä ongelmakeskeisyyden osalta myös soveltamisen yhteydessä. Loput mahdollisista opetuksen lähtökohdista esiintyivät Opettaja B:n toiminnassa vähemmän, vähiten oppilaiden ennakkokäsitysten hyödyntäminen.

Opiskeltavan matemaattisen sisällön Opettaja B esitti tavallisimmin matemaattisten symbolien avulla, mutta usein myös todellisen elämän tilanteisiin liittyen. Matemaattisilla symboleilla operoitiin erityisesti uutta opiskellessa, kerratessa ja harjoitellessa, kun taas johdatellessa, sovellettaessa ja arvioiessa oppiaine liitettiin todelliseen elämään. Vaikka oppitunnin keskeisissä vaiheissa opiskeltiin pitkälti matemaattisten symbolien kontekstissa, Opettaja B hyödynsi havainnollistamista ja välineiden käyttöä opetuksen ja opiskelun tukena kaikissa oppitunnin sisältämissä opetuksellisissa vaiheissa, erityisesti uutta opettaessaan ja sovellettaessa.

Oppilailta opetus- ja opiskelutoiminta vaati lähes jatkuvasti kommunikointia, jota tarvittiin eri muodoissaan kaikissa oppitunnin sisältämissä opetuksellisissa vaiheissa. Matemaattisista prosesseista keskeisiä olivat myös tietyn ratkaisutavan käyttö sekä omien ajattelutapojen perustelevinen, jota kommunikoinnin tavoin tarvittiin kaikissa opetuksellisissa vaiheissa. Ratkaisutapojen hyödyntäminen korostui uuden opetuksen, kertauksen sekä harjoittelun yhteydessä, ja omien ajattelutapojen perustelevinen taas erityisesti kerratessa ja sovellettaessa. Muita matemaattisia prosesseja oppilaat tarvitsivat Opettaja B:n oppitunneilla vähemmän: ongelmanratkaisua ja mallintamista noin kolmanneksen verran lähinnä sovellettaessa ja pelkän vastauksen ilmoittamista sekä käsitteiden ja niiden välisten suhteiden määrittämistä vain noin kymmenesosan verran koko prosessiin käytetystä ajasta.

Vuorovaikutuksen osalta Opettaja B:n toimintaa tarkasteltaessa voidaan todeta, että vastuu opetus-opiskelu-oppimisprosessin etenemisestä oli pääasiassa, noin kaksi kolmas osaa ajasta, oppilailla itsellään. Tämä ilmeni lähinnä oppituntien harjoittelu- ja soveltamisvaiheissa sekä myös johdattelun yhteydessä. Opettajakeskeisyyttä ja yhteistä vastuunottoa esiintyi vähemmän, noin viidenneksen ja kymmenesosan verran koko prosessin kuluksi. Vastuu opetuksen ja opiskelun etenemisestä oli opettajalla uuden opetuksen ja kertauksen osalta, kun taas yhteistoiminnallisuus liittyi johdatteluun ja arviointiin. Aktiiv-

visimpia toimijoita olivat useimmiten luokan oppilaat yhdessä työskennellessään sekä yksittäiset oppilaat tai oppilasparit. Koko luokan aktiivisuus oli ilmeistä kaikissa muissa oppitunnin sisältämissä opetuksellisissa vaiheissa paitsi harjoittelussa, jolloin oppilaat työskentelivät pareittain. Oppilaiden itsenäinen työskentely korostui soveltamisen yhteydessä. Opettaja B:n ohjaama opetus-opiskelu-oppimisprosessi koostui käytettyjen työmuotojen osalta enimmäkseen tehtäviä antavasta opetuksesta, johon aikaa käytettiin noin kaksi kolmasosaa koko prosessin kulusta ja joka korostui erityisesti harjoittelun ja soveltamisen yhteydessä. Toiseksi eniten, vaikkakin kaikissa oppitunnin sisältämissä opetuksellisissa vaiheissa, Opettaja B hyödynsi vuorovaikutteista opetusta, noin kolmasosan verran käytettävissä olevasta ajasta. Esittävää opetusta ei Opettaja B:n toiminnassa ilmennyt juuri lainkaan. Pääpiirteissään voidaan todeta, että edellä kuvatut vuorovaikutuksen muodot – vastuu, aktiivisuus ja työmuodot – esiintyivät Opettaja B:n toiminnassa kymmenenä erilaisena yhdistelmä, mutta niistä yleisimmät olivat oppilaskeskeinen tehtäviä antava opetus, jolloin oppilaat työskentelevät joko itsenäisesti tai pareittain sekä opettajakeskeinen yhdessä koko luokan kanssa tapahtuva vuorovaikutteinen opetus.

### *Opettaja B:n pedagogisen toiminnan erityispiirteet*

Verrattaessa Opettaja B:n toimintaa kahteen muuhun opettajaan voidaan todeta, että Opettaja B:n toiminta poikkesi erityisesti tavoitteiden, mutta myös opetus- ja opiskelutoiminnan organisoinnin osalta liittyen opetuksen lähtökohtaan sekä vaadittuihin matemaattisiin prosesseihin (ks. liite 10.4). Vähäisemmässä määrin eroja ilmeni myös työskentelyn organisointiin sekä sisältöön ja vuorovaikutukseen liittyvissä toiminnan piirteissä.

Tavoitteita tarkastellessa Opettaja B:n erityiseksi toiminnan piirteeksi voidaan määritellä voimakas sosiaalis-affektiivisten tavoitteiden korostuminen. Erityisesti tämä ilmeni pyrkimyksenä oppilaan henkisen kasvun tukemiseen, mutta myös opiskelu- ja sosiaalisten taitojen kehittämiseen. Lisäksi oleellinen ero muihin opettajiin verrattuna oli pyrkimys matemaattisen ajattelun kehittämiseen. Toisaalta, verrattaessa Opettaja B:n toimintaa muiden opettajien toimintaa, siinä eivät niinkään korostuneet matemaattisten sisältöjen ja toimintatapojen hallinta eikä kognitiivisista tavoitteista matematiikan merkityksen tai tiedonkäsitteiden osuus.

Opetus- ja opiskelutoiminnan organisoinnin kannalta tarkasteltuna Opettaja B:n toiminnalle oli erityistä se, että hän perusti opetuksensa muita opettajia useammin ongelmakeskeisyydelle, tietoisuudelle opiskelun tavoitteista, toiminnallisuudelle tai vaihtoehtoisesti hän siirtyy suoraan käsiteltävään asiaan sitä erityisemmin pohjustamatta. Arkielämän tilanteet opetuksen lähtökohtana eivät sen sijaan ilmenneet mitenkään erityisesti. Matemaattisten prosessien osalta Opettaja B:n toiminnassa korostuivat erityisesti kommunikointi sekä osaltaan myös tiettyjen ratkaisutapojen käyttö, ongelmanratkaisu ja omien ajattelutapojen perusteleminen. Vähemmälle huomiolle hänen toiminnassaan

muihin verrattuna jäivät kuitenkin käsitteenmäärittely ja käsitteiden välisten suhteiden määrittely sekä pelkän vastauksen ilmoittaminen.

Muiden opetus- ja opiskelutoiminnan organisointiin liittyvien piirteiden osalta voidaan todeta, että opetuksen ja opiskelun kontekstin suhteen Opettaja B:n toiminnassa korostuivat matemaattisilla symboleilla sekä myös välineillä operointi todellisten tilanteiden ja havainnollistamisen sijaan. Yleisesti tarkastellen Opettaja B painotti opetus-opiskelu-oppimisprosessin kulussa erityisesti arviointia sekä jossain määrin myös kertausta ja soveltamista. Huomattavaa on myös se, että hän käytti oleellisesti vähemmän aikaa harjoitteluun kuin muut kaksi opettajaa.

Vuorovaikutukselle Opettaja B:n toiminnassa on erityistä oppilaskeskeisyys ja yksittäisen oppilaan tai ryhmän, ennemminkin kuin oppilasparin, aktiivinen rooli. Opettaja B:n opetus koostui erityisesti tehtäviä antavasta opetuksesta vuorovaikutteisten työmuotojen ilmetessä vähemmän. Kaiken kaikkiaan Opettaja B:n toiminnalle oli leimaavaa oppilaskeskeisyys, jolloin oppilaat työskentelevät itsenäisesti annettujen tehtävien parissa eikä niinkään opettajakeskeisyys ja koko luokan välinen vuorovaikutteinen opetus.

### **10.3 Opettaja C:n pedagogisen toiminnan kuvaus**

Seuraavaksi kuvailen Opettaja C:n pedagogista toimintaa matematiikan opetuksen osalta. Tarkastelu koostuu havainnoidun matematiikan opetus-opiskelu-oppimisprosessin etenemisestä ja opiskeltavan sisällön rakentumisesta sekä Opettaja C:lle tyypillisen oppitunnin kulun ja sen sisältämien opetuksellisten vaiheiden kuvauksesta. Lisäksi esittelen kyseisen prosessin kuluksa ilmenevää Opettaja C:n didaktista päätöksentekoa sekä toiminnalle tyypillisten ominaispiirteiden että muiden opettajien toiminnasta poikkeavien erityispiirteiden näkökulmasta.

#### **10.3.1 Opettaja C:n matematiikan opetus-opiskelu-oppimisprosessi**

Opettaja C:n opetus-opiskelu-oppimisprosessin matemaattisena sisältönä olivat desimaalilukujen sovellukset. Tämä prosessi koostui kaiken kaikkiaan yhdeksästä, kahden viikon aikana pidetystä oppitunnista. Näistä oppitunneista viisi oli koko luokan yhteisiä tunteja ja neljä puolikkaan luokan jakotunteja. Jakotunnit eivät juuri poikenneet toisistaan sisälltönsä tai rakenteensa osalta. Oppituntien kesto vaihteli 37–48 minuutin välillä. Yksi oppitunti sisälsi viidestä yhdeksään episodtia, jotka olivat kestoltaan 1–27 minuuttia. Opetus-opiskelu-oppimis-prosessin rakenne on esitetty yksityiskohtaisemmin ja ryhmäkohtaisesti eriteltynä taulukossa 10.3a.



**Taulukko 10.3a.** Opetus-opiskelu-oppimisprosessin rakenne, Opettaja C.

OPETTAJA A	OPPITUNTI			EPISODI		
	Koko prosessi	A-ryhmä	B-ryhmä	Koko prosessi	A-ryhmä	B-ryhmä
<i>Lkm yhteensä</i>	9	7	7	66	54	53
<i>(kpl)</i>	-	-	-	5–9	5–9	5–9
<i>vaihtelu</i>	-	-	-	9	9	9
<i>moodi</i>	-	-	-	-	-	-
<i>Kesto yhteensä</i>	370	293	295	-	-	-
<i>(min)</i>	37–48	40–48	37–48	1–27	1–27	1–21
<i>vaihtelu</i>	-	-	-	-	-	-
<i>moodi</i>	43	43	43	1	5	1, 4, 5

***Opetus-opiskelu-oppimisprosessin eteneminen ja matemaattisen sisällön rakentuminen***

Opettaja C:n matematiikan opetus-opiskelu-oppimisprosessi on kuvattu kokonaisuudessaan kuviossa 10.3a. Opetuksellisten vaiheiden osalta voidaan todeta, että koko prosessi koostui vuorottelevista kertaus- ja uuden opetus -jaksoista, jotka olivat muutaman oppitunnin pituisia.

Matemaattisen sisällön etenemistä tarkasteltaessa havaitaan, että Opettaja C:n opetus-opiskelu-oppimisprosessin aihe, desimaalilukujen sovellukset, jakautui sisällöllisesti kolmeen eri sisältöalueeseen. Oppilaat olivat juuri tätä ennen opiskelleet desimaaliluvun käsitettä sekä niiden laskutoimituksia. Nyt näitä opiskeltuja asioita sovellettiin 1) mittayksikkömuunnoksien, 2) hinnan laskemisen sekä 3) suhteen yhteydessä. Jokainen näistä sisältöalueista jakautui vielä pienempiin osa-alueisiin. Mittayksikkömuunnokset koostuivat pituuden, massan ja tilavuuden yksiköiden muunnoksista. Hintalaskut sisälsivät hinnan laskemisen yksikköhinnan avulla ja toisaalta yksikköhinnan laskemisen. Suhteen opiskelu käsitti ensin monikertaisuuden ja osan ottamisen tarkastelun ja siirtyi sitten suhteen käsitteeseen sekä mittakaavaan sen sovelluksena.

Neljällä ensimmäisellä oppitunnilla, joista kaksi olivat samansisältöisiä jakotunteja, opiskeltiin mittayksikkömuunnoksia. Oppilaat olivat opiskelleet muunnoksia jo edellisenä vuonna, joten nyt aihetta kerrattiin. Opettaja C lähti opetuksessaan liikkeelle kysymyksestä: ”Missä tarvitaan mittaamista?” Opiskeltava matemaattinen sisältö koostui kunkin käsiteltävän mittayksikön – pituuden, massan ja tilavuuden – kohdalla yksiköiden nimityksistä, lyhenteistä ja muunnosten suhdeluvusta 10. Lisäksi Opettaja C toi esiin eri mittojen arviointia pituuden, korkeuden ja massan osalta sekä opetti, miten mekaanisten muunnosten apuna voi käyttää taulukkoa. Keskeistä matemaattisen sisällön rakentumisen kannalta olivat sisällön käsittelyn aloittaminen käytännön elämään liittyvällä kysymyksellä sekä toistuva eri mittayksiköiden ominaisuuksien vertaaminen toisiinsa ja tätä kautta yhteisten piirteiden – nimitysten, etuliitteiden ja suhdeluvun – havaitseminen.

Neljännellä oppitunnilla siirryttiin mittayksikkömuunnosten kertaamisesta myös uuteen aiheeseen, hinnan laskemiseen, joka oli oppilaille osittain täysin uutta asiaa. Tähän aiheeseen käytettiin aikaa seuraavat kolme oppituntia, joista kaksi viimeistä olivat taas samansisältöisiä jakotunteja, jolloin edellisellä tunnilla opiskeltua uutta asiaa kerrattiin. Jälleen Opettaja C aloitti uuden asian

opetuksen arkielämään liittyvällä kysymyksellä: ”Miten punnittavien tuotteiden hinnat kaupassa lasketaan?” Opiskeltava matemaattinen sisältö eteni hinnan laskemisesta yksikköhinnan laskemiseen. Aluksi esimerkkitehtävät sisälisivät oppilaille jo entuudestaan tuttuja massoja – kuten kokonaisia ja puolikkaita kilogrammoja. Myöhemmin tehtävissä esiintyi myös desimaalilukuina ilmoitettuja massoja. Lopulta Opettaja C yhdessä oppilaiden kanssa päätyi toteamaan, että hinnan voi laskea monilla eri tavoilla tilanteesta riippuen. Olee-lista – arkielämän yhteyden esiin tuomisen lisäksi – matemaattisen sisällön rakentumiselle tässä opetus-opiskelu-oppimis-prosessin vaiheessa oli se, että opiskeltava asia muuttui vähitellen haasteellisemmaksi. Opettaja C perusti uuden opetuksen aiemmin opiskellulle, oppilaiden hyvin osaamalle asialle. Vähitellen myös tehtävissä esiintyvät luvut muuttuivat haasteellisemmiksi, kun siirryttiin kokonaisluvusta desimaalilukujen käyttöön. Uuden, oppilaille aluksi hiukan hankalan asian opetuksessa Opettaja C hyödynsi usein analogiaa oppilaiden jo hallitseman asian kanssa.

Opetus-opiskelu-oppimisprosessin kaksi viimeistä oppituntia käytettiin oppilaille täysin uuden asian, suhteen, opiskeluun. Aluksi Opettaja C johdatteli oppilaita pohtimaan massojen suhdetta toisiinsa punnusten ja vaa’an avulla. Tämän jälkeen opiskeltava matemaattinen sisältö rakentui monikertaisuuden ja osan ottamisen laskemisesta, jotka Opettaja C toi esiin toisilleen päinvastaisina toimenpiteinä. Suhteen käsitteen Opettaja C esitteli vaihtoehtoisena tapana tämän saman asian ilmaisemisessa. Lisäksi Opettaja C toi esiin suhteen käsitteen tarpeellisuuden mittakaavan käsitteen yhteydessä. Kuten mittayksikkömuunnostenkin kohdalla, Opettaja C hyödynsi matemaattisen sisällön rakentumisessa eri käsitteiden vertailua toisiinsa sekä yhteyttä aiemmin opiskeltuihin asioihin ja todellisen elämän tilanteisiin.

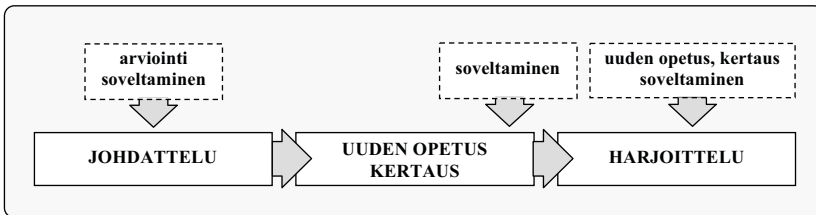


### *Tyypillinen oppitunnin kulku*

Edellä esitetystä kuviosta 10.3a ilmenee koko Opettaja C:n ohjaaman opetus-opiskelu-oppimis-prosessin rakenteen ja opiskeltavan matemaattisen sisällön lisäksi myös yksittäisten oppituntien rakenne ja kulku opetuksellisten vaiheiden avulla esitettynä. Kuvion perusteella havaitaan, että Opettaja C:n oppitunnit olivat rakenteeltaan melko samankaltaisia riippumatta siitä, missä opetus-opiskelu-oppimisprosessin vaiheessa ne sijaitsivat tai mikä niiden opetuksellinen merkitys koko prosessin näkökulmasta oli.

Opettaja C:lle tyypillisen oppitunnin keskeisimmät opetukselliset vaiheet olivat johdattelu, uuden opetus tai kertaus sekä harjoittelu (ks. kuvio 10.3b). Oppitunnin alun johdattelu liittyi aina sisällöllisesti tunnilla käsiteltävään aiheeseen. Johdattelua seurasi oppitunnin matemaattisen sisällön varsinainen opettaminen tai kertaaminen, joka koostui yhdestä tai useammasta peräkkäisestä episodista. Harjoittelu sijoittui tunnin loppupuolelle koostuen myös useammasta episodista ja päättyen aina kotitehtävien antoon.

Näiden keskeisimpien vaiheiden lisäksi oppitunnin alussa esiintyi silloin tällöin arviointia kotitehtävien tarkistamisen muodossa tai Opettaja C saattoi keskeyttää lopputunnin harjoittelun hetkeksi lyhyttä uuden opetus - tai kertausvaihetta varten. Tällöin uuden niiden merkitys oli oppitunnin keskeisen sisällön toistaminen tai tarkentaminen ja siten oppilaiden itsenäisen harjoittelun tukeminen. Soveltamista esiintyi siellä täällä oppitunnin kuluksa: tunnin alussa jatkona edellisen oppitunnin aiheelle tai tunnin keskivaiheilla ja lopussa opiskeltavaan sisältöön liittyvänä lisäaineiksena.



**Kuvio 10.3b.** Tyypillinen oppitunnin kulku, Opettaja C.

### *Oppitunnin sisältämien opetuksellisten vaiheiden tyypilliset piirteet*

Tarkastelin oppitunnin sisältämiä opetuksellisia vaiheita myös yksityiskohtaisemmin suhteessa muihin didaktisiin tekijöihin. Tämä tarkastelu Opettaja C:n toiminnan ominaispiirteiden osalta on esitetty tiivistäen taulukossa 10.3b ja kokonaisuudessaan liitteessä 10.3b.

**Taulukko 10.3b.** Oppitunnin opetuksellisten vaiheiden tyypilliset piirteet, Opettaja C.

DIDAKTISET TEKIJÄT		JOHD. <i>yht. 6 epis.</i>	UUDEN OP. <i>yht. 8 epis.</i>	KERT. <i>yht. 18 epis.</i>	HARJ. <i>yht. 26 epis.</i>	SOV. <i>yht. 4 epis.</i>	ARV. <i>yht. 4 epis.</i>
TAVOIT.	<i>Sisällöt Kognit. Sos.affekt.</i>	sisällöt merkitys tiedonkäsitys	sisällöt ajattelu tiedonkäsitys	sisällöt tiedonkäsitys	sisällöt opis.sos.taid. henk. kasvu	merkitys sisällöt	sisällöt ajattelu
	<i>Tavoitteiden yhdistelmät</i>	kognitiiviset sisällöt	kognitiiviset sisällöt	sisällöt kognitiiviset	sisällöt sos.affekt.	kognitiiviset sisällöt	kognitiiviset sisällöt
ORGANISOINTI	<i>Lähtökohta</i>	ongelmakesk. ennakkokäsit. arkielämä aiem. opisk. tavoitteet toiminnal.	aiem. opisk.	aiem. opisk.	-	arkielämä	aiem. opisk.
	<i>Konteksti</i>	todelliset til. välineet havainnollist.	todelliset til.	symbolit havainnollist.	todelliset til.	todelliset til. havainnollist.	todelliset til.
	<i>Matem. prosessit</i>	käsit.määrit. käsit. suhteet	käsit. suhteet ratkaisutapa kommunik. käsit.määrit.	käsit. suhteet ratkaisutapa kommunik. käsit.määrit.	ratkaisutapa perustelevin. kommunik.	mallintamin. käsit. suhteet perustelevin.	ratkaisutapa perustelevin. kommunik.
VUOROV.	<i>Vastuu</i>	yhteistoim.	opettajakesk.	opettajakesk.	oppilakesk.	opettajakesk. yhteistoim.	yhteistoim.
	<i>Aktiivisuus</i>	luokka	luokka	luokka	oppilaspari	luokka	oppilas
	<i>Työmuoto</i>	vuorovaikut.	vuorovaikut.	vuorovaikut.	tehtäviä ant.	vuorovaikut.	vuorovaikut.
	<i>Vuorovaik. yhdistelmät</i>	yhtt/vvo/lk	opek/vvo/lk	opek/vvo/lk	oppk/tao/pari	opek/vvo/lk yhtt/vvo/lk	yhtt/vvo/opp

Opettaja C:n oppituntien johdatteluvaiheet sisälsivät mittaamiseen ja hinnan laskemiseen liittyviä pohdintoja ja siten ne liittyivät aina tunnin keskeiseen sisältöön. Johdatellessaan Opettaja C orientoi oppilaitaan matematiikan opetukseen oppiaineen kautta tuomalla esiin sisällön lisäksi matematiikan merkitystä ja ymmärrystä matemaattisen tiedon rakentumisesta. Tämän hän toteutti esittämällä aiheen ongelmakeskeisesti, yhdistämällä sen oppilaiden omaan kokemusmaailmaan tai heidän aiemmin opiskelemaansa tietoon, mutta myös hyödyntäen monipuolisesti muitakin opetuksen ja opiskelun lähtökohtia, kuten tietoisuutta opiskelun tavoitteista sekä toiminnallisuutta ja välineiden käyttöä. Johdatteluvaihe vaati oppilailta ensisijaisesti käsitteiden sekä niiden välisten suhteiden määrittelyä. Vuorovaikutukseltaan oppitunnin johdatteleva vaihe oli enimmäkseen yhteistoiminnallista ja vuorovaikutteista, jolloin koko luokka työskenteli yhdessä.

Kun Opettaja C siirtyi oppitunnin alun johdattelun jälkeen tunnin varsinaiseen matemaattiseen sisältöön, hän joko opetti uutta asiaa tai kertasi aiemmin – edellisinä lukuvuosina tai oppitunteina – opiskeltua aihetta. Oppilaille uusia aiheita olivat hinnan laskeminen ja suhteen käsite. Kerrattavia sisältöjä edellä mainittujen lisäksi olivat puolestaan mittayksikkömuunnokset. Uuden opetus ja kertaminen muistuttivat Opettaja C:n toiminnassa pitkälti toisiaan. Oleellista matemaattisten tietojen ja taitojen opiskelussa oli käsiteltävän tiedon liittäminen jo olemassa oleviin tietorakenteisiin sekä ylipäättään käsitteiden ja niiden välisten suhteiden määrittely. Nämä vaiheet kuitenkin

poikkesivat toisistaan siinä, että uuden opetus kohdistui matemaattisen sisällön hallinnan ohella myös kognitiivisiin tavoitteisiin – erityisesti matemaattisen ajattelun kehittymiseen sekä tiedonkäsityksen rakentumiseen – ja oppiainesta käsiteltiin todellisen elämän kontekstissa. Kerratessa Opettaja C kuitenkin tavoitteli ensisijaisesti vain opiskeltavien sisältöjen ja toimintatapojen hallintaa ja sen yhteydessä operoitiin usein pelkillä symboleilla. Vuorovaikutukseltaan sekä uuden opetus että kertaus olivat pitkälti opettajakeskeisiä vaiheita, mutta työskentely tapahtui vuorovaikutuksessa koko luokan kanssa.

Oppitunnin loppupuolelle sijoittuva ja koko opetus-opiskelu-oppimisprosessia ajallisesti hallitseva harjoittelu poikkesi muista opetuksellisista vaiheista Opettaja C:n toiminnassa erityisesti tavoitteidensa suhteen. Harjoittellessa sisältöjen ja toimintatapojen ohella korostuivat sosiaalis-affektiiviset tavoitteet – opiskelu- ja sosiaaliset taidot sekä henkinen kasvu – kognitiivisten tavoitteiden sijaan, toisin kuin missään muussa oppitunnin vaiheessa. Vastuu opiskelusta oli oppilailla ja useimmiten he tekivät pareittain oppikirjan tehtäviä, jotka vaativat heiltä tietyn ratkaisutavan käyttöä sekä omien ajattelutapojensa perustelemista ja kommunikointia.

Kuten edeltä jo kävi ilmi, soveltamista ilmeni Opettaja C:n oppitunneilla vain satunnaisesti, lähinnä opiskeltavaa sisältöä tukevana lisätietona, kuten esimerkiksi erilaisten mittaamiseen liittyvien arviointitehtävien muodossa tai mittakaavan opiskeluna suhteen käsitteen yhteydessä. Sovellettaessa korostui kaikista muista opetuksellisista vaiheista poiketen opiskeltavien sisältöjen ja toimintatapojen rinnalla erityisesti matematiikan merkityksen ymmärtäminen. Opiskelu liittyi vahvasti matematiikan käyttöön arkielämän tilanteissa, jolloin reaaliaimailman tilanteita mallinnettiin matemaattisesti. Työskentely oli soveltamisen yhteydessä joko opettajakeskeistä tai yhteistoiminnallista vuorovaikutteista opetusta, jolloin koko luokka toimi aktiivisessa roolissa.

Arviointia esiintyi vain kotitehtävien tarkistuksen muodossa ja näin se yhdistyi siis pitkälti uuden opetukseen ja kertaukseen sekä harjoitteluun. Arvioinnin yhteydessä Opettaja C korosti opiskeltavien sisältöjen ja toimintatapojen ohella matemaattisen ajattelun kehittymistä. Opetus ja opiskelu perustuivat luonnollisesti aiemmin opiskelluille sisällöille ja usein yhteydessä todellisen elämän tilanteisiin. Oppilaiden tuli – opiskeltujen ratkaisutapojen hyödyntämisen lisäksi – kyetä kommunikoimaan matemaattisesti sekä perustelevaan omia ajattelu- ja ratkaisutapojaan. Kaikista muista vaiheista poiketen arviointivaiheessa aktiivisena toimijana oli yksittäinen oppilas. Muuten toiminta oli yhteistoiminnallista ja Opettaja C:lle tyypillisesti vuorovaikutteista.

### 10.3.2 Didaktinen päätöksenteko Opettaja C:n pedagogisessa toiminnassa

Edellä olen kuvannut Opettaja C:n pedagogista toimintaa matematiikan opetus-opiskelu-oppimisprosessin etenemisen, opiskeltavan sisällön rakentumisen sekä tyypillisen oppitunnin ja sen sisältämien opetuksellisten vaiheiden näkökulmasta. Seuraavaksi tarkastelen Opettaja C:n didaktista päätöksentekoa

kokonaisuudessaan havainnoidun prosessin kulussa. Päätöksentekoa ilmentävät didaktisten tekijöiden – matematiikan opetuksen ja opiskelun tavoitteiden, opetus- ja opiskelutoiminnan organisoinnin sekä oppitunneilla vallitsevan vuorovaikutuksen – esiintyminen Opettaja C:n toiminnassa

Opettaja C:n didaktiseen päätöksentekoon liittyvät määrälliset havainnot on esitetty kokonaisuudessaan liitteessä 10.3a. Toiminnan piirteet ovat suuruusjärjestyksessä, joka perustuu kuhunkin toiminnan piirteeseen käytettyyn aikaan prosessin kulussa tai niiden lukumääräiseen esiintymiseen episodeissa laskettuna. Taulukko 10.3c kuvaa yhteenvedon omaisesti näitä Opettaja C:n toiminnan tyypillisiä ominaispiirteitä sekä niitä erityispiirteitä, jotka erottavat hänet kahdesta muusta luokanopettajasta. Piirteiden edessä oleva plus- tai miinusmerkki ilmaisee, ilmeneekö kyseistä piirrettä opettajan toiminnassa enemmän (+) vai vähemmän (–) muihin opettajiin verrattuna.

**Taulukko 10.3c.** Pedagogisen toiminnan ominais- ja erityispiirteet, Opettaja C.

DIDAKTISET TEKIJÄT		OMINAISPIIRTEET	ERITYISPIIRTEET			YHTEISET PIIRTEET
TAVOITTEET	<i>Sisällöt</i> <i>Kognit.</i> <i>Sos.affekt.</i>	sisällöt opisk.sos.taidot ajattelu henkinen kasvu tiedonkäsitys	+ sisällöt	– ajattelu – henk. kasvu – opis.sos.taid.	– merkitys – tiedonkäs.	
	<i>Tavoitteiden yhdistelmät</i>	sisällöt kognitiiviset sos.affekt.	+ sisällöt	– sos.affekt.		+ kognitiiviset
ORGANISOINTI	<i>Opetuskel. vaihe</i>	harjoittelu kertaus	– soveltamin.	+ harjoittelu – arviointi	+ kertaus	– johdattelu – uuden opetus
	<i>Lähtökohta</i>	aiemmin opisk. arkielämän til. suoraan asiaan	– toiminnal.	+ arkiel. til. – ongelma- – tavoitteet	+ suor. asiaan	+ aiem. opisk. – ennakkokäs.
	<i>Konteksti</i>	todelliset til.	+ todelliset til. – välineet	– symbolit.	– havainnol.	
	<i>Matem. prosessit</i>	ratkaisutapa kommunikointi perusteleva käsitteiden suht.	+ käsit. suhteet – ong.ratkaisu	+ käsit.määrit. – kommunik.	+ ratkaisutapa + perustelem. – pelkkä vast.	– mallintamin.
VUOROVAIK.	<i>Vastuu</i>	oppilaskesk. opettajakesk.	+ opettajakesk. – oppilaskesk.			– yhteistoim.
	<i>Aktiivisuus</i>	luokka oppilaspari	+ luokka	– oppilas	+ ryhmä – oppilaspari	– opettaja
	<i>Työmuoto</i>	vuorovaikut.	+ vuorovaik. – teht. antava			– esittävä op.
	<i>Vuorovaik. yhdistelmät</i>	oepk/vvo/lk oppk/tao/pari	+ oepk/vvo/lk	+ oppk/tao/pari – oppk/tao/opp		– yhtt/vvo/lk – oepk/eso/ope

### *Opettaja C:n pedagogisen toiminnan ominaispiirteet*

Selvästi keskeisin Opettaja C:n toimintaa ohjaava matematiikan opetuksen ja opiskelun tavoite oli opiskeltavien matemaattisten sisältöjen ja toimintatapo-

jen hallinta, joka läpäisi koko opetus-opiskelu-oppimisprosessin. Muut tavoitteet esiintyivät prosessin kulussa huomattavasti vähemmän, jokainen noin kolmasosan verran koko prosessiin käytetystä ajasta. Näistä tavoitteista yleisimmät olivat opiskelu- ja sosiaalisten taitojen ja matemaattisen ajattelun kehittäminen sekä hieman harvemmin esiintyvät henkisen kasvun ja matemaattisen tiedonkäsityksen tukeminen. Vähäisimmissä määrin Opettaja C:n toiminnassa ilmeni pyrkimys matematiikan merkityksen ymmärtämiseen, mutta silti tämä tavoite sisältyi kaikkiin oppitunnin sisältämiin opetuksellisiin vaiheisiin. Matematiikan opetuksen ja opiskelun tavoitteiden osalta voidaan koivasti todeta, että matemaattisten sisältöjen ja toimintatapojen hallinta oli Opettaja C:n toiminnassa oleellista ja sen ohella, vaikkakin vähäisemmässä määrin, pyrittiin tasavahvasti kohti kognitiivisten ja sosiaalis-affektiivisten tavoitteiden saavuttamista. Sisällön hallinta oli keskeisin tavoite kaikissa muissa opetuksellisissa vaiheissa paitsi johdatellessa. Sisältöjen ja toimintatapojen rinnalla korostuivat kognitiiviset tavoitteet, lukuun ottamatta harjoitteluvaihetta, jolloin keskeisempää oli sosiaalis-affektiivisten tavoitteiden saavuttaminen.

Opettaja C:n toimintaa opetus- ja opiskelutoiminnan organisoinnin näkökulmasta tarkasteltaessa havaitaan, että opetus-opiskelu-oppimisprosessi painottui opetuksellisten vaiheittensa osalta harjoitteluun, johon käytettiin lähes puolet ajasta. Ajallisesti toiseksi keskeisin vaihe oli kertaaminen, joka kattoi noin viidesosan koko prosessista. Muihin opetuksellisiin vaiheisiin – johdateluun, uuden opetukseen, soveltamiseen ja arviointiin – aikaa kului keskenään lähes yhtä paljon, mutta kutakin vain noin kymmenesosan verran.

Opetuksen ja opiskelun lähtökohtana oli useimmiten, noin puolessa kyseisistä episodeista, aiemmin opiskeltu matemaattinen sisältö. Hän perusti opetuksensa oppilaille jo entuudestaan tuttuun oppiaineeseen kaikissa oppitunnin sisältämissä opetuksellisissa vaiheissa. Lisäksi hän hyödynsi erityisesti johdatelun ja soveltamisen yhteydessä arkielämän tilanteita, mutta siirtyi yleensä kerraten myös suoraan opiskeltavaan matemaattiseen sisältöön. Muita mahdollisia opetuksen lähtökohtia Opettaja C käytti vain satunnaisesti muutamissa episodeissa.

Opettaja C sijoitti opiskeltavan matemaattisen sisällön – oppitunnin opetuksellisesta vaiheesta riippumatta – hyvin usein arkielämän kontekstiin, kuten erilaisten mittaus- ja arviointitehtävien tai ostosten teon yhteyteen, eikä juuri koskaan esittänyt käsiteltävää asiaa vain symbolien tai välineiden avulla. Havainnollistamista opetuksen ja opiskelun tukena Opettaja C käytti jossain määrin kaikissa oppitunnin sisältämissä opetuksellisissa vaiheissa.

Tietyn ratkaisutavan käyttö sekä kommunikointi olivat yleisimmät matemaattiset prosessit, joita opetus ja opiskelu Opettaja C:n oppitunneilla lähes jatkuvasti vaativat. Erityisesti kommunikointia tarvittiin kaikissa oppitunnin sisältämissä opetuksellisissa vaiheissa. Näiden lisäksi omien ajattelutapojen perustelevinen sekä käsitteiden välisten suhteiden määrittäminen ilmenivät opetus-opiskelu-oppimisprosessin kulussa noin puolet ajasta. Opettaja C pyysi oppilaita perustelevaan ratkaisujaan yleensä harjoitellessa, sovellettaessa ja



arvioidessa. Käsitteiden väliset suhteet tulivat ilmi erityisesti uuden opetuksen, kertaamisen sekä johdattelun ja soveltamisen yhteydessä. Muita matemaattisia prosesseja käytettiin vähemmän eikä ongelmanratkaisua juuri lainkaan.

Vuorovaikutuksen eri muotojen osalta havaitaan, että ensisijainen vastuu opetus-opiskelu-oppimis-prosessin etenemisestä jakautui lähes tasan oppilaiden ja opettajan kesken. Oppilaat olivat vastuussa opiskelustaan erityisesti harjoittellessa, kun taas uuden opetus, kertaaminen ja soveltaminen olivat pääsääntöisesti opettajan vastuulla. Jaetun eli yhteistoiminnallisen vastuun osuus oli näin ollen vain reilu kymmenesosa koko prosessiin käytetystä ajasta ja se ilmeni yleensä johdattelun ja soveltamisen yhteydessä. Aktiivisimpina toimijoina olivat luokka kokonaisuudessaan sekä oppilasparit. Luokan aktiivisuus korostui senkin vuoksi, että se ilmeni kaikissa oppitunnin sisältämissä eri opetuksellisissa vaiheissa. Huomattavasti vähemmän aktiivisessa roolissa olivat opettaja sekä oppilaat yksin tai ryhmässä työskennellessään. Käytettyjen työmuotojen osalta prosessi koostui lähes kokonaan joko vuorovaikutteisesta opetuksesta, jota esiintyi kaikissa oppitunnin opetuksellisissa vaiheissa, tai harjoitteluun liittyvistä tehtäviä antavasta opetuksesta. Esittävää opetusta ilmeni hyvin vähäisessä määrin. Yleisesti voidaan todeta, että edellä mainitut vuorovaikutuksen muodot – vastuu, aktiivisuus ja työmuodot – esiintyivät Opettaja C:n opetus-opiskelu-oppimis-prosessin aikana seitsemänä erilaisena yhdistelmänä, mutta yleisimmin joko uuden opetukseen, kertaukseen ja soveltamiseen liittyvänä opettajakeskeisenä vuorovaikutteisena opetuksena, jolloin koko luokka oli aktiivinen tai vaihtoehtoisesti oppilaskeskeisenä tehtäviä antavana opetuksena, jolloin oppilaspari harjoitteli yhdessä aktiivisesti.

### *Opettaja C:n pedagogisen toiminnan erityispiirteet*

Verrattaessa Opettaja C:n toimintaa muiden opettajien toimintaan havaitaan, että hänen toimintansa poikkesi erityisesti opetuksen ja opiskelun oppilailta vaatimien matemaattisten prosessien sekä kontekstin osalta, mutta myös tavoitteiden suhteen (ks. liite 10.4). Lisäksi eroja ilmeni jossain määrin myös opiskeltavassa matemaattisessa sisällössä, muissa opetuksen ja opiskelun organisointiin liittyvissä seikoissa sekä vuorovaikutuksessa.

Tavoitteiden osalta Opettaja C:n toiminnassa oli erityistä pyrkimys matemaattisten sisältöjen ja toimintatapojen hallintaan. Muihin opettajiin verrattuna hänen toiminnassaan eivät sen sijaan korostuneet matematiikan merkitys, matemaattinen tiedonkäsitys eikä matemaattisen ajattelun kehittäminen. Myöskään sosiaalis-affektiiviset tavoitteet – henkinen kasvu sekä opiskelu- ja sosiaaliset taidot – eivät erityisellä tavalla ilmenneet Opettaja C:n toiminnassa.

Opetuksen ja opiskelun organisoinnin näkökulmasta tarkasteltuna Opettaja C:n ohjaama opetus ja opiskelu vaativat oppilailta eritoten käsitteiden välisen suhteiden määrittelyä sekä lisäksi tietyn ratkaisutavan käyttöä, käsitteen määrittelyä sekä omien ajattelutapojen perustelemista. Toisaalta Opettaja C:n

toiminnassa eivät matemaattisten prosessien osalta korostuneet ongelmanratkaisu tai kommunikointi ja pelkän vastauksen ilmoittaminen. Opiskeltavan matemaattisen sisällön Opettaja C esitti muita opettajia useammin todellisen elämän kontekstissa, mutta operoi harvemmin pelkillä symboleilla tai havainnollistavilla välineillä.

Muita opetuksen ja opiskelun organisointiin liittyviä piirteitä tarkastellessa havaitaan, että jollei Opettaja C siirtynyt opetuksessa suoraan käsiteltävään aiheeseen, opetuksen lähtökohtana olivat usein arkielämän tilanteet. Kuitenkaan toiminnallisuus ja ongelma-keskeisyys tai opiskelun tavoitteiden esiin tuominen eivät korostuneet Opettaja C:n toiminnassa. Yleisesti Opettaja C:n ohjaamassa opetus-opiskelu-oppimisprosessissa korostuivat harjoittelu ja kertaus, kun taas soveltaminen ja arviointi jäivät vähemmälle.

Vuorovaikutuksen osalta Opettaja C:n toimintaa kuvasi erityisesti se, että opetuksen ja opiskelun eteneminen oppitunneilla oli usein opettajan vastuulla. Kuitenkin opetus- ja opiskelutoiminnassa korostuivat koko luokan aktiivisuus ja siten vuorovaikutteinen opetus. Muihin opettajiin verrattuna Opettaja C toiminnassa oppilaskeskeisyys, yksittäisten oppilaiden tai oppilasparien aktiivinen rooli ja tehtäviä antava opetus työmuotona olivat vähäisempää.

#### **10.4 Yhteenveto luokanopettajan pedagogisesta toimintatavasta matematiikan opetuksessa**

Edellä luvuissa 10.1–10.3 olen kuvattu seikkaperäisesti kunkin opettajan järjestämän matematiikan opetus-opiskelu-oppimisprosessin rakentumista (tutkimuskysymys 1.1) ja sen kulussa ilmeneviä didaktisia päätöksiä (tutkimuskysymys 1.2). Tämän kuvauksen perusteella opettajien toiminnassa voitiin havaita heitä yhdistäviä piirteitä, mutta myös jokaiselle ominaisia toiminnan tapoja ja erityisiä painotuksia. Seuraavaksi määrittelen kaikkia opettajia yhdistävän sekä heitä jokaista yksittäin kuvaavan toimintatavan matematiikan opetus-opiskelu-oppimis-prosessin kontekstissa. Näin vastaan kokonaisuudessaan tutkimuksen *ensimmäiseen empiiriseen päätutkimuskysymykseen*:

##### ***1. Millaisena luokanopettajan pedagoginen toiminta ilmenee matematiikan opetuksessa?***

###### **10.4.1 Opettajia A, B ja C yhdistävät toimintatavan piirteet**

Kaikkien kolmen opettajien kohdalla matematiikan opetuksen ja opiskelun keskeisin tavoite oli *matemaattisten sisältöjen ja toimintatapojen hallinta*. Oppilaiden tulisi käsitteiden hallinnan ja laskutaidon lisäksi kyetä monipuoliseen tiedonprosessointiin ja ongelmanratkaisuun sekä kommunikointiin matematiikasta puhuen, kirjoittaen ja kuunnellen ja lopulta tiedon ilmaisemiseen erilaisilla välineillä, kuvia ja symboleita hyödyntäen. Tämän ohella pyrittiin *kognitiivisten tavoitteiden* saavuttamiseen: ymmärrykseen matematiikan merkityksestä sekä matemaattisen ajattelun ja erityisesti tiedonkäsitteiden kehittä-

tymiseen. Opettajille oli ominaista pyrkiä myös *sosiaalis-affektiivisten tavoitteiden* – oppilaiden henkisen kasvun sekä opiskelu- ja sosiaalisten tavoitteiden – saavuttamiseen, vaikkakin tässä ilmeni painotuseroja opettajien välillä.

Matematiikan opetus ja opiskelu rakentuivat pääasiassa *uuden matemaattisen sisällön opetuksen* tai *kertaamisen* sekä koko opetus-opiskelu-oppimisprosessia ajallisesti hallitsevan *harjoittelun* varaan. Muut opetukselliset vaiheet – johdattelu, soveltaminen ja arviointi – esiintyivät koko prosessin tai yksittäisten oppituntien aikana harvemmin ja satunnaisemmin.

Saavuttaakseen edellä mainitut tavoitteet opettajat perustivat uuden opetuksen tai kertaamisen pääsääntöisesti oppilaiden jo *aiemmin opiskelulle tiedoille ja taidoille*, mutta vain harvoin heidän ennakkokokäsitksilleen. Tyypillisesti opiskeltavaa aihetta tarkasteltiin myös *yhteydessä todellisen elämän tilanteisiin* sekä oppilaiden omaan kokemusmaailmaan. Tämä seikka kuitenkin korostui opettajilla eri tavoin. Kuvaavaa matemaattisen sisällön rakentumiselle oli *oppiaineen jakaminen pienempiin sisällöllisiin osa-alueisiin* ja usein niin, että oppiaine muuttui *haasteellisemmaksi* opiskelun edetessä. Kaiken kaikkiaan matematiikan opetus ja opiskelu vaativat oppilailta ensisijaisesti sisältöön liittyvien *ratkaisutapojen* käyttöä sekä taitoa *kommunikoida* matematiikkaan liittyvistä seikoista eri tavoin.

Vuorovaikutukseltaan oppituntien opetus ja kertausvaiheet olivat tavallisesti tilanteita, jolloin koko *luokka* opiskeli aktiivisesti, vaikka ensisijainen vastuu opiskelun etenemisestä olikin *opettajalla*. Työskentely oli tällöin *vuorovaikutteista* kyselemistä ja keskustelemista sekä *yhteisten esimerkki- ja harjoitustehtävien ratkomista*. Harjoittelu oli kaikista opetuksellisista vaiheista *oppilaskeskeisin*, jolloin korostuivat erityisesti oppilaiden motivaatio, itseluottamus ja vastuunotto omasta opiskelustaan. Tällöin he tyypillisesti *ratkoivat oppikirjan tehtäviä* yhdessä *parinsa* kanssa. Huomattavan harvoin ilmeni opettajakeskeistä esittävää opetusta tai yhteistoiminnallista työskentelyä.

Kuten edellä todettiin *johdatteluja, soveltamista ja arviointia* esiintyi opetus-opiskelu-oppimisprosessin kuluksa ajallisesti vähän ja oppituntien aikana satunnaisemmin kuin uuden opetusta, kertausta ja harjoittelua. Kuitenkin nämä opetukselliset vaiheet olivat usein tavoitteiltaan, opetuksen ja opiskelun organisoimiseltaan sekä vuorovaikutukseltaan erityisen *monipuolisia* ja poikkesivat siten paljonkin ns. perusopiskelusta. Johdatellessa ja sovellettaessa tavoiteltiin sisältöjen ja toimintatapojen hallinnan ohella erityisesti ymmärrystä *matematiikan merkityksestä ja matemaattisen tiedon rakentumisesta*. Tällöin oppilaat hyödynsivät sellaisia matemaattisia prosesseja, joita he muulloin eivät juuri käyttäneet, kuten *ongelmanratkaisua ja mallintamista*. Vuorovaikutukseltaan nämä vaiheet olivat usein *yhteistoiminnallisia*, jota myöskään ei muuten kovin usein ilmennyt. Arviointi yhdistyi kaikilla opettajilla pitkälti uuden opetukseen ja kertaukseen sekä harjoitteluun. Luonnollisesti oleellista oli arvioida erityisesti niitä *matemaattisia sisältöjä ja toimintatapoja*, joita opetus-opiskelu-oppimisprosessin kuluksa oli opiskeltu.

Yleisesti voidaan todeta, että opettajien pedagogisen toiminnan yhteiset piirteet muodostivat yleisiä teemoja, jotka liittyivät *opiskeltavaan oppiaine-*

*seen eli matematiikkaan – sisällön hallintaan, tiedon rakentumiseen ja muihin kognitiivisiin tekijöihin sekä osin myös matematiikan opetuksen ja opiskelun avulla tavoiteltaviin sosiaalis-affektiivisiin seikkoihin (ks. taulukko 10.4). Muina teemoina ilmenivät opetus-opiskelu-oppimisprosessin järjestäminen sekä vuorovaikutuksen toteutuminen. Näistä teemoista niin matematiikkaan kuin sosiaalis-affektiivisiin seikkoihin liittyvät teemat esiintyivät usein opetuksen ja opiskelun tavoitteina. Opetus-opiskelu-oppimisprosessin järjestäminen ilmeni oppitunnin perusrakenteena, joka koostui uuden opetuksesta tai kertauksesta ja harjoittelusta, sekä opiskeltavan sisällön osittumisena ja sen haasteellisuuden kasvuna. Vuorovaikutukselle ominaista oli toiminnan opettajakeskeisyys uutta opiskellessa ja toisaalta oppilaskeskeisyys harjoittellessa.*

**Taulukko 10.4.** Opettajia A, B ja C yhdistävät pedagogisessa toiminnassa ilmenevät teemat.

TEEMA		PEDAGOGISEN TOIMINNAN PIIRTEET
<b>Matematiikka</b>	Matemaattisen sisällön hallinta	<ul style="list-style-type: none"> <li>tavoitteena matemaattisten tietojen ja taitojen omaksuminen</li> <li>matemaattiset toimintatavat ja prosessit               <ul style="list-style-type: none"> <li>ratkaisutapojen harjoittelu, hallinta ja hyödyntäminen</li> </ul> </li> <li>kommunikointi               <ul style="list-style-type: none"> <li>matematiikan kirjoittaminen, puhuminen ja kuunteleminen</li> <li>tiedon ilmaisu välineiden, kuvien ja symbolien avulla</li> </ul> </li> </ul>
	Matemaattinen tiedonkäsitys	<ul style="list-style-type: none"> <li>kognitiiviset tavoitteet: tiedonkäsityksen kehittyminen</li> <li>tiedon rakentuminen               <ul style="list-style-type: none"> <li>aiemmin opiskeltu opetuksen ja opiskelun lähtökohtana</li> </ul> </li> </ul>
	Matemaattinen ajattelu	<ul style="list-style-type: none"> <li>kognitiiviset tavoitteet: matemaattisen ajattelun kehittyminen</li> </ul>
	Matematiikan merkitys	<ul style="list-style-type: none"> <li>kognitiiviset tavoitteet: matematiikan merkityksen tiedostaminen</li> </ul>
<b>Sosiaalis-affektiiviset tekijät</b>		<ul style="list-style-type: none"> <li>sosiaalis-affektiiviset tavoitteet               <ul style="list-style-type: none"> <li>opiskelu- ja sosiaaliset taidot</li> <li>henkinen kasvu</li> </ul> </li> </ul>
<b>Opetus-opiskelu-oppimisprosessin järjestäminen</b>		<ul style="list-style-type: none"> <li>opiskeltavan sisällön jakautuminen pienempiin osa-alueisiin</li> <li>opiskeltavan sisällön haasteellisuuden kasvu prosessin edetessä</li> <li>oppitunnin rakenne               <ul style="list-style-type: none"> <li>uuden opetus/kertaaminen + harjoittelu</li> <li>johdattelua, soveltamista ja arviointia esiintyy harvoin,</li> </ul> </li> <li>vähän johdattelua, soveltamista ja arviointia               <ul style="list-style-type: none"> <li>tavoitteiltaan, organisoitumiseltaan ja vuorovaikutukseltaan monipuolisia</li> </ul> </li> </ul>
<b>Opetus- ja opiskelutilanteiden vuorovaikutus</b>		<ul style="list-style-type: none"> <li>opettajakeskeistä opetusta               <ul style="list-style-type: none"> <li>kohdistuu sisällön hallintaan sekä kognitiivisten tavoitteiden saavuttamiseen</li> </ul> </li> <li>opettajakeskeistä vuorovaikutteista opetusta, jolloin koko luokka työskentelee aktiivisesti</li> <li>oppilaskeskeistä harjoittelua               <ul style="list-style-type: none"> <li>kohdistuu sisällön hallintaan sekä sosiaalis-affektiivisten tavoitteiden saavuttamiseen</li> </ul> </li> <li>oppilaskeskeistä tehtäviä antavaa opetusta, jolloin oppilasparit työskentelevät aktiivisesti</li> </ul>

#### 10.4.2 Opettaja A:n toimintatapa

Opettaja A:n matematiikan opetus ja opiskelu tähtäsi *sisältöjen ja toimintatapojen hallinnan* sekä *sosiaalis-affektiivisten* tavoitteiden ohella erityisesti matematiikan *merkityksen* ilmentämiseen ja *tiedonkäsityksen* kehittymiseen. Merkityksen esiin tuomisessa on keskeistä, että oppilas ymmärtää matematiikan roolin ja käyttökelpoisuuden eri näkökulmista: yhteiskunnan ja yksilön, tieteen ja arkielämän sekä hyödyn ja mielihyvän kannalta. Tiedonkäsityksen kehittämisessä oleellista on ymmärrys tiedon elementeistä ja rakentumisesta, jota edesauttaa kokemusten ja konkretian hyödyntäminen.

Opetus-opiskelu-oppimisprosessin Opettaja A järjesti siten, että opiskeluun orientoiduttiin oppilaiden *ennakkokäsityksistä* käsin. Näihin palattiin myös uuden opiskelun ja arvioinnin jälkeen. Oppituntien rakenne vaihteli, mutta tyypillisimmillään ne pitivät sisällään *uuden opetusta ja harjoittelua*, kuten muillakin opettajilla. Erityistä Opettaja A:n toiminnassa oli vähäinen kertauksen määrä. Sen lisäksi, että oppiaines oli kaikille opettajille tyypilliseen tapaan jaettu *pienempiin* ja *haasteellisemmaksi muuttuviin osa-alueisiin*, Opettaja A:n opetuksessa matemaattista sisältöä tarkasteltiin ensin *teoreettisesti* ja myöhemmin prosessin loppupuolella *käytäntöön soveltaen*.

Opetuksensa Opettaja A perusti, *aiemmin opiskeltujen tietojen ja taitojen* ohella, usein *arkielämän tilanteille*, joita hän hyödynsi myös johdatellessa ja sovellettaessa. Erityistä hänelle oli myös *toiminnallisten* opetus- ja opiskelutilanteiden järjestäminen sekä *havainnollistaminen* ja *välineiden käyttö*. Vain harvoin edettiin suoraan sisällön käsittelyyn. Oppilailta edellytettiin, *tietyjen ratkaisutapojen* käytön ja *kommunikoinnin* taitojen lisäksi, erityisesti kykyä *käsittelmäärittelyyn* sekä soveltamisen yhteydessä *ongelmanratkaisuun*. Kuitenkin useammin kuin muilla opettajilla ratkaisuksi tehtäviin riitti *pelkkä vastaus* ajattelu- ja ratkaisutapojen kuvaamisen ja perustelun sijaan.

Vuorovaikutukseltaan oppitunnit olivat kaikille opettajille tyypillisesti uutta opiskeltaessa tai kerrattaessa *opettajakeskeistä*, mutta vuorovaikutteista toimintaa. *Oppilaskeskeisyys* korostui harjoittellessa sekä Opettaja A:lle tyypillisesti myös arvioidessa. Opettaja A:n toiminnassa painottui kuitenkin *oppilaskeskeinen tehtäviä antava opetus*, jolloin työskenneltiin *pareittain*.

Yhteenvedona voidaan todeta, että Opettaja A:n pedagogisessa toiminnassa havaittavat yleiset teemat liittyivät joko suoraan *matematiikkaan* – sisällön hallintaan, tiedon elementteihin ja rakentumiseen sekä tiedon merkitykseen – tai *sosiaalis-affektiivisiin tekijöihin* – opiskelu- ja sosiaaliin taitoihin sekä henkiseen kasvuun (ks. taulukko 10.5). Lisäksi teemat liittyivät myös *opetus-opiskelu-oppimisprosessin järjestämiseen* ja *vuorovaikutukseen*. Sisällön hallinnan sekä sosiaalis-affektiivisten seikkojen ohella etenkin ymmärrys *tiedon elementeistä ja rakentumisesta* sekä *tiedon merkityksestä* ilmenivät keskeisinä *tavoitteina*, mutta myös opetuksen ja opiskelun *lähtökohtana, kontekstina* ja oppilailta vaadittuina matemaattisina *prosesseina*. Opetus-opiskelu-oppimisprosessin järjestäminen ilmeni *oppituntien rakenteen vaihteluna* sekä opiskeltavan *sisällön osittumisena ja haasteellisuuden kasvuna*. Vuorovaikutuksessa

korostui *oppilaskeskeisyys*. Muihin opettajiin verrattuna Opettaja A:n toiminnassa oli huomattavaa, että matemaattinen *ajattelu ei ilmennyt yhtä merkittävästi*.

**Taulukko 10.5.** Pedagogisessa toiminnassa ilmenevät yleiset teemat, Opettaja A.

TEEMA		PEDAGOGISEN TOIMINNAN PIIRTEET
<b>Matematiikka</b>	Matemaattisen sisällön hallinta	<ul style="list-style-type: none"> <li>tavoitteena matemaattisten tietojen ja taitojen omaksuminen*/**</li> <li>matemaattiset toimintatavat ja prosessit               <ul style="list-style-type: none"> <li>pelkän vastauksen ilmoittaminen**</li> <li>ratkaisutapojen harjoittelu, hallinta ja hyödyntäminen*</li> </ul> </li> <li>kommunikointi*/**               <ul style="list-style-type: none"> <li>matematiikan kirjoittaminen, puhuminen ja kuunteleminen</li> <li>tiedon ilmaisu välineiden, kuvien ja symbolien avulla</li> </ul> </li> <li>soveltaminen ja ongelmanratkaisu</li> </ul>
	Matemaattinen tiedonkäsitys	<ul style="list-style-type: none"> <li>tavoitteena tiedonkäsityksen kehittyminen**/**</li> <li>tiedon elementit               <ul style="list-style-type: none"> <li>käsitteenmäärittely</li> </ul> </li> <li>tiedon rakentuminen               <ul style="list-style-type: none"> <li>oppilaiden ennakkokäsitysten selvittäminen</li> <li>aiemmin opiskeltu opetuksen ja opiskelun lähtökohtana*</li> </ul> </li> <li>käsitteenmuodostusprosessi               <ul style="list-style-type: none"> <li>toiminnallisuus opetuksen ja opiskelun lähtökohtana</li> <li>matemaattisen tiedon esittäminen välineitä käyttäen, havainnollistaminen**</li> </ul> </li> </ul>
	Matemaattisen tiedon merkitys	<ul style="list-style-type: none"> <li>tavoitteena matematiikan merkityksen tiedostaminen eri yhteyksissä**/**</li> <li>matematiikan yhteys todelliseen elämään               <ul style="list-style-type: none"> <li>todellisen elämän tilanteet opetuksen ja opiskelun lähtökohtana ja kontekstina</li> <li>sisällön opiskelu ensin teoriassa, sitten soveltaen**</li> </ul> </li> </ul>
<b>Sosiaalis-affektiiviset tekijät</b>		<ul style="list-style-type: none"> <li>tavoitteena opiskelu- ja sosiaalisten taitojen kehittyminen               <ul style="list-style-type: none"> <li>oma-aloitteisuus, keskittyminen, sitkeys</li> <li>sääntöjen noudattaminen, yhteistyökyky</li> </ul> </li> <li>tavoitteena oppilaan henkinen kasvu***               <ul style="list-style-type: none"> <li>motivaatio, itseluottamus, vastuunotto</li> </ul> </li> </ul>
<b>Opetus-opiskelu-oppimisprosessin järjestäminen</b>		<ul style="list-style-type: none"> <li>opiskeltavan sisällön jakautuminen osa-alueisiin*</li> <li>opiskeltavan sisällön haasteellisuuden kasvu prosessin edetessä*</li> <li>oppitunnin rakenne               <ul style="list-style-type: none"> <li>uuden opetus + harjoittelu*</li> <li>rakenteen vaihtelu prosessin vaiheen mukaisesti</li> </ul> </li> </ul>
<b>Opetus- ja opiskelutilanteiden vuorovaikutus</b>		<ul style="list-style-type: none"> <li>opettajakeskeistä opetusta*               <ul style="list-style-type: none"> <li>kohdistuu sisällön hallintaan sekä kognitiivisten tavoitteiden saavuttamiseen*</li> <li>opettajakeskeistä vuorovaikutteista opetusta***, jolloin koko luokka työskentelee aktiivisesti</li> </ul> </li> <li>oppilaskeskeistä harjoittelua*               <ul style="list-style-type: none"> <li>kohdistuu sisällön hallintaan sekä sosiaalis-affektiivisten tavoitteiden saavuttamiseen*</li> <li>oppilaskeskeistä tehtäviä antavaa opetusta, jolloin oppilasparit** työskentelevät aktiivisesti</li> </ul> </li> </ul>

\*) kaikille opettajille yhteinen toiminnan piirre

\*\*) ko. opettajan toiminnan erityispiirre

\*\*\*)) toiminnan piirre esiintyy kaikissa oppitunnin sisältämissä opetuksellisissa vaiheissa

### 10.4.3 Opettaja B:n toimintatapa

Matematiikan opetuksessa ja opiskelussa Opettaja B pyrki *sisältöjen ja toimintatapojen hallinnan* ohella erityisesti matemaattisen *ajattelun* kehittämiseen sekä *sosiaalis-affektiivisten* tavoitteiden saavuttamiseen. Matemaattisen ajattelun kehittämässä on oleellista tiedostaa ajattelun toisaalta looginen ja toisaalta luova luonne. Sosiaalis-affektiivisten tavoitteiden osalta keskeistä on opiskelu- ja sosiaalisten taitojen kehittäminen sekä oppilaan henkinen kasvu.

Opetuksen ja opiskelun Opettaja B järjesti *monipuolisesti ja vaihtelevasti*. Oppituntien rakenne vaihteli merkittävästi ja tunnit sisälsivät *uuden opetuksen ja harjoittelun* lisäksi myös *kertausta, soveltamista ja arviointia*. Huomattavaa oli vähäinen harjoittelun määrä, kun taas arviointia ilmeni muita opettajia enemmän. Kokonaisuutena opetus-opiskelu-oppimisprosessin rakenne perustui jatkuvasti *vuorotteleviin uuden opetukseen ja sitä vahvistavaan kertaukseen sekä itsenäisiin soveltamiseen liittyviin oppitunteihin*. Kaikille ominaiseen tapaan myös Opettaja B käsitteli opiskeltavaa matemaattista sisältöä *pienemmissä ja haasteellisemmaksi muuttuvissa osissa*. Erityistä kuitenkin oli opiskeltavan aiheen *pohdinta ja erittely* ennen varsinaista opetusta sekä aiheen *laajentaminen ja soveltaminen* muihin yhteyksiin tämän jälkeen.

Uuden opetus, kertaaminen ja harjoittelu perustuivat kaikille opettajille tyypilliseen tapaan *aiemmin opiskelluille sisällöille* vaatien oppilailta *tiettyjen ratkaisutapojen* käyttöä ja *kommunikointia*. Erityistä Opettaja B:n toiminnassa oli vähäinen arkielämän tilanteiden hyödyntäminen sekä sisällön esittäminen pitkälti matemaattisten *symbolien* avulla. Kaikille opettajille yhteinen johdattelun, soveltamisen ja arvioinnin monipuolisuus korostui Opettaja B:n kohdalla erityisesti. Näissä vaiheissa hän toi esiin opetuksen ja opiskelun *tavoitteita* sekä perusti opetuksen opiskelun usein erityisesti *ongelmakeskeisyydelle*, mutta myös *toiminnallisuudelle*. Kaiken kaikkiaan opetus- ja opiskelutoiminta vaati oppilailta *tiettyjen ratkaisutapojen hyödyntämisen* lisäksi, *ongelmanratkaisutaitoja*, jatkuvaa ajattelu- ja toimintatapojen *perustelemista* ja siten erityisesti *kommunikointitaitoja*, muttei juuri käsitteenmäärittelyä.

Vuorovaikutukseltaan oppitunnit olivat uuden opetuksen ja kertauksen osalta *opettajakeskeisiä* ja vuorovaikutteisia sekä harjoitellessa *oppilaskeskeisiä* ja tehtäviä antavaa opetusta, kuten yleensäkin oli ominaista. Opettajan B:n tunneilla painottui kuitenkin *oppilaskeskeisyys*, jolloin oppilaat *yksin tai pareittain* ratkoivat *oppikirjan tehtäviä* harjoitellakseen ja soveltaakseen.

Yleisesti Opettaja B:n pedagogisessa toiminnassa ilmeni teemoja, jotka liittyivät *matematiikkaan* – hallittaviin sisältöihin, tiedon elementteihin ja rakentumiseen sekä matemaattisen ajatteluun – *sosiaalis-affektiivisiin* tekijöihin, *opetus-opiskelu-oppimisprosessin järjestämiseen* sekä *vuorovaikutukseen* (ks. taulukko 10.6). Näistä teemoista *ajattelun* kehittyminen sekä *sosiaalis-affektiiviset* tekijät esiintyivät merkittävinä *tavoitteina*. Tavoitteena ilmenivät myös *sisältöjen hallinta* sekä tietoisuus *tiedon elementeistä ja rakentumisesta*, mutta ne esiintyivät myös opetuksen ja opiskelun *lähtökohtana, kontekstina* ja oppilailta vaadittuina matemaattisina *prosesseina*. Opetuksen järjestäminen

näkyi oppituntien rakenteen huomattavana vaihteluna sekä opiskeltavan sisällön osittumisena ja haasteellisuuden kasvuna. Vuorovaikutuksessa merkittävää oli ilmeinen *oppilaskeskeisyyden* korostuminen. Erona muihin Opettaja B:n toiminnassa matemaattisen tiedon merkitys ei yhtälailla tullut esiin.

**Taulukko 10.6.** Pedagogisessa toiminnassa ilmenevät yleiset teemat, Opettaja B.

TEEMA		PEDAGOGISEN TOIMINNAN PIIRTEET
<i>Matematiikka</i>	Matemaattisen sisällön hallinta	<ul style="list-style-type: none"> <li>tavoitteena matemaattisten tietojen ja taitojen omaksuminen*/***</li> <li>matemaattiset toimintatavat ja prosessit               <ul style="list-style-type: none"> <li>ratkaisutapojen harjoittelu, hallinta ja hyödyntäminen*</li> <li>matemaattisen tiedon esittäminen symbolein**</li> </ul> </li> <li>kommunikointi*/**/**               <ul style="list-style-type: none"> <li>matematiikan kirjoittaminen, puhuminen ja kuunteleminen</li> <li>tiedon ilmaisu välineiden, kuvien ja symbolien** avulla</li> </ul> </li> <li>ongelmanratkaisu               <ul style="list-style-type: none"> <li>ongelmakeskeisyys opetuksen ja opiskelun lähtökohtana**</li> <li>oppilailta vaadittava matemaattinen prosessi</li> </ul> </li> <li>osaamisen varmistaminen               <ul style="list-style-type: none"> <li>kertaus ja arviointi keskeisiä opetuksellisia vaiheita**</li> </ul> </li> </ul>
	Matemaattinen tiedonkäsitys	<ul style="list-style-type: none"> <li>tavoitteena tiedonkäsitteen kehittyminen***</li> <li>tiedon rakentuminen               <ul style="list-style-type: none"> <li>aiemmin opiskeltu opetuksen ja opiskelun lähtökohtana*/***</li> </ul> </li> <li>käsitteenmuodostusprosessi               <ul style="list-style-type: none"> <li>toiminnallisuus opetuksen ja opiskelun lähtökohtana</li> <li>välineet ja havainnollistaminen*** jatkuvana tukena</li> </ul> </li> </ul>
	Matemaattinen ajattelu	<ul style="list-style-type: none"> <li>tavoitteena matemaattisen ajattelun kehittyminen*/***</li> <li>ajattelu- ja ratkaisutapojen tiedostaminen ja niiden perusteleva oppilailta vaadittava matemaattinen prosessi***</li> <li>ajattelun loogisuuden ja luovuuden ilmentäminen</li> </ul>
<i>Sosiaalis-affektiiviset tekijät</i>		<ul style="list-style-type: none"> <li>tavoitteena opiskelu- ja sosiaalisten taitojen kehittyminen**/**</li> <li>oma-aloitteisuus, keskittyminen, sitkeys               <ul style="list-style-type: none"> <li>sääntöjen noudattaminen, yhteistyökyky</li> </ul> </li> <li>tavoitteena oppilaan henkinen kasvu**/**               <ul style="list-style-type: none"> <li>motivaatio, itseluottamus, vastuunotto</li> </ul> </li> <li>tietoisuus tavoitteista opetuksen ja opiskelun lähtökohtana**</li> </ul>
<i>Opetus-opiskelu-oppimisprosessin järjestäminen</i>		<ul style="list-style-type: none"> <li>opiskeltavan sisällön jakautuminen osa-alueisiin*</li> <li>opiskeltavan sisällön haasteellisuuden kasvu prosessin edetessä*</li> <li>opiskeltavan sisällön erittely opetuksen ja opiskelun aluksi sekä aiheen laajentaminen ja soveltaminen tämän jälkeen**</li> <li>oppituntin rakenne               <ul style="list-style-type: none"> <li>uuden opetus + harjoittelu* tai kertaus + arviointi**</li> <li>uuden opetuksen ja kertauksen jatkuva vuorottelu**</li> <li>rakenteen vaihtelu prosessin vaiheen mukaisesti</li> </ul> </li> </ul>
<i>Opetus- ja opiskelutilanteiden vuorovaikutus</i>		<ul style="list-style-type: none"> <li>opettajakaskeista opetusta*               <ul style="list-style-type: none"> <li>kohdistuu sisällön hallintaan sekä kognitiivisten tavoitteiden saavuttamiseen*</li> <li>opettajakaskeista vuorovaikutteista opetusta***, jolloin koko luokka työskentelee aktiivisesti</li> </ul> </li> <li>oppilaskaskeista harjoittelua*               <ul style="list-style-type: none"> <li>kohdistuu sisällön hallintaan sekä sosiaalis-affektiivisten tavoitteiden saavuttamiseen*</li> <li>oppilaskaskeista** tehtäviä antavaa opetusta, jolloin oppilasparit työskentelevät aktiivisesti</li> </ul> </li> </ul>

\*) kaikille opettajille yhteinen toiminnan piirre

\*\*) ko. opettajan toiminnan erityispiirre

\*\*\*) toiminnan piirre esiintyy kaikissa opettajan sisältämissä opetuksellisissa vaiheissa



#### 10.4.4 Opettaja C:n toimintatapa

Kaikkien opettajien keskeisin matematiikan opetuksen ja opiskelun tavoite oli *sisältöjen ja toimintatapojen hallinta*, mutta Opettaja C:n toiminnassa tämä korostui huomattavasti muita enemmän. Tällöin opiskelu keskittyi perustietojen ja -taitojen hallintaan sekä monipuolisten tiedonprosessointi-, ongelmanratkaisu- ja kommunikointitaitojen kehittämiseen. Sisältöjen ja toimintatapojen opiskelun ohella Opettaja C:n toiminnalle oli ominaista muiden opettajien tapaan pyrkimys myös *kognitiivisten ja sosiaalis-affektiivisten* tavoitteiden saavuttaminen, mutta kuitenkin vähäisemmässä määrin.

Opetus-opiskelu-oppimisprosessin Opettaja C järjesti siten, että se koostui jo tuttujen sisältöjen kertaamisesta sekä uusien asioiden opiskelusta. Oppitunnit rakentuivat samalla tavoin läpi koko prosessin sisältäen kaikille opettajille ominaisten *uuden opetuksen ja harjoittelun* lisäksi myös *johdattelua ja kertautusta*. Muihin opettajiin nähden erityistä Opettaja C:n toiminnassa oli soveltamisen vähäisyys. Prosessin aikana opiskeltava sisältö jakautui tyypillisesti *pienempiin ja haasteellisemmaksi muuttuviin osa-alueisiin*, mutta keskeistä opetuksessa olivat Opettaja C:n hyödyntämät *analogiat ja vertailut* liittyen käsitteiden välisiin suhteisiin sekä matematiikan ja arkielämän yhteyksiin.

Opettaja C perusti opetuksensa muiden opettajien tapaan *aiemmin opiskeluille sisällöille*. Erityisesti hänen opetuksessaan kuitenkin korostuivat *arkielämän tilanteiden käyttö* opetuksen ja opiskelun lähtökohtana sekä, merkittävämmän kuin muilla, tarkasteltavan oppiaineksen esittäminen *todellisen elämän kontekstissa*. Toisaalta opetuksessa saatettiin *edetä suoraan* opiskeltavan sisällön käsittelyyn sitä erityisemmin pohjustamatta ja muihin opettajiin verrattuna varsin harvoin opetus perustui toiminnallisuuteen tai konkreettien välineiden käyttöön. Kuten jo kävi ilmi, Opettaja C hyödynsi opetuksessaan vertailua ja analogioita. Näin ollen opiskelu vaati oppilailta, *tiettyjen ratkaisutapojen ja kommunikoinnin* lisäksi, erityisesti *käsitteiden ja niiden välisten suhteiden määrittelyä*. Lisäksi, tyypillisesti harjoittelun, soveltamisen ja arvioinnin yhteydessä, Opettaja C oli kiinnostunut kuulemaan oppilaiden *perusteluita* omiin ajattelu- ja ratkaisutapoihinsa liittyen. Varsinaista ongelmanratkaisua oppitunneilla ei muihin opettajiin verrattuna kuitenkaan juuri ilmennyt.

Vuorovaikutus oli oppitunneilla samankaltaista kuin muillakin opettajilla, jolloin *opettajakeskeisyys* ja vuorovaikutteinen opetus liittyivät uuden opetuksen ja kertaukseen, harjoittelun ollessa *oppilaskeskeistä* ja tehtäviä antavaa opetusta. Opettaja C:n toiminnassa painottui kuitenkin voimakkaasti *opettajan vastuu* opiskelun etenemisestä, tosin *vuorovaikutuksessa koko luokan kanssa*.

Edellä esitettyyn perustuen voidaan todeta, että Opettaja C:n pedagogisessa toiminnassa havaittavat yleiset teemat liittyivät toisaalta *matematiikkaan* – sen keskeisiin sisältöihin, tiedon elementteihin ja rakentumiseen, matemaattisen ajattelun perusteisiin ja luonteeseen sekä tiedon merkitykseen – ja toisaalta *opetus-opiskelu-oppimisprosessin järjestämiseen* sekä *vuorovaikutukseen* (ks. taulukko 10.7). Näistä teemoista erityisesti matemaattisten *sisältöjen hal-*

*linta* esiintyi opetuksen ja opiskelun keskeisenä *tavoitteena*, kun taas muut matematiikkaan liittyvät teemat – *tiedonkäsitys, ajattelu ja merkitys* – ilmeni-  
vät opetuksen ja opiskelun *lähtökohtana, kontekstina* ja oppilailta vaadittuina  
matemaattisina *prosesseina* sekä tiettyinä muina Opettaja C:lle tyypillisinä  
toiminnan piirteinä, kuten *analogioiden ja vertailujen hyödyntämisenä*. Ope-  
tus-opiskelu-oppimisprosessin järjestäminen ilmeni *oppituntien rakenteen*  
*samankaltaisuutena* läpi koko prosessin opiskeltavan *sisällön osittumisena ja*  
*haasteellisuuden kasvuna*. Vuorovaikutuksessa keskeistä oli *tasapainoilu*  
*opettaja- ja oppilaskeskeytyden välillä*. Muihin opettajiin verrattuna huomati-  
tavaa oli, että *sosiaalis-affektiivinen ulottuvuus ei tullut Opettaja C:n toimin-*  
*nassa yhtä merkittävästi esille*.

**Taulukko 10.7.** Pedagogisessa toiminnassa ilmenevät yleiset teemat, Opettaja C.

TEEMA		PEDAGOGISEN TOIMINNAN PIIRTEET
<b>Matematiikka</b>	Matemaattisen sisällön hallinta	<ul style="list-style-type: none"> <li>tavoitteena matemaattisten tietojen ja taitojen omaksuminen*/**/*</li> <li>matemaattiset toimintatavat ja prosessit               <ul style="list-style-type: none"> <li>ratkaisutapojen harjoittelu, hallinta ja hyödyntäminen*</li> </ul> </li> <li>kommunikointi*/**/*               <ul style="list-style-type: none"> <li>matematiikan kirjoittaminen, puhuminen ja kuunteleminen</li> <li>tiedon ilmaisu välineiden, kuvien ja symbolien avulla</li> </ul> </li> </ul>
	Matemaattinen tiedonkäsitys	<ul style="list-style-type: none"> <li>tiedon elementit               <ul style="list-style-type: none"> <li>käsitteenmäärittely</li> <li>käsitteiden välisten suhteiden määrittely**</li> </ul> </li> <li>tiedon rakentuminen               <ul style="list-style-type: none"> <li>aiemmin opiskeltu opetuksen ja opiskelun lähtökohtana*/**/*</li> <li>käsitteiden rakentuminen toistensa varaan ja analogisuus**</li> </ul> </li> <li>käsitteenmuodostusprosessi               <ul style="list-style-type: none"> <li>havainnollistaminen jatkuvana tukena***</li> </ul> </li> </ul>
	Matemaattinen ajattelu	<ul style="list-style-type: none"> <li>ajattelu- ja ratkaisutapojen tiedostaminen ja niiden perusteleva oppilailta vaadittava matemaattinen prosessi</li> <li>ajattelun loogisuuden ja luovuuden ilmentäminen</li> </ul>
	Matematiikan merkitys	<ul style="list-style-type: none"> <li>matematiikan merkityksen havaitseminen eri yhteyksissä***</li> <li>matematiikan yhteys todelliseen elämään               <ul style="list-style-type: none"> <li>todellisen elämän tilanteet opetuksen ja opiskelun lähtökohtana ja kontekstina**/*</li> </ul> </li> </ul>
<b>Opetus-opiskelu-oppimisprosessin järjestäminen</b>		<ul style="list-style-type: none"> <li>opiskeltavan sisällön jakautuminen pienempiin osa-alueisiin*</li> <li>opiskeltavan sisällön haasteellisuuden kasvu prosessin edetessä*</li> <li>oppituntien rakenne               <ul style="list-style-type: none"> <li>johdattelu + uuden opetus/kertaus + harjoittelu**</li> <li>rakenne samankaltainen riippumatta prosessin vaiheesta**</li> </ul> </li> </ul>
<b>Opetus- ja opiskelutilanteiden vuorovaikutus</b>		<ul style="list-style-type: none"> <li>opettajakaskeista opetusta*/**               <ul style="list-style-type: none"> <li>kohdistuu sisällön hallintaan sekä kognitiivisten tavoitteiden saavuttamiseen*</li> </ul> </li> <li>opettajakaskeista vuorovaikutteista opetusta***, jolloin koko luokka*** työskentelee aktiivisesti</li> <li>oppilaskaskeista harjoittelua*               <ul style="list-style-type: none"> <li>kohdistuu sisällön hallintaan sekä sosiaalis-affektiivisten tavoitteiden saavuttamiseen*</li> <li>oppilaskaskeista tehtäviä antavaa opetusta, jolloin oppilasparit työskentelevät aktiivisesti</li> </ul> </li> </ul>

\*) kaikille opettajille yhteinen toiminnan piirre

\*\*) ko. opettajan toiminnan erityispiirre

\*\*\*)) toiminnan piirre esiintyy kaikissa oppituntien sisäisissä opetussuunnitelmissa

## 11 Luokanopettajan pedagoginen ajattelu matematiikan opetuksessa

Luokanopettajan matematiikan opetukseen liittyvän *pedagogisen ajattelun* ilmentämiseksi esitin kaksi tarkentavaa tutkimuskysymystä:

2.1 *Mitä näkemyksiä ja perusteita opettaja liittää toimintaansa?*

2.2 *Miten opettaja jäsentää didaktista päätöksentekoaan?*

Kaiken kaikkiaan opettajan pedagogista ajattelua paljastavan stimulated recall-haastatteluaineiston analyysin tavoitteena oli syventää opettajan toimintaa kuvaavan videoaineiston analyysin tuottamaa ymmärrystä matematiikan opetuksesta. Selvitin kunkin opettajan omaan pedagogiseen toimintaansa liittämiä näkemyksiä sekä heidän toiminnalleen esittämiä perusteluita analysoimalla haastatteluaineiston teoriasidonnaisesti. Analyysi perustui edellisessä luvussa 10 kuvattuihin ja määriteltyihin opettajien pedagogisiin toimintatapoihin sekä heitä yhdistäviin piirteisiin, mutta tavoitteena oli tuottaa myös uusia näkökulmia matematiikan opetuksen tarkasteluun.

Analyysin lopputulemana esitin kunkin opettajan ajattelutavan pää- ja alateemoista koostuvan luokituksen muodossa. Kysymykseen siitä, miten opettaja jäsentää didaktista päätöksentekoaan, vastasin etsimällä näiden teemojen välisiä yhteyksiä ristiintaulukoinnin avulla ja esittämällä tämän tiedon käsitekartan muodossa.

Lopulta nämä tarkastelut yhdessä sekä opettajien välisten ajattelun samankaltaisuuksien ja erojen määrittely vastasivat toiseen päätutkimuskysymykseeni siitä, millaisena luokanopettajan pedagoginen ajattelu ilmenee matematiikan opetuksessa.

### 11.1 Opettaja A:n pedagogisen ajattelun kuvaus

#### 11.1.1 Opettaja A:n pedagogiseen toimintaansa liittämät näkemykset ja perusteet

Opettaja A:n pedagogisen ajattelun teoriasidonnainen tarkastelu perustui hänen pedagogisessa toiminnassaan ilmenneisiin teemoihin, jotka liittyivät 1) matemaattisten tietojen ja taitojen hallintaan, 2) matemaattisen tiedon elementteihin ja rakentumiseen, 3) matemaattisen tiedon merkitykseen, 4) matematiikan opetuksen ja opiskelun sosiaalis-affektiivisiin tavoitteisiin, 5) opetus-opiskelu-oppimisprosessin etenemiseen ja sisällön rakentumiseen prosessin kuluksessa sekä 6) opetus- ja opiskelutilanteiden vuorovaikutukseen (ks. tarkemmin luku 10.4.2 sekä liite 10.1a).

Opettaja A:n matematiikan opetukseen liittyvä pedagoginen ajattelu jakautui analyysin myötä sisällöllisesti kahdeksaan keskeiseen teemaan, jotka jakautuivat edelleen alateemoiksi kuvaten yksityiskohtaisemmin Opettaja A:n matematiikan opetukseen liittämiä näkemyksiä ja opetuksen toteuttamisen perusteita hänen omassa toiminnassaan. (ks. taulukko 11.1).

**Taulukko 11.1.** Pedagogisen ajattelun jakautuminen luokanopettajan omaan toimintaansa liittämiä näkemyksiä ja perusteita kuvaaviksi pää- ja alateemoiksi, Opettaja A.

PÄÄTEEMA	kpl	%	ALATEEMAT	kpl	%
1. Matemaattisten tietojen ja taitojen hallinta	63	14	1.1 Tavoitteena ymmärrys	1	0
			1.2 Kommunikointi	16	4
			1.2.1 matematiikan kirjoittaminen	(6)	
			1.2.2 matematiikan puhuminen	(10)	
			1.3 Oppilasarviointi	46	10
2. Matemaattisen tiedon elementit ja rakentuminen	73	16	1.3.1 opettajan suorittama arviointi	(29)	
			1.3.2 oppilaiden saama palaute	(17)	
			2.1 Ennakkokokäsitukset ja aiemmin opiskellut sisällöt opetuksen ja opiskelun lähtökohtana	11	2
			2.2 Toiminnallisuuden ja konkreetin hyödyntäminen opetuksessa ja opiskelussa	62	14
3. Matemaattisen ajattelun perusteet ja luonne	51	11	3.1 Ajattelun ilmentäminen	26	6
			3.2 Ajattelun luonne	25	5
			3.2.1 loogista	(9)	
			3.2.2 luovaa	(11)	
			3.2.3 käsitteellistä	(1)	
4. Matemaattisen tiedon merkitys	17	4	3.2.4 kriittistä ja perusteltua	(4)	
			4.1 Tavoitteena matematiikan merkityksen tiedostaminen	4	1
			4.2 Merkitys eri yhteyksissä	8	2
			4.2.1 arkielämässä	(3)	
			4.2.2 matematiikassa	(5)	
5. Matematiikan opetuksen ja opiskelun sosiaalis-affektiiviset tavoitteet	61	14	4.3 Motivoiva ja oppimista edistävä tekijä	5	1
			5.1 Opiskelu- ja sosiaaliset taidot	39	9
			5.1.1 oma-aloihteisuus	(12)	
			5.1.2 keskittyminen	(17)	
			5.1.3 sääntöjen noudattaminen	(5)	
6. Opetus-opiskelu-oppimisprosessin eteneminen ja sisällön rakentuminen	49	11	5.1.4 yhteistyötaidot	(5)	
			5.2 Oppilaan henkinen kasvu	22	5
			5.2.1 motivaatio	(10)	
			5.2.2 itseluottamus	(2)	
			5.2.3 vastuunotto	(10)	
7. Opetus- ja opiskelutilanteiden vuorovaikutus	90	20	6.1 Opetuksen ja opiskelun monipuolisuus	39	9
			6.2 Sisällön haasteellisuus	10	2
			7.1 Opettajakeskeisyys	29	6
			7.1.1 opettajan vastuu	(5)	
			7.1.2 luokan aktiivinen rooli	(11)	
8. Oppilaiden henkinen hyvinvointi ja turvallinen oppimisympäristö	46	10	7.1.3 vuorovaikutteinen opetus	(13)	
			7.2 Oppilaskeskeisyys	61	14
			7.2.1 oppilaiden vastuu	(13)	
			7.2.2 oppilaiden aktiivinen rooli	(19)	
			7.2.3 tehtäviä antava opetus	(29)	
			8.1 Oppilaiden henkiset ongelmat	19	4
			8.1.1 ahdistuminen	(11)	
			8.1.2 ajatus yksin pärjäämisestä	(7)	
			8.2 Opiskelun ongelmakohdat	20	4
			8.2.1 virheisiin suhtautuminen	(6)	
			8.2.2 ongelmien ennakointi	(14)	
			8.3 Oppitunnin tunnelma	7	2

Seuraavaksi kuvailen tarkemmin jokaista pääteemaa sekä niiden sisältämiä alateemoja. Esitän myös aineistolainauksia Opettaja A:n stimulated recall -haastatteluista, jotka edelleen havainnollistavat kunkin teeman sisältöä. Näin pyrin saamaan näkyväksi Opettaja A:n pedagogista ajattelua, joka vaikuttaa hänen toimintansa taustalla matematiikan opetuksen ja opiskelun yhteydessä.

### *1. Matemaattisten tietojen ja taitojen hallinta*

Ensimmäinen pääteema sisältää Opettaja A:n esittämiä näkemyksiä ja perusteita, jotka kertovat, mitä seikkoja hän pitää tärkeänä matemaattisten tietojen ja taitojen hallinnassa sekä miksi ja miten oppilaiden osaamista tulisi arvioida. Opiskeltavista sisällöistä Opettaja A nostaa erityisesti esille ymmärtämisen sekä kommunikoinnin taidon.

#### *1.1 Tavoitteena ymmärrys*

Opettaja A toteaa, että matemaattisten sisältöjen oppimisen edellytys on ymmärtäminen, jota ei voi korvata pelkällä mekaanisella harjoittelulla. Ymmärtämistä edistävät hänen mukaansa esimerkiksi toiminnallisuus ja konkretian hyödyntäminen, matematiikan puhuminen erityisesti oppilaiden omalla matemaattisella kielellä sekä opettajan tuki, ohjaus ja asioiden kertaaminen.

*A: Ei se [mekaaninen laskeminen] yksin auta [jakolaskujen opiskelussa], mut kyl se joissain tilanteissa auttaa. Esimerkiksi, kun opetellaan kertomaan tai jakamaan tuhannella, sadalla ja kymppillä, ja kun sitä tekee enemmän, niin siihen tulee varmistus, että "Ahaa, näin se menee". Että ei se sitä ymmärtämistä... Jos sitä asiaa ei tajuu, niin ei sitä sitten tajuu, vaikka sitä tekis 200 semmoista laskuu. (A4/13\_151&152)*

*A: Jenni tuolla oli hieman sekaisin siitä, että miten nää pilkut menee ja nää litrat ja desilitrat. Sillehän mä hain – kun se kysy apua – nää palat avuksi ja sitten niiden kautta se hoksas sen. -- (A9.5/6\*\*\_344&345&346)*

*A: Tässä tulee tää ahdistuskohta. Sen on ihan kauhean vaikea ymmärtää, vaikka mä kuinka näytän. -- Tossa olis varmaan ihan kauhean paljon helpompi ymmärtää, jos jonkun oppilas pistäis tohon... Mä neuvon ton niin hyvin kuin mä ikinä voin, mut hän ei suostu ymmärtämään. Joku oppilas, joka selittää ton vähän eri tavalla, saattas saada hänet tajuamaan.-- (A4.4/6\_166&167)*

#### *1.2 Kommunikointi*

Opettaja A pitää kommunikointia – matematiikan kirjoittamista ja puhumista – merkittävänä matemaattisena taitona. Hänestä on tärkeää, että oppilaat oppivat kirjoittamaan matematiikkaa, koska se edistää abstraktin ajattelun kehittymistä, mutta on myös välttämätön taito niin matematiikassa kuin arkielämässäkin. Kirjoittamisessa tulee huomioida sen täsmällisyys, koska matematiikassa on omat täsmälliset symbolit sekä kuvaus- ja merkintätapansa.

*A: -- Sitä [taitoa kirjoittaa matematiikkaa] tarvii monessa tilanteessa elämässä myöhemminkin. Ja se on tie sitten siihen, että siirrytään astetta teoreettisemmalle tasolle. - Ne asiat kohtaa mun mielestä siinä. Selitykset on selityksiä, ja laskut on laskuja, mutta jos ne selitykset ei missään vaiheessa muutu laskun ja matemaattisen esityksen muotoon, niin ei sit mikään muukaan kohtaa. (A11.4/5\*\*\*\_414&415&416)*

*T: Miks diagrammia ei saanu piirtää kädellä? Miks viivottimella?*

*A: No, kun se on tollanen täsmällinen kuvaustapa muutenkin. Ne pisteet pistetään just kohdalleen eikä melkein. Ei sitä täsmällistä diagrammia huiskita käsivaraisesti. Vaikka mä oon aika vapaamuotoinen täs opettamisessa, niin sitten kyllä tollaset asiat pitää tehdä täsmällisesti. (A4.4/6\_164)*

*T: Arttu kysy jossain vaiheessa, että tarteeo olla lasku merkitty [sanallisissa tehtävissä]. Sä sanoit, että täytyy olla. Miksi?*

*A: Mä en muuten tiedä, miten hän on laskenut. Ja se, että omat ajatukset pukee numeroiksi ja matemaattisiksi laskutoimituksiksi, on hyvin tärkeää. Voi selittää sanallisesti ja ymmärtää aivan hienosti, mut jos on matematiikasta kyse, niin matematiikassa on omat symbolinsa, merkkinsä ja toimituksensa. Tarkoitus on, että näitä arkielämän asioita matematiikassa puristetaan tähän muotoon. (A11.4/5\*\*\*\_411&412&413)*

Matematiikan puhuminen on Opettaja A:n näkemyksen mukaan tärkeää ylipäätään sen vuoksi, että kieli on ajattelun väline. Lisäksi matematiikan puhuminen kertaa opiskeltuja asioita ja edistää niiden syvällistä ymmärtämistä.

*T: Miksi oppilaat sanoivat jokainen oman lukunsa ääneen?*

*A: Ne oli itse tehnyt noi molemmat merkinnät ja oppineet sen asian. Ja sitten vielä se kertautuu mun mielestä noin. Sitten tulee oikein sanottuna se desimaaliluku ja yksikkö. Tyhmää ois ollu, jos mä olisin sanonut noi ääneen. -- (A12.3/5\*\*\*\_439&440)*

*T: Onko tolla jokin merkitys, kun noita matemaattisia merkintöjä sanotaan ääneen?*

*A: On sillä mun mielestä merkitys En tiedä mikä, mutta ylipäänsä matematiikan puhuminen. Kyllähän sä aina, kun sanot jotain ääneen, niin sit se, että sä sanot sen oikein tai sanoiko sä sen oikein, niin se vaikuttaa siihen, miten sä sen ymmärrät. Kuitenkin se kieli on sen ajattelun väline. (A12.3/5\*\*\*\_441&442)*

Opettaja A huomauttaa, että matematiikkaa voi kuitenkin puhua monin eri tavoin. Varsinainen matematiikan termistö ei aina ole oppilaille ymmärrettävää, kun taas oppilaiden omien kokemusten pohjalta syntynyt, heidän oma matemaattinen kielensä voi selvittää opiskeltavia asioita aivan toisella tavalla. Lisäksi arkielämän puhekielessä käytetään myös omia matemaattisia termejä.

*T: Mistä se voi johtua, että kaveri osaskin selittää paremmin kuin opettaja?*

*A: No ne puhuu vähän eri kieltä oppilas oppilaalle, kuin opettaja oppilaalle, lapsi lapselle tai aikuinen lapselle. Ehkä ne esimerkit ja sanat ja ne käsitteet on niin... tai ne löytää ne sieltä omasta elämästä, millä nämäkin asiat voi ratketa. (A3.2/3\_114)*

*T: Sä kerrot toisen lukutavan [yksi pilkku kolme] sen tutun lukutavan lisäksi. Miksi?*

*A: Tää on se lukutapa, millä desimaaliluvut tavallisesti sanotaan, jos ne on jossain tekstissä. Sanotaan "yksi pilkku kolme" eikä "yksi kokonaista kolme kymmenesosaa". Tän tunnin tavoitteena oli, että ne opitaan merkitsemään ja sanomaan. (A3.1/3\_92)*

### 1.3 Oppilasarviointi

Matemaattisten tietojen ja taitojen hallintaan liittyy oleellisena osana oppilasarviointi. Opettaja A toteaa, että arvioinnin tavoitteena on selvittää oppilaiden sisällönhallintaa, mutta myös opiskeltujen matemaattisten tietojen ja taitojen ymmärtämistä sekä oppilaiden työskentelyä ja keskittymistä. Lisäksi

Opettaja A arvioi omaa toimintaansa suhteessa oppilaiden opiskeluun ja sen edistymiseen määritelläkseen mm. kertaamisen tarvetta.

*A: Kokeessa oli hyvin samantyyppisiä tehtäviä kuin kirjassa. Oli desinmaalipaloista kuvia ja piti ilmoittaa se desimaalilukuna. Ja sit oli yhteen- ja vähennyslaskuja. Sit piti ympyröidä suuremmat kuin kolme ja pienemmät kuin joku. Sitä desimaalilukujen suuruuden vertailua. -- Ne oli ihan perustehtäviä. Ei ollu yhtään sanallista tai ongelmaa. Niiden tarkoitus oli perustaitojen kartoittaminen. Ei mikään muu. (A8/13\_291)*

*A: Mä mietin tossa sitä, että mä haluan nähdä, että kaikki pääsee siihen tehtävään käsiiksi ja ymmärtää, mitä pitää tehdä. Ja osaa kaverin kanssa puhua noista asioista. Mä mietin, että mun pitää ehtiä jokaisen parin luokse. Ja pitää kokoajan huolta siitä, että kukaan ei jää ulos tehtävästä, vaan on siinä ja tekee sitä hommaa. (A3.2/3\_107)*

*A: Tästä selvästi huomaa, että ei se noitten päähän oo menny, ehkä muutamana aluksi, mutta ei sitten jatkossa. -- Puolet ei seuraa. (A10.2/4\_366)*

*A: Mun mielestä noi jakotunnit sujuu hyvin. Se on aina kun tunnin pitää uudestaan, niin siinä ehtii päivän aikaan ajatella, että mitä vois tehdä toisin. Mitä ehkä ois järkevämpää tehdä sen perusteella, miten oppilaat näyttää sen asian omaksuvan. (A1/13\*\_1)*

Opettaja A:n käyttämiä arvioinnin keinoja ja perusteita ovat sekä opettajan oma toiminta – kuten kyseleminen, kuunteleminen ja havainnointi – että oppilaiden toiminta, johon kuuluu erilaisten ja eritasoisten tehtävien ja kokeiden lisäksi myös muu oppilaiden toiminta. Oppituntien kulussa Opettaja A seuraa oppilaiden aktiivisuutta, esimerkiksi viittaamista ja oma-aloitteista kommentointia. Myös oppilaantuntemuksella on arvioinnissa keskeinen merkitys.

*A: Tässä mä pidin jotenkin takaraivossa... että katselin tota Ristoo, kun se on aika ulkona kuin lumiukko ja se hösää ja häsää kaikkea. Mut sen ymmärtäminen on joskus jotain ihan muuta, kun mitä siinä tehtävässä ajetaan takaa. (A3.2/3\_110)*

*A: Se yhden kokonaisen muodostaminen oli mun mielestä oppilailla hallussa. Mä yritin Tommia hämätä sillä, että kun lasketaan 0,8 ja 1,5, niin miksi siitä ei tuukaan 1,13, vaan jotain muuta ja hän osas sen selittää. -- Me oltiin seuraavaks siirtymässä kirjan tehtäviin, ja jos Tommi olis hämääntynyt, niin mä olisin vielä käsitellyt sen tyyppisiä tapauksia tuolla taululla tai oisin ottanu vielä noi välineet esiin. -- (A5.3/5\_204&205)*

*A: Tässä vaiheessa, kun jonkin aikaa on opetettu, hain itselleni vähän käsitystä siitä, miten opetus on mennyt perille. Aika hyvältä on näyttänyt pitkin matkaa, mutta siihen omaan tuntumaan ei voi luottaa, vaan tollasella lyhyellä, monipuolisesti näitä harjoiteltuja asioita kartottavalla testillä halusin siitä varmistua. -- (A8/13\_288)*

*A: Kyllä mä mielestäni saavutin tän tunnin tavoitteet, joo. Aika hyvin tossa pystyy, kun oppilaat tuntee, arvioimaan sitä että, miten ne tota asiaa ymmärtää. Tuli vähän sellainen olo, että ois voinut jotain haastavampaakin sisältöä ottaa. -- (A5/13\_229&230)*

Opettaja A:n mukaan arviointia tulee pohtia myös oppilaiden omasta näkökulmasta käsin. Oppilaiden tulee saada palautetta omasta osaamisestaan ja työskentelystään, koska on tärkeää tiedostaa, mitä on opiskellut ja kuinka sen hallitsee. Oppilaat ovat luonnollisesti itsekkin kiinnostuneita omasta osaamisestaan ja kaipaavat opettajalta varmistusta ja positiivista palautetta. Opettaja A:n näkemyksen mukaan kannustaminen ja rohkaisu saavat oppilaat työsken-

telemään ahkerammin. Kaiken kaikkiaan hän uskoo, että opettajan positiivisen käsitys oppilaan kyvyistä, edistää oppilaan suoriutumista opiskelusta.

*A: -- Mulla on kokemuksia tällasista ennakkokäsitysjutuista aiemminkin. Oppilaat on tehnyt jostain ympäristö- ja luonnontiedon aihepiiristä tälläsen ja sit he on itse konkreettisesti huomannut, että he on oppinut jotain. Oppinut jotain uutta tai jotain syvällisemmin tästä asiasta, kun tääl koulussa on yhdessä opiskeltu. (A1.1/5\* \_12)*

*A: Tässä on semmoinen tilanne, että Lauri osais tehdä. Jos se tekis noita yksin, niin se ymmärtäis ihan täysin, mistä on kysymys. Mut se tavallaan halua tekea sille, että on ite ymmärtäny oikein. Tossakin se ite lukee ne ohjeet ja mä vaan seison siinä vieressä enkä sano sille yhtään mitään. Opettaja antaa vierihoitoa, ei muuta. -- (A2.5/5\* \_63)*

*A: Toi oli kiva, että Vilma on tossa aktiivisesti mukana. Sillä on aika heikko itsetunto monestakin syystä. Mulla oli sellanen ennakkokäsitys ekalle tullessa, että se on tosi taitava, pätevä ja näppärä ja kesti tosi kauan, että mä myönsin itselleni sen, että sillä on monissa asioissa vaikeuksia. Oon miettiny jälkeempäin, että kuinka paljon se mun olettamus siitä, että se pärjää, on vaikuttanut siihen, että se oikeastaan osaa aika paljon. Se on mun mielestäni mielenkiintoista. Päiväkodista tulleissa esitiedoissa luki, että tomera ja topakka tyttö. Mielessäni loin siitä sellaisen kuvan, että se on myös osaa-va, taitava ja pätevä. Tässä se kaipaa vähän rohkeisua ja sit se osaakin. (A6.2/5 \_244)*

## **2. Matemaattisen tiedon elementit ja rakentuminen**

Toinen pääteema sisältää Opettaja A:n esittämiä näkemyksiä ja perusteita liittyen matemaattisen tiedon elementteihin ja rakentumiseen. Teema sisältää erityisesti Opettaja A:n huomioita siitä, miten matemaattinen tiedonluonne huomioidaan opetuksen ja opiskelun järjestämisessä.

### **2.1 Ennakkokäsitykset ja aiemmin opiskellut matemaattiset sisällöt opetuksen ja opiskelun lähtökohtana**

Opettaja A pitää tärkeänä sitä, että matematiikan opetus ja opiskelu perustuvat oppilaiden ennakkokäsityksille ja heidän aiemmin opiskelemilleen sisällöille. Hän perustelee tätä näkemystään matemaattisen tiedon rakentumisen periaatteella, jonka mukaan uuden tiedon tulee aina liittyä oppilailla jo olemassa oleviin tietorakenteisiin. Näin toimien oppilaiden on myös mahdollista huomata matematiikan ilmeneminen ja merkitys – pelkän luvuilla laskemisen lisäksi – laajemmin todellisen elämän ilmiöiden ja tapahtumien yhteydessä.

*A: -- Mut mun mielestä täs alussa on just tärkeetä tehdä näkyväksi sitä, mitä he tällä hetkellä siit ajattelee. -- Sillä lapsella on se oma käsitys siitä desimaaliluvusta ja kaiken maailman "maalit", mitkä siihen liittyy ja ties mitkä muut jutut. Siks on tärkeetä, että se uus tieto jotenkin mukautuu siihen vanhaan eikä niin, että se vanha ja uus on ihan erillään toisistaan viel tän opiskelujaksonkin jälkeen. (A1.1/5\* \_11)*

*A: Muistutin oppilaita näistä miellekartoista sen takia, että Tommi oli vähän hämmennyt, että miten matematiikassa voi tällasta tehdä. Vaikka viime vuonna oli usein tällasia tehtäviä, että he piirsi laskutarinoita. Että tavallaan se matematiikka ei ois vain numeroiden kanssa pelaamista... että sitä voi käytellä vähän laajemmin -- (A1.1/5\* \_6)*



Opettaja A näkee, että oppilaiden ennakkokäsitysten selvittäminen on oleellista myös hänen oman toimintansa kannalta. Hän toteaa, että on kiinnostavaa tietää, mitä oppilaat ajattelevat, mutta se ohjaa myös hänen opetustaan. Tiedostaessaan oppilaiden ennakkokäsitykset ja ajattelutavat, opettaja voi ottaa ne opetuksessaan huomioon ja siten vaikuttaa oppilaiden ajatteluun. Opetuksen ja opiskelun tavoitteena Opettaja A pitää lopulta sitä, että oppilaiden käsitykset muuttuisivat yleisesti hyväksyttyä matemaattista tietoa vastaaviksi.

*A: Mun mielestä on ylipäänsä kiinnostavaa tietää, että mitä oppilaat uudesta asiasta ajattelee. Että onks niil mitään käsitystä, kun ihan uusi matematiikan käsite otetaan käyttöön saman tien. Ja se oli mulla ihan tarkoituksellista tossa, kun tehtiin noita miellekarttoja, ja tavallaan, että mitä oppilaat itte siitä... (A1.1/5\*\_4)*

*A: Mä käytän miellekarttoja sillä tavalla, että... Mulle oli yllätys noista miellekartoista ainakin se, että ruoka ja mittaamisasiat tulevat sinne noin voimakkaasti. Mä en ois ehkä osannu sitä huomioida niin paljon tai ajatella, että oppilaat yhdistää sen noihin mittaamisasioihin ja ruokadesiittuihin. Mä oisin ehkä suoraan vaan lähteny, että tää on desimaaliluku ei sen ihmeellisempää ja mahdollisemman pian siirtyny desimaalipalojen jälkeen siihen merkintään ja muuhun. (A2.1/5\*\_53)*

*T: Onko sun mielestä väliä siinä vaiheessa, että onko ne asiat oikein tai väärin siellä miellekartassa?*

*A: Ei mun mielestä tossa vaiheessa voi sanoa, että ois väärin. Se on sen lapsen käsitys sillä hetkellä siitä asiasta. Se on tärkeetä, että ne muuttuu todellisuutta vastaavaksi. Että käsitys desimaaliluvusta ois sitä, mitä se matematiikassa on. -- (A1.1/5\*\_10)*

## 2.2 Toiminnallisuuden ja konkretian hyödyntäminen opetuksessa ja opiskelussa

Oppilaiden ennakkokäsitysten selvittämisen lisäksi Opettaja A:n toiminta perustuu toiminnallisuuden ja konkretian käyttöön matematiikan opetuksen ja opiskelun tukena. Hän määrittelee konkretian ehdottomasti matematiikan opetukseen ja opiskeluun kuuluvaksi tekijäksi. Konkreettiset välineet havainnollistavat opiskeltavia matemaattisia käsitteitä ja niiden välisiä suhteita tarkoituksenmukaisella tavalla sekä liittävät uuden asian aiemmin opittuihin sisältöihin. Siten välineiden käyttö helpottaa opiskeltavan sisällön haltuunottoa, ongelmakohtien selvittämistä ja varmentaa osaamista. Lisäksi välineet toimivat ajattelun tukena ja osoittavat erilaisia mahdollisia ratkaisutapoja.

*A: Olen valinnut tämän oppikirjan siksi, että asia käsitellään ja esitellään monipuolisesti, olipa se mikä hyvänsä opetettava matematiikan sisältö. Ja siinä on aina konkretia mukana. Ja sit siinä on aina myöskin se laajempi viitekehys, mihiin matematiikka liittyy. Se ei oo vaan, että lukuja käännetään ja väännetään, vaan siinä on sadut ja arkipäivän tilanteet esitetty niin, että täällä se tulee sulle eteen. (A4/13\_147&148&149)*

*A: Mehun jakamisella tölkistä laseihin oli oikeesti sellainen merkitys, että yks litra, niin kuinka monta desiä siitä mehua saadaan. Litran ja desilitran välisen suhteen havainnollistaminen. (A9.2/6\*\*\_325)*

*A: Tää lukuyksikötaulukko oli vähän johdattelua siihen, että mä aioin tohon kohta piirtää ne kymmenesosat. Tämä on oppilaille entuudestaan tuttu ja halusin varmistaa, että he muistavat, että mistä olikaan kyse. Eli sen takia oli nää kokonaishuvut tossa aluksi. -- Tää tilanne eteni sitten aika nopeesti. Kaksi lukua mä tohon kirjoitin, niin ai-*

*ka nopeesti oli muistissa se, että mikä tossa oli systeemi. Eli mä pääsin aika pikaisesti uuteen asiaan mitä mä aioin opettaa. (A3.1/3\_81&82)*

*T: Sä kävit toisenkin kerran hakemassa noi mitta-astiat [avuksi oppilaille].*

*A: Se on musta, yksinkertainen tapa, kun en tarkalleen tiedä, missä oppilaalla se vaikeus on. Noilla mä ainakin pystyn esittämään, että mistä on kysymys. (A10.3/4\_374)*

*A: Aluksi vähän mittailtiin. Jokainen teki omalla paikallaan asioita. Sormilla vaaksaa käyttämällä, kumilla ja millä nyt mittailtiin. Tavallaan sitä, että voi mitata montaa yksikköä käyttämällä. Yksikkö voi olla kumi, vaaksa tai senttimetri. -- (A11.1/5\*\*\*\_377)*

Toiminnallisuus ja välineiden käyttö ovat myös oppilaita motivoivaa ja aktivoivaa toimintaa. Opettaja A mainitsee erityisesti pelit, joita pelatessaan oppilaat lähes huomaamattaan ajattelevat ja harjoittelevat opiskeltavia matemaattisia tietoja ja taitoja. Lisäksi pelit ja muut toiminnalliset tehtävät aktivoivat oppilaita osallistumaan ja keskustelemaan sekä pohtimaan itse opiskeltavaa asiaa. Opettaja A:n näkemyksen mukaan oppilaiden aktiivinen toiminta ja omaehtoinen ajattelu edistävät keskeisesti ymmärrystä ja oppimista.

*A: Pelien avulla harjoittelu kyllä eroaa tavallisista tehtävistä. Oppilaiden motivaatio on ihan toinen. Into ja miettiminen ja se kaikkien ajatusten kohdistaminen on ihan täysillä siinä asiassa. Siinä on jokin muu... siinä sivussa tulee harjoiteltua ja laskettua, kun on jokin päämäärä, että mä haluan voittaa. Ja sit ne ei huomaakaan, että ne aktiivisesti kelaat matematiikan juttuja koko ajan. (A7.1/3\_262&263)*

*T: Jokainen mittasi ite, merkitsi tuloksen taululle ja sitten vielä myöhemmin kävi tekemässä sen muunnoksen itse sinne. Minkä takia sä tällä tavalla toimit?*

*A: Siinä tulee itse mitattua ja katsottua siitä viivottimesta se mitta. Ja mietittyä. että "Ahaa, tossa on noi sentit ja millit". Ja sit tulee vielä tehtyä se merkintä. Oisinhan mä voinut tehdä sen niin, että mä mittaan mun peukalon tuolla edessä.*

*T: Miks se on tarkeeta, että jokainen tekee sen itse? --*

*A: Se on sellainen asia, että jos jotain ite tekee ja samalla oppii siihen liittyvän, niin se jää paremmin mieleen. Se tehostaa sitä. (A11.3/5\*\*\*\_398)*

Opettaja A esittää tiettyjä periaatteita liittyen toiminnallisuuden ja konkreettisten välineiden hyödyntämiseen matematiikan opetuksessa ja opiskelussa. Ensinnäkin hän toteaa, että välineiden tulee olla opiskeltavaa matemaattista sisältöä selkeästi havainnollistava ja välineitä tulee olla riittävästi kaikkien oppilaiden saatavilla. Toiseksi välineiden tulee olla oppilaille tuttuja, koska vain silloin ne motivoivat heitä työskentelemään mielekkäästi ja tukevat opiskelua asianmukaisella tavalla. Kolmanneksi opettajan tulee pohtia, milloin välineiden käyttö on tarpeellista. Opettaja A toteaa, että vaikka oppilaat eivät aina osaa oma-aloitteisesti hyödyntää välineitä opiskelunsa tukena, osaavat he kuitenkin jättää ne pois silloin, kun kokevat pärjäävänsä ilman. Lisäksi hän mainitsee, että toiminnalliset tehtävät ovat usein hauskoja, mutta on olemassa muitakin opiskelun tapoja.

*A: Nyt mä en anna Laurin koittaa [mehutölkkii], koska sinne jäi vähän pohjalle. Hän oli siitä erityisen kiinnostunut. -- Sit mä oisin joutunut selittämään, että litra onkin*

*kymmenen ja jotain desii. Että sinne mahtuu niitä desejä enemmän, vaikka ei sinne oikeesti mahdu. (A9.2/6\*\*\_326)*

*A: Toi tehtävä tuotti ongelmia monelle. Ensimmäkin se johtuu siitä, että mä joudun jokaiselle sanomaan, että lue ne ohjeet. Ne ei lue niitä ohjeita. Ja sit se johtuu myös siitä, että mä oisin voinut tossa alkukeskustelussa enemmän painottaa, että nää on nyt ne desimaalipalat ja käydä keskustelua kymmenesosista ja sadasosista. (A1.5/5\*\_46)*

*A: -- Oppilaat tietää, että mitä hyvänsä matikanjuttuja meidän luokassa tehdäänkin, niin oppilaat voi hakee tuolta ne palikat käyttöön tai jotain muuta jos tarvitsee.*

*T: Käykö oppilaat hakemassa niitä [välineitä käyttöönsä]?*

*A: Ei kauheen omatoimisesti. Mut sitten, jos mä sanon, että voit tietenkin käyttää niitä, niin sit joku voi hakee. Että ei ihan hirveesti. Että ehkä ekalla ja tokalla, mut ei niin hirveesti enää. Mut kyl ne sormilla laskee. Omia välineitä käyttää. (A5.5/5\_210)*

*A: Ekalla me mittailtiin kaikkea ja paljon. Jotain jättiläispituuksia ja miniatyyripituuksia. Se oli kauheen hauskaa, mutta ei sitä joka vuosi taritte niin hirveesti tehdä. Mut aluksi se oli niin kivaa. Saa opettajan viivottimella mitata ja ties millä. (A11.1/5\*\*\*\_390)*

### **3. Matemaattisen ajattelun perusteet ja luonne**

Kolmas pääteema sisältää Opettaja A:n näkemyksiä ja perusteita matemaattisesta ajattelusta. Opettaja A tuo esiin ajattelun ilmentämisen tärkeyden sekä pohdintojaan matemaattisen ajattelun luonteesta.

#### **3.1 Matemaattisen ajattelun ilmentäminen**

Opettaja A pitää matematiikan opetuksessa ja opiskelussa tärkeänä sitä, että oppilaat kertovat omista ajattelu- ja ratkaisutavoistaan, koska se osoittaa heidän pohtivan aktiivisesti matemaattisia sisältöjä eikä vain ratkaisevan tehtävään mekaanisesti. Kertoessaan ajattelustaan oppilaat osoittavat, miten ovat asian ymmärtäneet. Opettaja A toteaa, että oppilaiden ajatteluntaidot ja kyky kertoa omasta ajattelustaan vaihtelee. Ne ovat kuitenkin sellaisia taitoja, joita matematiikan opetuksen ja opiskelun yhteydessä harjoitellaan ja kehitetään.

*A: Koitin esittää sellaisia kysymyksiä, että oppilas ite ajattelis sitä jätskitehtävää ja lähtis etsimään sitä ratkaisua. Eikä niin, että mä neuvon valmiiksi, ja hän sen sitten vaan mekaanisesti toteuttaa. Koitin koko ajan kysellä, että jos hän valitsee mansikan, niin minkä muun hän voi ottaa. Sitten Jaana sano, että minkä tahansa. (A7.2/3\_285)*

*T: Sä pyydät oppilaita miettimään perusteluja. Minkä takia?*

*A: Eilen opiskeltiin tota asiaa noista desimaaliluvuista. Se, että etsii perusteluja niin se osoittaa sitä, että asia on ymmärretty. (A4.1/6\_131)*

*A: Toi keskustelu on aika paljon vapaampaa. Ja noilla oppilailla on suurempi kyky kuin B-ryhmällä keskustella vapaasti ilman, että se menee söheltämiseksi tai huutamiseksi. Että sen takii mä en kauheesti jaellu tos puheenvuoroja, vaan annoin niitten sieltä heitellä niitä omia pituuksia. Tää on keskustelelevampi ryhmä. (A2.2/5\*\_55)*

*A: Samalla tavalla mä korostan tätä [omista ajattelu- ja ratkaisutavoista kertomista] silloin, kun he ratkasee sanallisia tehtäviä tai laskee kotilaskuja tai sitten kokeessa. Se on musta hyvä. Sitä me ollaan tehty ekasta luokasta asti. (A5.1/5\_188&189)*

Opettaja A tuo esiin näkemyksensä, jonka mukaan opettajan tulee kuunnella oppilaiden käymää keskustelua matematiikkaan liittyvistä asioista ja osallistua siihen itsekin. Oppilaiden kanssa käyty keskustelu voi johtaa hedelmällisiin pohdintoihin ja siten opettaja voi auttaa oppilaita selviämään haasteellisistakin tehtävistä. Opettaja A toteaa myös, että oppilaiden ajatukset ovat mielenkiintoisia ja arvokkaita ja niiden huomioiminen osoittaa oppilaille opettajan kiinnostusta heidän opiskelua ja ymmärryksen kehittymistä kohtaan.

*A: Pojat laimentaa tota mehua miljoona kertaa. Ja sit Lauri alkoi pohtia, että kuinka monta litraa on nyt, kun laittaa lasin täyteen.*

*T: Mitä sä ajattelit siitä?*

*A: No, jos ne sitä miettii, niin mä tartun siihen ja pohdin sitä. -- Jos oppilas sellaisen sanoo ääneen, niin se osoittaa, että se miettii sitä. Ja se, että sitä lähtee pohtimaan yhdessä, voi johtaa hyvinkin hedelmällisiin keskusteluihin. Jos se lähtee hänestä itseltään ja se liittyy aiheeseen, niin siihen kannattaa tarttua. (A9.3/6\*\*\_336&337&338)*

*A: Jos oppilailla on joku ajatus siitä, että palapeliä vois käyttää jonkun asian opiskeluun ja oppimiseen, niin mun mielestä se on arvokasta ja kannattaa kuunnella. Jos heillä on ideoita, että he vois todella tehdä tällasen, niin mun mielestä se on arvokasta. -- Jos oppilas on innostunut ylipäänsä oppimisesta ja opiskeltavan asian harjoittelimesta, niin mun mielestä se on tärkeä asia ja mä haluan sitä kannustaa. -- Jos mun suhtautuminen oppilaaseen ja sen ajatuksiin on sellanen innostunut ja kannustava, niin se kokonaisvaltaisemmin liittyy siihen, että miten mä suhtaudun oppilaan ajatuksiin, siihen, että hän uskaltaa sanoa eskin kerralla. (A1.5/5\*\_30&31)*

*A: Tällä iltapäivän tunnilla mä pääsin jotenkin yksilöllisemmin noitten oppilaiden kanssa keskustelemaan siitä, mitä he ovat tekemässä ja miten he noita paloja käyttää. -- Must on tärkeetä, että jokainen voi henkilökohtaisesti oppii ja ymmärtää. Että mä en vaan jostain kaukaa paasaa ja sano, että "Tehkää, tehkää", vaan että mä todella oon todella kiinnostunut siitä, että he on ymmärtänyt, mitä he tekee. Sen takia toi puhuminen ja keskusteleminen noist tehtävistä on arvokasta ja tärkeetä. (A2.5/5\*\_66)*

### 3.2 Matemaattisen ajattelun luonne

Pohtiessaan matemaattisen ajattelun luonnetta, Opettaja A määrittelee sen toisaalta loogiseksi ja toisaalta luovaksi. Matemaattinen ajattelu on loogista siinä mielessä, että se perustuu tiettyihin sopimuksiin ja se on täsmällistä. Matematiikassa on omat symbolinsa ja merkintätapansa sekä periaatteet, joiden mukaan toimitaan.

*A: -- Mutta jäi vielä kertomatta se, että senttimetri ja metri on siis sopimuksia. Tai sitä mä mietin vielä tossa, että mun täytyy siitä puhua... -- Musta se on kuitenkin tärkeä muistutettava asia. (A11.1/5\*\*\*\_378)*

*A: Yleensä jos jotakin mitataan, niin mittaamisen pitää olla tarkkaa ja täsmällistä. Se ei oo ihan sama, että onks se veden pinta tossa mitassa sentin yläpuolella tai alapuolella, jos tossa mitassa on joku täsmällinen koko kerrottu. Eli sitä täsmällisyyttä tässä halusin korostaa. (A10.1/4\_359)*

Matemaattisen ajattelun luova luonne tulee ilmi – täsmällisistä toimintatavoista huolimatta – sen tietyssä epätarkkuudessa. Aina matemaattisia periaatteita

ei noudateta tarkasti. On olemassa myös avoimia matemaattisia tehtäviä, joihin löytyy useita ratkaisuja. Matemaattisen ajattelun luovuus perustuu lisäksi useisiin erilaisiin ajattelu- ja ratkaisutapoihin, jotka vaativat kokeilemista ja pohdintaa ja jolloin vastaus ei ole heti selvillä.

*A: Musta tärkeätä kysyä, miten oppilas tehtävän laskee. Nää laskut voi ratketa montaakin erilaista tapaa käyttäen. Ja sen on musta tärkeätä, että tuo niitä omia ajatuksia julki.-- (A5.1/5\_186&187)*

*T: Miks sä luulet että oppilaitten mielestä tollanen tehtävä [missä pitää kokeilla tai on useita vaihtoehtoja] on vaikee? Taneli ainakin tos kommentoi.*

*A: Niitä vaihtoehtoja on niin paljon. Se ei oo niin selvä. Se vaan vaatii pidempää pohdiskelua. Siinä ei oo eksaktit luvut ja numerot heti tiedossa. Se on aika avoin tehtävä. (A5.5/5\_215)*

*A: Mä puhuin siitä kokeilemalla ratkaisemisesta, niin sen oppiminen ja ymmärtäminen on yks, miks avoimet tehtävät on tärkeitä. Kun matematiikka muuten on niin eksaktia, niin vähän rikotaan oppilaiden käsityksiä siitä, että saman tien löytyy oikeat vastaukset ja luvut. (A5.5/5\_216)*

Opettaja A kuvailee matemaattista ajattelua myös käsitteelliseksi, kriittiseksi ja perustelluksi. Hän toteaa, että käsitteet ja kieli ovat matemaattisen ajattelun keskeisiä välineitä. Matematiikkaan kuuluu hänen mielestään saatujen ratkaisutapojen ja vastausten kyseenalaistaminen ja niiden perusteiden pohtiminen.

*A: Kun niitä käsitteitä käyttää ja niitä selittää toiselle niin niitä ehkä itsekin ymmärtää paremmin ja syvällisemmin jatkossa ja silläkin hetkellä. Ne on sen ajattelun välineitä kuitenkin ne käsitteet. (A1.5/5\*\_38&39)*

*A: Mä kysyin, että millä muulla voi mitata. Sit sieltä tuli viivotin ja senttimetrit.*

*T: Miksi sä kysyit ton, että minkä takia on järkevää mitata viivottimella?*

*A: Tavallaan vähän kyseenalaistaa tai miettiä sitä, kun mitataan viivottimella, että miksi me mitataan sillä. -- (A11.1/5\*\*\*\_388)*

*T: Sulla oli tussikynä, millä sä itse merkkasit oppilaan kirjaan, että se on väärin tai oikein. Tai sit sä sanoit oppilaalle, että merkkaa itse ja laske se uudestaan. Miks näin?*

*A: Oppilaat on ehkä tottunut, että mä merkkaan. Se ollut mikään ajateltu asia. Että ei silleen voi tulla tarkastuskirjalle, että korjaillaan siinä omalla lyijyillä. Vaan se pitää sit ajatella uudelleen. Se on siinä sit taustalla. -- (A7.2/3\_278&279)*

#### **4. Matemaattisen tiedon merkitys**

Neljäs pääteema sisältää Opettaja A:n näkemyksiä ja perusteita, jotka koskevat matemaattisen tiedon merkitystä. Opettaja A erittelee kyseistä teemaa sekä matematiikan että arkielämän kannalta, mutta myös oppilaita motivoivana tekijänä matematiikan opetuksessa ja opiskelussa.

##### **4.1 Tavotteena matematiikan merkityksen tiedostaminen**

Kuten Opettaja A jo matemaattisen tiedon luonteesta puhuessaan totesi, matematiikan opetuksen ja opiskelun yhtenä merkittävä tavoitteena sitä, että matematiikkaa ei opiskeltaisi vain matematiikkaa itseään varten, vaikka mate-

maattisen tiedon muotoutumiselle onkin luonteenomaista käsitteiden rakentuminen toistensa varaan. Oppilaiden tulisi havaita ja huomioida se laajempi todellisen elämän konteksti, jossa matemaattiset sisällöt ilmenevät ja jonka ilmiöitä voidaan matemaattisesti mallintaa.

*A: Desimaaliluvut on nyt itsessään hallussa ja jotta ne mielekkäästi jollakin tavalla liittyis siihen, että missä niitä siinä todellisessa elämässä esiintyy, niin on järkevää välillä ottaa sitä todellisen elämän puolta tähän käyttöön ja sitä tässä käsitellä. Jatkossa sitten mennään, kun on vähän aikaa mittailtu, niin taas sadasosin ja tavallaan tälleen teoreettisesti edetään ja sitten taas on käytännöllinen jakso. (A9/13\*\*\_354)*

*A: Tavoite oli tänään siirtyä... Tai siis desimaaliluvut ovat edelleen siellä taustalla ja nyt sitä, että missä niitä konkreettisesti tarvitaan. Aikasemmin oli tilavuusmitat ja nyt on pituusmitat ja tässäkin, että miten desimaaliluvut näyttäytyy. Mittaamistilanteet ovat kuitenkin niitä, jolloin nää desimaaliluvut tulee arjessa eteen. (A11/13\*\*\*\_376)*

#### 4.2 Matematiikan merkitys eri yhteyksissä

Matematiikkaa opetetaan ja opiskellaan koulussa Opettaja A:n mukaan kahdesta syystä: Toisaalta siksi, että tiettyjä matemaattisia tietoja ja taitoja tarvitaan erilaisissa matemaattisissa yhteyksissä ja toisaalta taas selvittääksemme arkielämän ongelmista.

*A: Tässä mä ajattelin, että siinä ei nyt enää oo konkreetteja välineitä ja mä en kirjoita tauluun mitään ja sitten ajattelin vielä, että se asia tulee eri tavalla ja monipuolisesti esille. -- Jos oppilas näkee ympärillään jotain muuta, jonkin toisen tyyppisen jutun, niin sitten se ei osaa yhdistää, että se on edelleen just tää desimaaliluku. (A3.1/3\_97)*

*T: Miksi sä otit tollasen mitan, vaaksan, ja puhuitte muistakin vanhoista mitoista?*

*A: Se vaaksa on jokaisella itellä ja sen asian... mittaamisen käsitteen tai tän asian laajentamisen, että on paljon muitakin, millä on mitailtu kuin vaan ne, mitä me käytetään nyt. -- (A11.1/5\*\*\*\_379&380)*

*A: Matti kysy, minkä takia pitää laskea päässä. Mä vastasin, että elämässä sä lasket pääasiassa päässä, kun nää tilanteet tulee. Sulla ei oo kynää ja paperia. (A5.1/5\_182)*

#### 4.3 Motivoiva ja oppimista edistävä tekijä

Opettaja A pohtii matematiikan merkityksen korostamista myös matematiikan opetuksen ja opiskelun kannalta. Hän toteaa, että oppilaiden omaan elämään ja kokemusmaailmaan liittyvät tilanteet ovat hyviä opetuksen ja opiskelun lähtökohtia, koska ne motivoivat ja aktivoivat oppilaita. Arkielämän esimerkit myös helpottavat oppilaiden uusien matemaattisten sisältöjen opiskelua.

*A: Toi Lasse on tän koko jakson kehyskertomusjuttu ja sen on mun mielestä aika motivoiva. Arttu, joka istuu tuolla edessä, on yks niistä, joka on lukuun kaikki Lasse-kirjat. Ne tuntee Lassen hirveen hyvin ja pitää siitä. Se koskettaa niitten elämää kauheen hyvin. Ja sitten noi tehtävät liitty siihen Espanjan matkaan ja näistä kauheen moni on ollut matkalla samaan tapaan. Niitten on helppo samaistua siihen. Joskus mä oon tehnyt laskuja vuoronperään kustakin oppilaasta. Että ne kuuntelee tarkasti aina kun puhutaan jonkun meidän luokkalaisen asioista. (A5.1/5\_178&179)*

*A: -- Se, mistä puhuttiin, että onks 5 desii pakkasta. Niin sitten kun mä tavallaan koko ajan kommentoin niitä ja annoin esimerkkejä heidän omasta elämästä siihen tehtävään, että missä litroja käytetään, kun jotain mitataan, niin sit ne selkeesti helpottu.*

*T: Mikä siinä oli vaikeeta? Miks ne saatto laittaa, että desejä pakkasmittariin?*

*A: No siihen sitä ei laitettu, mutta joku jauheliha, niin se oli varmaan, että jossain leipomisessa ja ruoanlaitossa joskus mitaillaan desimitalla. Että ne niitten omat kokemukset, joiden kautta ne sitä pohti. (A9.5/6\*\*\_341&342)*

## **5. Matematiikan opetuksen ja opiskelun sosiaalis-affektiiviset tavoitteet**

Viides pääteema sisältää Opettaja A:n näkemyksiä ja perusteita, jotka ilmentävät hänen ajatteluaan koskien matematiikan opetuksen ja opiskelun sosiaalis-affektiivisia tavoitteita. Opettaja A pohtii niin oppilaiden opiskelu- ja sosiaalisten taitojen kehittymiseen vaikuttavia tekijöitä kuin heidän henkisen kasvunsa merkitystä ja opettajan roolia näiden taitojen saavuttamisessa.

### **5.1 Opiskelu- ja sosiaaliset taidot**

Opiskelu- ja sosiaalisiin taitoihin Opettaja A liittää oma-aloitteisuuden, keskittymiskyvyn, sääntöjen noudattamisen ja yhteistyötaidot. Hän toteaa, että on hyvä asia, jos oppilaat toimivat oma-aloitteisesti suhteessa omaan opiskeluunsa. Mutta jatkaa kuitenkin, että oppilaille ei ole aina helppoa olla oma-aloitteinen, koska heillä voi olla puutteita opiskelutaidoissa, kuten hahmottamisessa tai luetun ymmärtämisessä. Lisäksi he voivat ajatella, että on vaikeampaa opiskella opettajan tuella kuin itsenäisesti ja oma-aloitteisesti.

*A: Inkeri näppäränä ehdottaa, kun on kirja jäänyt kotiin, että tekee paperille ja tekee tehtävät kotona. Mun mielestä se on hieno juttu että ei jää sinne istumaan ja ihmettelemään, vaan ehdottaa, että otanpa paperin ja ryhtyy tekemään. (A2.5/5\*\_64)*

*A: Toi Risto on tuolla aika huolestuttava. Sen on hyvin vaikeee keskittyä tekemään. Se ryhtyy tosi nopeesti leikkimään ja sillä on vaikeuksia. -- Se ei oo yhtään itseohjautuva. Sitä pitää koko ajan tarkkailla, mitä se touhuu. Sille ei ole vielä kehittynyt taitoja oman oppimisen ja työskentelyn ohjaamiseen. Että se ohjaaminen pitää tulla ulkopuolelta aina. Sit hän saa tehtyä, mut sitä pitää koko ajan kontrolloida. (A1.5/5\*\_32)*

*A: Arttu on semmonen, että se kattoo älyttömän nopeesti että "Joo, joo. En ymmärrä, en tajuu". Ja sitten kun mä meen siihen viereen ja sanon, että luitko ohjeen, lue uudelleen, niin sit se yleensä ymmärtää aina, mitä pitää tehdä. Sillä on lukemisen ymmärtäminen aika heikkoo, niin se ei aina hahmota, että lause vielä jatkuu. -- Mut sekin on matematiikassa ihan hyvä, kun on mekaanisista laskuista kysymys. Mut sit kun lukemista tarvii tehtävän ratkaisemisessa niin sit se on vaikeeta. (A1.5/5\*\_41)*

Oppilaiden keskittymistä osoittaa Opettaja A:n mielestä oppitunnilla vallitseva hiljaisuus ja rauhallisuus. Oppilaiden keskittyminen työskentelyynsä ei kuitenkaan ole itsestäänselvyys, vaan siihen vaikuttavat oppimisympäristöön liittyvät seikat – kuten oppitunnin ajankohta ja luokan sosiaalimuoto – opiskelun järjestäminen – kuten ajankäyttö ja rutiinit – sekä oppilaiden kiinnostus opiskeltavaa asiaa kohtaan ja opettajan keinot ylläpitää tätä kiinnostusta.

*A: Meillä on tapana lukea juttuja tälläkin tavalla yhdessä tuolla lattialla. Ja sitten kun tää on ryhmätunti ja jos he on hajallaan eri puolella luokkaa, niin se ei tuu niin intiimisti sitten se tarina. -- Tässä must oli tärkeätä, että tuosta tarinanlukemistilanteesta tulee tommonen eheä ja se poikkeaa tuosta tunnin aloituksesta. Se liittyy tuohon tunnin ryhtiinkin, että konkreettisesti se opetusvaihe alkaa tuolla. (A1.2/5\*\_15)*

*A: Oppilaat on tottunut, että tunti päättyy siihen, että ne saa kotitehtävät ja sit ne jää väsäileen niitä pidemmäks tai lyhyemmäks aikaa tonne. Sitten kun tuli tämmönen uus juttu tähän loppuun [päässälaskuja], että tunti ei päätykään, vaan sit pitää vielä miettiä jotain, niin senhän huomaa tosta, että ne ei jaksa niitä miettiä. (A4.6/6\_170)*

*A: Aloitin tunnin piirtämällä... Tossa oli aluks kaikenlaista touhotusta ja oppilaat pisti edellisen tunnin kamoja pois ja siinä vaiheessa usein alan jo tehdä taululle valmistavia hommia. Se on oppilaille merkki siitä, että mä aion aloittaa. He alkaa automaattisesti seurata, mitä taululle tulee. He ymmärtää, että toi varmaan koskee mua ja on syytä ehkä kattoa. Sitten se tunnin alku hiljeni ja päästiin alkuun. (A3.1/3\_80)*

Sääntöjen noudattaminen on keskeinen opiskelu- ja sosiaalisiin taitoihin liittyvä seikka. Opettaja A kertoo kontrolloivansa opiskeluun liittyvien periaatteiden noudattamista, koska muuten oppilaat laiminlyövät tehtäviään ja sovitun sääntöjä.

*A: Tässä samalla mä kattelen ne kotitehtävät -- Jos mä en pidä huolta siitä, että mua kiinnostaa myös se, onko ne tehty vai ei, niin jonkun ajan päästä käy niin, että siellä on suuri joukko oppilaita, jotka eivät niitä tee. Jos mä läksyä annan, niin mä pidän huolta myös siitä, että ne on tehty. (A4.4/6\_155)*

*A: Vaikka tää tilanne oli tällanen vapaamuotoinen, niin mä halusin pitää kiinni siitä, että viittaamalla puheenvuoroa täällä luokassa pyydetään ja kun viittaa, niin sillä sen myös saa. Mä en tartu niihin luokassa lenteleviin vastauksiin. Joskus saatan tarttua, mut en yleensä sillä ne, jotka kärsivällisesti viittaa ja odottaa puheenvuoroa, niin se on ärsyttävää, jos ne ei sit saa sitä. Kun se on se perussääntö kuitenkin. (A5.1/5\_183)*

Opettaja A toteaa, että kaikki oppilaat eivät oma-aloitteisesti auta toisiaan tai pyydä muilta apua, vaikka on kuitenkin tärkeää tehdä yhteistyötä muiden oppilaiden kanssa. Lisäksi toisten auttaminen tuottaa myös oppilaalle itselleen positiivisia opiskelu- ja oppimiskokemuksia.

*A: Mun mielestä, jos joku saa hommat tehtyä, niin ei mun tehtävä oo aina työntää lisää tehtäviä. Homma voi olla sekin, että se auttaa toista. On tärkeätä, että auttaa toista eikä vaan paahda siin omas kirjassa sata sivuuta eteenpäin. (A3.2/3\_115)*

*A: -- Vaikka oppilaat istuu tolleen ryhmissä, niin ne ei automaattisesti ohjaudu... Voi olla pari, joka istuu vastakkain, niin ne ei sille vastakkaiselle parille puhu mitään. Istuu ryhmässä, mut just ne voi sen vieruskaverin kanssa tehdä, jonka ne on siihen valinnut. Sitten erikseen kun mainitsee, että voitko selittää toisille, niin sitten joo. Että ihan yhtälailla täällä kolmannella luokalla vielä opetellaan näitä asioita. On myöskin näitä työskentelytapa- ja sosiaalisia tavoitteita tässä touhussa. (A3.2/3\_117)*

*A: Artulla on se kokemus, että on kiva olla hyvä ja on kiva osata auttaa muita. Ja Taneli on myöskin perusluonteeltaan sellainen, että se se on tosi avulias. -- Tanelilla on varmaan kokemus siitä, että hän on hyvä siinä auttamisessa ja hän mielellään auttaa toisia. Että se auttaa myöskin mua. Se on meidän luokassa sellanen ekovastaava, että se on tehnyt kaikki noi kierrätyslaatikot ja opastanut niissä. -- (A5.5/5\_227&228)*



## 5.2 Oppilaan henkinen kasvu

Oppilaan henkiseen kasvuun liittyvät motivaatio, itseluottamus ja vastuunotto omasta opiskelusta. Opettaja A on jälleen sitä mieltä, että oppilaiden motivoituneisuus ja into työskennellä koulutehtävien parissa on tavoiteltava asia. Motivoituneisuus ilmenee aktiivisena tehtävien tekemisellä ja muuna osallistumisena sekä omien aikaansaannosten ja ajatusten esiin tuomisena. Oppilaiden motivaatioon vaikuttavat Opettaja A:n havaintojen mukaan oppilaiden omat ajattelun taidot, tehtävien vaativuus ja aiheiden houkuttelevuus sekä opettajan järjestämän opetus- ja opiskelutoiminnan ajankohta ja tarkoituksenmukaisuus.

*A: Aika kivasti tekeminen suju ja aika hyvin tää luokka työskentelee, että ei siel kukaan sano, että en mä tee. Jos ne ei haluis noita tehtäviä tehdä tai ne ei kiinnostais, niin nehän vetkuttelis niiden kanssa pitkän aikaa. Mut ne tulee aina näyttämään tai kysyyn, että mitä mä voisin seuraavaks tehdä. (A4.4/6 \_153)*

*A: Oli yllättävää, ettei oppilaat malttaneet lopettaa. Hirvu moni sano, että saako jäädä välkäks. Jos mä jään ite tonne, niin ne saa jäädä. Se on ihan kiva, jos ne tykkää jäädä kouluhommi tekemään. Mä ymmärrän sen, että aina ei oo kiva mennä välkälle, vaan välillä on kiva saada jäädä hommailemaan joutain tonne sisälle. (A7.3/3 \_286)*

*A: -- Ja sitten toi pulma oli sellanen, että... Onhan toi otsikkokin tuolla aika houkutteleva, että mikäköhän se vois olla. Jotkut oppilaat on sellasii, että ne heti orientoituu tollasiin, että ne heti haluaa tän ratkasta. Ja ne jää sitten välkäksikin tekeen niin kauaks aikaa, että tää tulee tehtyä. -- (A7.1/3 \_267)*

*A: Oppilaat tuossa jo vähän haukottelee ja on kyllästyneitä ja väsyneitä. Toi tarinan lukeminen vei pidemmän ajan kuin mä olin ajatellut. Tää tilanne ei oo kauheen ryhdikkäs eikä noi mun kysymyksiäkään. Mä olisin voinut täsmällisemmin suunnata niitä siihen, mitä mä haluan niitten ajattelevan ja ymmärtävän. (A1.4/5\* \_26)*

Opettaja A pitää oppilaiden itseluottamusta yhtenä keskeisenä henkisen kasvun osa-alueena. Itseluottamuksella on merkitystä erityisesti haasteellisista tehtävistä selviytymisessä.

*T: Siinähan tuli sitten se tilanne, että Matti vastas itte väärin ja siihenhän sä kommentoit sitten, että Matti ei välittänyt teidän muiden kommenteista, vaan korjas sen itse. Se tulee tossa kohta...*

*A: Niin nyt mä muistan, että muut alko huudella sieltä. Matti on aika varma kuitenkin ja tietää, että se osaa eikä se häkeltyny siit, vaan korjas nopeesti. (A5.3/5 \_199)*

Myös vastuunotto omasta opiskelusta on yksi oppilailta toivottava taito matematiikkaa opiskeltaessa. Opettaja A ohjaa oppilaitaan tähän tavoitteeseen luomalla sellaisia opiskelutilanteita, joissa oppilaiden on mahdollista ottaa itse vastuuta. Opettaja A tuo oppilaille esiin opetuksen ja opiskelun tavoitteita sekä pyrkii aktivoimaan heidän omaa ajattelua ja toimintaa sen sijaan, että kertoisi heille valmiit vastaukset työskentelyn alla oleviin tehtäviin.

*A: Meillä on ollu ihan ekasta luokasta alkaen vapaus ja vastuu -hommia. Että on vapaus tehdä, mut vastuu että tulee tehdyksi. (A7/13 \_259)*

*A: Tanelilla on ollut maaliskuun 10. päivän jälkeen 10 kertaa läksyt tekemättä ja mun mielestä se on erittäin paljon. Tosta näkee, että se valehtelee. Mä en tykkää siitä. Mä*

hyväksyn sen, että inhimillisesti ottaen joskus voi unohtaa kotitehtävät, mut se, että hän yrittää kierolla ja epärehellisellä tavalla selvittää, niin se saa vihan aikaseksi. Jos pidän heitä luottamukseni arvoisena, niin toi on tosi halpamainen keino. Mua suututtaa se hirveesti, ettei voi kantaa vastuuta siitä, mistä pitäisi. -- (A8.3/4\_302)

A: Me aina käydään jakson tavoitteet läpi. Ne esitetään kirjassa selkeesti. Muutenkin oppilaiden kanssa keskustellaan siitä, että mitä on nyt tarkoitus oppia ja mistä aihepiiristä on kysymys. He on tietosia tulevasta opiskelusisällöstä noin suurin piirtein. -- Musta on tärkeää, että ne vähän ajattelee... tai ainakin pyrin siihen, että niiden ajatuksissa vois jotain syntyä jotain mietteitä, että "Ahaa, että mitäköhän on tulossa?". -- Suurimman osan oppilaista toimintaa se ohjaa tiettyyn suuntaan... Viime vuonna meillä oli semmoinen arviointimenetelmä, että oppilas valitsi itselleen koko vuodeksi muutamia tavoitteita, joissa edistymistä sitten seurattiin. Eli tää tavoitteisiin perehtyminen ja niihin palaaminen on oppilaille tuttua. -- (A1.3/5\*\_24)

A: -- Ja se, että oppilailla tulee myös semmonen, että kun opettajan pyytää apuun, niin opettaja heti sanoo, miten se tehdään. Tavallaan menee avuksi ja tueksi siihen opiskeluun ja ihmettelyyn, mutta ei heti kerro mikä se on. -- No tässä sitten, kun se ei meinannut ratketa, niin sanoin, että tee siinä järjestyksessä, kun se on niinku helpointa. Ja sitten mä autoin myöskin sillalailla, että jos sä laitat tän, niin mikä tälle luvulle löytyy pariksi, että tulis toi vastaus. Että vähän yritin auttaa siihen kokeilemaan, mut en silloankaan antanut sitä vastausta. (A5.5/5\_218)

## 6. Opetus-opiskelu-oppimisprosessin eteneminen ja sisällön rakentuminen

Kuudes pääteema sisältää Opettaja A:n näkemyksiä ja perusteita liittyen periaatteisiin, jonka mukaan hän pyrkii järjestämään matematiikan opetus- ja opiskelutilanteet sekä edistämään opiskeltavan matemaattisen sisällön rakentumista opetus-opiskelu-oppimisprosessin kuluksa.

### 6.1 Opetuksen ja opiskelun monipuolisuus

Opettaja A:n näkemyksen mukaan matematiikan opetuksen ja opiskelun tulee toteutua monipuolisesti. Keskeisenä seikkana hän tuo esiin sen, että oppilaat ovat jo lähtökohtaisesti erilaisia, joten sen vuoksi myös opetus ja opiskelu tulee järjestää niin, että se motivoi kaikenlaisia oppilaita. Vaihteleva ja monipuolinen oppituntien kulku mahdollistaa opiskeltavan sisällön tarkastelun eri näkökulmista ja erilaisissa konteksteissa sekä erilaisten opetus- ja opiskelumenetelmien hyödyntämisen tarjoten oppilaille valinnan mahdollisuuksia.

A: Tehtävät oli tyypiltään hyvin erilaisia ja luokassa on hyvin erilaisia oppilaita, niin heitä ajatellen ja heidän mieltymyksiään ajatellen olin nämä valinnut. -- (A7.1/3\_264)

A: Mä olin valinnu semmoset luvut tehtäviin, että tulee ne erilaiset tapaukset. -- Että tulee  $0,8 + 0,2$ , jolloin siitä tulee yks kokonainen ja sit ihan tällanen tavallinen, että  $2,5$  ja  $4,3$ . Se ei täyty se yks kokonainen. Ja sit oli sellanen, että  $1,9 + 1,8$ , että yks kokonainen täytyy ja menee yli. Ne tapaukset mä olin valinnu kalvolle. (A5.3/5\_202)

A: Tää tunti oli musta ihan jees. Tässä oli hyvässä suhteessa kaikenlaista. Väillä mitattiin siinä paikalla ja sanottiin suullisesti vastauksia. Ja välillä mitattiin taas ja sit merkittiin taululle ja merkittiin uudelleen. Opittiin aika huomaamatta se asia ja se tuntui oppilaista koko ajan aika helpolta. Sitten tehtäviä oli sopiva määrä. Aika rauhallinen tunnelma. Ja mä ehdin neuvoo kaikkia, ketkä tarvitsi apua ja ehdin käydä katso-massa, että mitä kukin tekee. (A11/13\*\*\*\_417&418&419)

## 6.2 Opiskeltavan matemaattisen sisällön haasteellisuus

Opetus-opiskelu-oppimisprosessin edetessä opettajan tulee tehdä päätöksiä siitä, milloin voidaan siirtyä opiskelemaan uutta ja haasteellisempaa asiaa ja milloin taas vanhaa asiaa täytyy vielä kerrata. Opettaja A toteaa, että opetuksen ja opiskelun etenemiseen ja sisällön haasteellisuuteen vaikuttavat niin opettajan kuin oppikirjankin asettamat tavoitteet, mutta toisaalta myös oppilaiden oikeus opiskella uusia asioita. Hän arvioi myös oppilaiden sisällöllisiä tietoja ja taitoja, ajattelu- ja keskustelukykyä sekä motivaatiota ja vireystilaa. Tavoitteiden, taitojen ja motivaation lisäksi työskentelyn etenemiseen vaikuttavat myös ajankäytölliset seikat sekä opettajan etukäteissuunnittelu.

*A: Aina on oppilaita pois eikä me voida vaan luokassa odottaa, että kaikki on paikalla. Niille sitten opetetaan asiat. Ne sitten muina aikoina hoidellaan. Ne, jotka on paikalla, niin niillä on oikeus siihen, että me opiskellaan eteenpäin. -- (A5.3/5\_194)*

*A: Tossa mä mietin, että olisko mun pitänyt sanoa 10,0 vai voisko tätä vaan olla 10. Mut sit ajattelin, että en osta sitä asiaa esille vielä tässä. -- Siihen nollan merkitykseen ajattelin tai ajattelen, että on järkevää palata myöhemmin. Kun tätä asia kokonaisuudessaan vähän paremmin käsitelty ja vähän automatisoituneemmin hallussa. Että ne tavallaan sitten kestää semmoisen, että pohditaan tommosta. (A5.4/5\_208)*

*A: Tässä huomaa näitten ryhmien erilaisuuden siinä mielessä, kun mitattiin kynällä, ei ollu sitä pienempää yksikköä. Kaksi kynää ja mitäs sitten. He sano, että kaks kynää ja kolme terää. He itse muodosti sen. Ne on ihan hirveen fiksua noi oppilaat ja ne löysi sellaisen. Niillä on tavallaan sellainen yhteinen kieli, jonka kaikki heti hoksaa. Joku sanoo jotain ja sit ne kehittelee sitä yhdessä eteenpäin. (A12/13\*\*\*\_420)*

*A: -- Aamutunnilla, kun me otettiin se desimaaliliite käyttöön, oisin voinut käyttää aikaa keskusteluun siitä, että monta osaa täs on, kymmenen eli se on kymmenesosa se yks. Ja monta osaa tässä on? Sataan. Eli yks tällänen on sadasosa. Sitä mä oisin voinut painottaa. Mut aamulla oli aika levotonta se oleminen tossa lattialla jo siinä vaiheessa, kun se tarina oli luettu ja oli päästy tähän keskusteluun. -- (A1/13\*\_3)*

*T: Toi lähti meneen aika hyvin tosta. Jos pojat olis jatkaneet loppuun asti, niin siitä olis saanu sen laskunkin aikaseks.*

*A: Joo. Ehkä jos mä olisin suunnitellut sen perusteellisemmin etukäteen, niin olisin mahdollisesti päätenyt siihen. -- (A8.4/4\_312)*

## 7. Opetus- ja opiskelutilanteiden vuorovaikutus

Seitsemäs pääteema sisältää Opettaja A:n näkemyksiä ja perusteita, jotka kuvaavat opetus- ja opiskelutilanteissa vallitsevaa vuorovaikutusta. Vuorovaikutuksen muodot muotoutuvat sen mukaan, kenellä on vastuu opetus-opiskelu-oppimisprosessin etenemisestä, ketkä ovat aktiivisia toimijoita ja millaisia työmuotoja opiskellessa käytetään. Opettaja A perustelee sekä opettajakeskeisyyttä että oppilaskeskeisyyttä painottavia ratkaisujaan. Hän tuo esiin myös kyseisiin ratkaisuihin liittyviä ongelmakohtia.

### 7.1 Opettajakeskeisyys

Opetuksen ja opiskelun eteneminen on opettajan vastuulla silloin, kun Opettaja A haluaa varmistua siitä, että oppilaat ymmärtävät opiskelun kohteena ole-

van matemaattisen sisällön oikein. Opettajan vastuu on oleellista erityisesti silloin, kun opiskeltava asia osoittautuu oppilaille vaikeaksi. Usein myös aika-  
taululliset syyt johtavat opettajakeskeiseen opetukseen ja opiskeluun.

*A: -- Mutta sitten se [lämpötiladiagrammi-] tehtävä, minkä mä olin ajatellut ohittaa, ja minkä mä sit annan tässä aika monelle, oli sellanen mikä oli vähän huono. Mä olisi sitä halunnut vähän selittää. -- Siinä piti tehdä siitä semmonen viivadiagrammi, laittaa se sellaseen asteikkopaperiin ja se oli vaikee. Mä ajattelin, että mä ohitan sen tehtävän kokonaan. Mut sitten nää oppilaat valmistuivatkin näissä tehtävissä yllättävän nopeesti. -- Se on ihan tarpeellinen asia se viivadiagrammi opetteleminen, mutta mun mielestä meidän olisi pitänyt yhdessä katsoa, miten se tehtävä tehdään. Että toleen, kun mä sanon jokaiselle, että tee se, niin mä saan sit jokaista myös erikseen siinä neuvo. -- (A4.4/6 \_158)*

*A: Aika voimakkaasti jodattelen keskustelua. Täytyy olla aika palikka, jos ei ymmärrä. Mä halusin vähän kiirehtii tota tilannetta. Aika pitkään tota jauhettiin. (A3.1/3 \_90)*

Opettaja A on kuitenkin sitä mieltä, että oppilaat eivät koskaan opi sitä kaikkea, mitä matematiikan tunneilla opiskellaan, joten liiallinen opettajakeskeisyys on turhaa. Lisäksi hän ei halua luoda oppilailleen sellaista käsitystä, että opettaja on aina oikeassa ja sen vuoksi hänellä olisi aina myös vastuu työskentelyn etenemisestä.

*A: Toiki on aika huono [tilavuuden yksiköiden muunnostehtävä]. Aina, kun opettaja alkaa esittää jotain asioita ja sanoo niitä liian paljon ja liian pitkälle, niin sekin on sit huono. -- Mä voin puhua vaikka koko elämäni tuolla, mutta mä ei tiedä, kuinka paljon siitä menee oppilaiden päähän. Että se ei oo hyvä. (A10.2/4 \_365)*

*A: Sillä [tauluviivaimella] on kiva mitata. Mut sit tossa mä ajattelin sitä, että mä en haluu tällä sellasta vaikutelmaa oppilaille, että mittaa millä mittaat, mut sitten kun käytät opettajan tauluviivotinta, niin se on se ainoa oikea. (A11.1/5\*\*\* \_392&393)*

Opettajakeskeisyys ei kuitenkaan tarkoita sitä, että oppilailla olisi oppitunnin kuluksa passiivinen rooli, vaan työskentely on koko luokan yhteistä aktiivista ja vuorovaikutteista toimintaa. Opettaja A toteaa, että näin toteutuva opetus ja opiskelu aktivoivat kaikki oppilaat seuraamaan opetusta sekä mahdollistavat yhteisen keskustelun ja mielipiteiden vaihdon. Samalla oppilaiden ajatukset ja työskentelyn tulokset tulevat huomioiduksi, joka on oppilaille tärkeää.

*A: Viittausäänestyksen tarkoitus on, että jokaisen pitää seurata työskentelyä taululla, kun siel on kaks oppilasta. Sinne ei voi rynnii kaikki, mut kaikkien pitää seurata. Tavallaan myöskin sitä, että oletteko kärryillä ja oletteko samaa mieltä. (A4.2/6 \_138)*

*A: Kysyin, että kuka ymmärsi poikien ratkaisun, jos sieltä joltain tulisi oivallus. Lauri tuolta jo huus, että "Nyt mä tajuun". Ei vaan nää kaks tässä puuhastele ja minä heiltä kysele, vaan jos joku muu jo tietää, niin tietenkin sen saa kertoa. (A8.4/4 \_308)*

*A: Jokainen väsäilee tossa koko ajan ja ajattelee tota asiaa. Vaihtelee pienemmästä kumista isompaan, mutta kuitenkin miettii ja mittaa. Jokainen sai sit kertoa vastauksen, että sekin näytti olevan tärkeitä, että kaikilta kysytään ja siihen mä pyrin. (A11.1/5\*\*\* \_385&386)*

Vuorovaikutteiset opetuskyselyt ja -keskustelut mahdollistavat myös opiskelun tukemisen. Opettaja voi tällöin joko ennaltaehkäistä oppilaiden työskentelyssä esiintyviä ongelmakohtia tai korjata omaa riittämätöntä opetustaan.

*T: Sit mentiin tekeen kirjantehtäviä. Tossa oli alussa vähän samanlainen tehtävä kuin kirjassa. Miksi sä halusit käsitellä sen tolla tavalla, ottaa yhdessä?*

*A: Siinä oli kaikenmaailman arviointia, siis sellasta, mikä ei nyt tätä asiaa edistä yhtään. Ja noita oppilaita oli ryhmätunnilla vähän, niin musta se oli ihan mielekästä laittaa noita tonne yhdessä. Tossa ei ollut kenellekään juuri mikään erityisen epäselvää. Kun taas jos ne olis tuolta kirjasta luku noita ohjeita, niin... Tossa tehtiin mun mielestä aika paljon noita eri tehtäviä, oli niitä vaihteita. Jos jokainen olisi ollut niissä vaiheissa vähän eri aikaan, niitä kysymyksiä olis ollut ihan koko ajan. Ja sit tossa pysty hyödyntämään sen, mitä joku oppilaista tietää. -- (A11.4/5\*\*\*\_405&406)*

*A: Nyt mä mietin ja ajattelin varmaan tossakin, että toi oli niin huterä toi esitys tuolla taululla, että sen pohjalta jos sitten menee tekeen tehtäviä eikä ihan vielä ymmärrä, niin siitä voi tulla paljon kysymyksiä. Siksi käytiin se tehtävä yhdessä. (A10.3/4\_370)*

Koko luokan aktiivisuuden ylläpito ei kuitenkaan ole aina helppoa. Vuorovaikutteisen opetuksen ja opiskelun toteutumiseen tarkoituksenmukaisella tavalla vaikuttavat oppilaiden motivaatio ja kyvyt työskennellä yhdessä tai itsenäisesti. Oppilaiden lukumäärä on tähän myös hyvin keskeisesti vaikuttava seikka.

*A: Toi testi vei hirveen vähän aikaa. Mutta sitten mä ajattelin tossa, että ei voi näin jatkaa tätä tunti loppuun asti, että se on ihan hukkaan heitettyä aikaa samoja tehtäviä pyörittää. Sit mä päätin kuitenkin ottaa sen jäätelötehtävän tässä yhteiseen käsitteelyyn, vaikka olenkin sitä mieltä, että kauheen mielekästä ei oo ottaa näitä pulmatehtäviä yhteiseen käsitteelyyn. Puolet on usein sellaisia, joita tää ongelma ei tavoita. Se on niin korkealla jossain, että ne on vaan että "Hohhoijaa, mitä ihmettä?". Ja sit ne, jotka sen on ratkaissut, niin on että "Tuttu juttu". Siellä on ehkä viis, jotka jaksa sitä miettiä. Mä koitin tehdä asiasta vähän mielenkiintoisemman niin, että pyysin sinne niitä tekemään, jotka oli sen ratkaissut ja kertomaan siitä, että miten ne oli sen ratkaissut. Ja se, että oppilaat tuolla touhuilee ja kirjoittaa, niin pitää muiden mielenkiinnon yllä. (A8.4/4\_303&304&305)*

## 7.2 Oppilaskeskeisyys

Opettaja A:n näkemyksen mukaan vastuuta opiskelun etenemisestä on perusteltua siirtää myös oppilaille, koska se motivoi oppilaita sekä edistää heidän aktiivista ajattelua ja työskentelyä.

*A: Jos mä olisin määränny, että pitää tehdä kolme ylintä laatikkoa, niin ne ois huutanut että "Aah, näin paljon, en jaksa tehdä". Mut sitte, kun saa valita kolme eli käytännössä melkein koko sivu pitää tehdä, niin sit moni sanoo, että "Saaks tehdä koko sivun?". Että aina kun on sellainen oman valinnan mahdollisuus tai edes näennäinen vapaaehtoisuus, niin oppilaat suhtautuu niihin eri tavalla. (A3.3/3\_124)*

*A: -- Mä koitin saada heidän ajatuksiaan murtolukuihin sillä, että mä palasin siihen, että millasii malleja käytettiin murtoluvuissa. Musta oli hyvä ja kiva, että se tuli noilta oppilailta se murtolukujuttu. -- Se osoittaa, että ne on aktiivisesti mukana keskustelussa ja että ne pohtii ja miettii. Että mä en vaan paasaa tuolta kaikkee. (A2.4/5\*\_60)*

Oppilaskeskeisyyden etuina Opettaja A näkee myös sen, että oppilaat kykenevät neuvomaan toisiaan ja usein myös ymmärtävät opiskeltavan asian paremmin kuin opettajan ohjauksessa. Oppilaiden toimiessa itsenäisesti opettajalle jää enemmän aikaa auttaa oppilaita, jotka tarvitsevat juuri hänen apuaan.

*A: -- Mulla on itsellä sellanen kokemus matematiikasta peruskouluajalta, että oli kiva laskea sen toisen kanssa ja oli kiva, jos kaveri pystyi selittämään sen mulle niin, että mä ymmärsin ja pääsin eteenpäin. Jos mulla oli ongelma, niin se opettaja ei ollut se, johon heti turvauduin. -- Yhtä lailla joku oppilas, joka on ymmärtänyt tehtävän ja on fiksu ja osaa, niin voi neuvoa toista, että sen ei tarvi aina olla minä. Pääasia ja tavoite on, että kaikki ymmärtää ja saa tehtävät tehtyä. Oppilas voi selittää sen jollain muulla tavalla, kun minä, ja se oppilas voi toisen oppilaan selityksestä ymmärtää paljon paremmin kuin siitä mun selityksestä. (A3.2/3\_111&112&113)*

*A: -- Tämöinen on mun mielestä mielekästä, että oppilaat saa itse valita ja tehdä omassa järjestyksessä sellaisia tehtäviä, mitä he itse kokee mielekkäiksi. -- Ne saa paljon enemmän aikaiseksi ja mä pystyn auttamaan ja keskittämään huomioni sellaisiin oppilaisiin, jotka tarvitsee apua. Niille on sitten enemmän aikaa. (A7/13\_257&258)*

Kaiken kaikkiaan Opettaja A:sta on tärkeää, että oppilaat ovat itse aktiivisia omassa opiskelussaan. Oppilaiden aktiivisuuteen hänen mukaansa vaikuttavat toisaalta oppilaiden luonne, itseluottamus ja motivoituneisuus ja toisaalta opiskelutilanteiden ajankohta ja käytettyjen tehtävien laatu.

*A: -- Sitten kun tunti loppu, ne halus jäädä tekeen sen [ongelmatehtävän] loppuun. Se oli mielenkiintoista. Mä en nyt muista, ketkä kaikki sitä ryhty pohtimaan. -- Tehtävässä oli ruudukko, mihin piti tietyt luvut saada niin, että kaikki täsmää. Niille tuli varmaan sellainen olo, että tää jäi kesken, että mun on pakko selvittää tää. Ja sit ne tietää ja luottaa itseensä matematiikan suhteen niin paljon. Ne tietää, että ne pystyy selvittämään sen, kun ne jo osittain on saanu ratkaistua. (A5.5/5\_224&225)*

*A: Tässä Kalle ja Samuli tarvitsee apua. Ne on sellasii hiljasii poikia, jotka pitkään nyhrää yksinään ja niitä pitää erityisesti muistaa käydä jeesäilemassa. (A2.5/5\*\_68)*

*A: Tos mua rupee ärsyttään se, että noi nukkuu. On maanantaipäivä ja sillon mä en yleensä opeta mitään uutta. Ja sitten toi aika... Ne on just tullut syömästä. (A3.1/3\_91)*

Opettaja A:n oppilaat työskentelevät usein pareittain, koska juuri silloin oppilaat tulevat ottaneeksi itse vastuuta opiskelustaan sekä rohkaistuvat pohtimaan, puhumaan ja tekemään tehtäviä liittyen opiskeltaviin sisältöihin.

*A: Must on tärkeetä, että ne työskentelee matematiikan parissa jonkun toisen oppilastoverin kanssa. Kirjaa tehdessään ne puhuu sitä uutta asiaa ja kokeilee ja miettii, että tulisko tää tänne vai tänne. Ja sit mä voin paremmin ohjata yksilöllisemmin. Ne, jotka ei osallistu tohon yhteiseen, seuraa sivusta tai ei osaa tai ei rohkene, niin kuitenkin tekee ja puhuu siitä turvallisesti omalla paikalla ja parin kanssa. (A3.2/3\_103&104)*

*A: On helpompaa mennä kaverin kanssa taululle. Kaverilta voi kysyä eikä oo yhtäkkiä tuolla itse kasvot tauluun päin ja ihan paniikissa tai jotain. Hermostuksissa siitä että... Kaverilta voi kysyä, että ootsä samaa mieltä. (A4.2/6\_137)*

Opettaja A hyödyntää oppilaiden aktivointia myös motivoinnin keinona. Oppilaat ovat usein innostuneita toimimaan esimerkiksi opettajan apuna. Lisäksi

toisen oppilaan työskentelyn seuraaminen tai hänen esittämien ratkaisujen kuunteleminen motivoi muitakin oppilaita osallistumaan opetukseen paremmin kuin opettajan toimiessa yksin.

*A: Opettaja tarvitsee avustajia taas oppilaista ja se paljon kiinnostaa. (A9.2/6\*\*\_321)*

*A: Ne, jotka tulee taululle, on niitä, jotka sitä asiaa opiskelee. Ne, jotka ei tuu taululle, seuraa paljon tarkemmin, kun ne samalla mietii, että tekeeks noi tuolla oikein. Jos opettaja tekee, niin ne olettaa, että toi ympyröi tuolta ne, mitkä pitääkin. (A4.2/6\_136)*

Opettaja A:n järjestämä matematiikan opetus ja opiskelu on usein myös oppilaiden itsenäistä työskentelyä erilaisten tehtävien parissa. Tehtävät tuovat esiin opiskeltavan matemaattisen sisällön, harjoittavat ja varmistavat sisällön hallintaa ja ymmärtämistä sekä vaativat sen monipuolista soveltamista.

*A: Kirjan tehtävässä oli sellasia erikokoisia astioita, 8 litran pesuvati ja 3 litran kulho ja 2 desin mehulasi. Sit niistä oli erilaisia ryhmittelyitä, kaks lasia ja pesuvati. -- Siinä tulee noita eri yksiköitä, että miten niitä lasketaan yhteen. Ei oo vaan litroja tai pelkästään desimaaleja. Tavallaan ton harjoittelua. Pitää aina pitää päässä se, että mikä koko tai mistä yksiköistä on kysymys ja miten niitä voi laskea yhteen. (A10.3/4\_372)*

*A: Mä uskon tällaseen oppimisen tapahtumaan, että kun töitä on tehty koulussa ja sitä sitten kerrataan ja päähkäillään kotona sitä asiaa, niin se oppiminen sit jotenki täydellistyy tai palaa vielä kotona mieleen ja sitten automatisoituu edelleen. (A3.3/3\_123)*

*A: Noi pojat, jotka on hyvin taitavia matematiikassa, Mikko, Tommi, Arttu ja Lauri, mä olin kakkosella olin eriyttänyt matikassa. Kun mulla oli tää erityisopetuksen resurssi, niin valitsin tällaisia matematiikassa taitavia semmoseen matematiikan tähtiryhmää. Mä koin, että mulla ei niin paljoo oo mahdollisuuksia luokassa antaa tällasta ylöspäin eriyttävää tehtävää ja se näkyy edelleen. Ne on valmiita pohtimaan ja miettimään tällaista vähän päähkäilyä vaativia tehtäviä normaalin sisällön lisäksi. Ja sitten siinä desimaalilukuhommelia ja sen yhteenlaskua vähän sovellettiin tai käytettiin eteenpäin, niin se oli musta ihan hyvä tehtävä tähän (A5.5/5\_222&223)*

Työskennellessään itsenäisesti tehtävien parissa oppilaat ottavat vastuuta ja toimivat aktiivisesti. He joutuvat myös perustelemaan omia ajattelu- ja ratkaisutapojaan sekä havaitsevat matemaattisen tiedon merkityksen erilaisissa arkielämän tilanteissa. Opettaja A kuitenkin muistuttaa, että tehtävien tulee olla opiskeltavan sisällön kannalta tarkoituksenmukaisia ja riittävän haasteellisia.

*A: Toi tehtävä oli ihan naurettavan helppo. Ne tajus sen ihan heti. Mun ei olis kannattanu nähdä tollasta vaivaa, että mä teen sen taululle. Mä oisin halunn, että ne parin kanssa keskustelelee tosta asiasta [kumpi desimaaliluvuista on suurempi] ja miettii ja pohtii sitä perustelua, minkä takia. Mut se tuli ihan saman tien. Joku huusi, että "Toi tietenkkin, kun siinä on niitä enemmän". Mut hyvähän se on, että se oli noin helppo. Ajattelin tällasta pohdintatehtävää aluks, mut nyt se ei toiminut. (A4.1/6\_129&130)*

*A: -- Toi peli oli yksi tehtävistä siitä syystä, että siinä harjoiteltiin pelin siivellä näitä yhteenlaskuja. Sanalliset sen takia, että siellä on jo joku kyselty, että mihin ihmeeseen näitä desimaalilukuja. Siellä oli johonkin kokretiaan tai elämäntilanteeseen liitetty, että missä ne tulee esille. Lassella oli kuumetta ja se oli noussu ja laskenu. Sit ulkona oli lämpötila jotain ja se oli muuttunu. -- (A7.1/3\_265)*

## 8. Oppilaiden henkinen hyvinvointi ja turvallinen oppimisympäristö

Kahdeksas pääteema sisältää Opettaja A:n näkemyksiä ja perusteita, jotka kertovat hänen tavoitteestaan edistää oppilaiden henkistä hyvinvointia opetuksen ja opiskelun kulussa. Hän nostaa esiin erityisesti oppilaiden henkiset ongelmat sekä pohdintoja siitä, miten opiskelun ongelmakohtiin tulee suhtautua ja mitkä seikat vaikuttavat turvallisen oppimisympäristön syntyyn.

### 8.1 Oppilaiden henkiset ongelmat

Opettaja A kertoo havainneensa oppilaiden henkisinä ongelmina ahdistumisen sekä ajatuksia siitä, että heidän tulisi selvitä opiskelustaan yksin ilman muiden apua ja tukea. Oppilaiden ahdistuneisuutta Opettaja A pyrkii helpottamaan ja ehkäisemään teettämällä oppilailla avoimia tehtäviä sekä antamalla heille valinnan mahdollisuuksia sen suhteen, mitä he laskevat. Lisäksi hän pyrkii järjestämään työskentelyn oppitunneilla mahdollisimman rauhalliseksi.

*A: Mä käytin tässä tosta samasta asiasta miellekartta sanaa, niin ne jo tietää, että se ei oo mikään sellanen ahdistus. Siinä ei oo yhtä oikeeta vastausta. Se oli ehkä helpottava tekijä ja ehkä muutenkin tää oli rennompi tilanne kuin aamulla. -- Ne varmaan sai enemmän tehtyä. Ei ollu niin suurta ahdistusta siitä, että jos niit ei saakaan sinne, niin sitten ei vaan tuu mitään mieleen. (A2.1/5\*\_51)*

*A: Sanoin, että täytyy tehdä vähintään kaksi, että oppilaat ymmärtää ettei koko tuntia pelailta. Se peli oli selkeesti semmonen, että kaikki tais aloittaa sillä. Mutta ei tarvi kuitenkaan ahdistua, että kaikki noi neljä hommaa täytyy tehdä. (A7.1/3\_268&269)*

*A: Toi Samuli on vähän sellainen, jolla on pikkasen vaikea aina hahmottaa asioita. Se on matematiikan mekaanisissa jutuissa todella hyvä ja silleen hirveen nopee laskeen kertolaskuja. Mut sit kun pitää tällasta motorista hommaa tehdä, niin se on tosi vaikeeta ja se tarvii apua. Siinäkin sit mä olin aika pitkään sen vieressä ja katoisin, että se osaa tehdä. -- Tuin ja rohkaisin, että hän on tekemässä oikeita asioita ja juuri oikein olet ymmärtänyt. Olin tukena niitten tehtävien tekemisessä. (A2.5/5\*\_65)*

Opettajan on Opettaja A:n mielestä oltava luokassa turvallinen henkilö, joka ottaa huomioon oppilaiden erilaiset tunteet ja jolle oppilaat voivat huoletta näyttää kaikenlaiset tunteensa.

*A: Mä mietin tossa sitä, että mä en halua jättää viimeiseksi sellaisia arkoja oppilaita. En halua myöskään silleen, että jos et osaa, niin sitten sä et saa. Tossa kohta tulee se tilanne, jossa Jennillä tulee vaikeuksia. Se vähän hermostu ja hätääntyi. Sitten mä kyselin niin kauan, että hän lopulta sanoi oikean vastauksen. Viimeiseksi jäi Elvi, Matti ja Lauri, jotka on niin reippaita, että se ei niitä hetkauta. (A9.3/6\*\*\_333&334)*

*A: Tässä tulee tää ahdistuskohta. Sen on ihan kauhean vaikea ymmärtää, vaikka mä kuinka näytän. -- Tossa olis varmaan kauhean paljon helpompi ymmärtää, jos jonkun oppilas ottais avuksi. Mä neuvon ton niin hyvin kuin mä ikinä voin, mut hän ei suostu ymmärtämään. Ja sit Elvi on poikkeuksellinen siinä mielessä, että se osoittaa tosi voimakkaasti tunteita. Että ei kukaan muu oppilas huuda mulle tolleen, että "Emmä tajuu!". Ehkä se on sille joku turvallisuusjuttukin, että se voi sanoo mulle noin, jos sitä ahdistaa, enkä mä siitä välitä. (A4.4/6\_166&167)*



Opettaja A toteaa, että oppilaat saattavat ajatella tunnollisuuteensa ja taitoihinsa perustuen, että heidän tulee selvittää opiskelustaan omin avuin. Tämän vuoksi Opettaja A painottaa oppilailleen, että heidän tulee kysyä apua epäselvissä tehtävissä, vaikka kyseessä olisi jopa koetilanne. Opettaja ei saa jättää oppilaita yksin ongelmiansa kanssa ja tuen tulee olla riittävää ja pitkäjänteistä.

*A: Samuli oli ihan huolestuneen oloinen. Se on kokeissakin välillä sellanen, että se huokailee tosi syvään, hankaa silmiä ja alkaa itkeä. Mä meen sen viereen ja rauhoittelen. Se on hirvu tunnollinen ja sitten kun se ei meinaa ymmärtää, niin hirvu pitkä aika menee, ennen kun se tulee pyytää apua. -- Se on matematiikassa hyvä ja se ajattelee, että mun pitäis selvittää tästä itse, koska mä osaan matematiikkaa. (A2.5/5\*\_70)*

*A: Koetehtävässä oli yksi kokonainen, missä oli kymmenesosat näkyvissä, sellasesta palasesta kuva. Arttu ei tiennyt, että merkitseekö hän sen luvun, mikä tulee mustalla väritetyistä vai sen, mikä on merkitty valkoisella. -- Ja tollasia tarkentavia kysymyksiä mä haluan, että oppilaat esittää. Että ei koe oo sellanen, että täytyy aivan yksin siitä selvittää. Jos ei ymmärrä ohjetta, niin tietenkin pitää kysyä. (A8.1/4\_294)*

*A: Tehtävien teko sujui aika hyvin. Suurin osa ymmärsi, kun mä kävin oppilaan luona sanomassa, että lue ohje ja mitä siinä sanottiin. Sellainen vierihoito siinä, että sähän oot ymmärtänyt tai sen ymmärtämisen vahvistaminen. Mut joillekin sit piti selvittää, että tämä oli se yks kokonainen ja mikäs tämä oli. -- Ajattelin sitä, että jokaisen oppilaan on tärkeää päästä tehtäviin kiinni ja saada niit tehtyä. Tärkeää on, että he ymmärtää eikä joudu ihmettelemään ilman apua, että mitä pitäis tehdä. Pyrin käymään jokaisen luona tai ainakin katsomaan, että hommat sujuu. (A1.5/5\*\_36)*

## 8.2 Opiskelun ongelmakohtat

Opiskelun ongelmakohtina Opettaja A nostaa esiin erityisesti oppilaiden tekemät virheet. Hän painottaa, että suhtautumisessa oppilaiden tekemiin virheisiin on tärkeää, ettei oppilasta rangaista, vaan häntä tulee auttaa virheiden korjaamisessa. Virheitä ei saa myöskään ehdoin tahdoin korostaa. Epäonnistumiset kuuluvat kaikkeen uuden opiskeluun ja sen vuoksi ne ovat sallittuja.

*A: Hänellä on toi motorinen puoli aika hankalaa ja ajattelin sitä helpottaa niin, että hän pääsis tehtävissä eteenpäin. Kun mulla oli selvillä, miten hän oli ajatellu ne siihen laittaa ja hän sit kerto, miten hän ne loput siihen laittaa, niin hän niinku oli sen tehtävän ymmärtänyt ja tehnyt. On tärkeä, että ei sit tarvinnu ahdistua siitä, että ne ei pysyny sen kallellaan olevan kirjan päällä ne palaset. (A2.5/5\*\_74)*

*A: -- Matti tossa naurahi. Mä en sitä huomannu tossa tilanteessa. Jos mä olisin huomannut, mä olisin voinu sanoa sille, että "Lopeta". Mä yleensä aina kommentoin. En tykkää, että ne nauraa. Me ollaan paljon puhuttu siitä, että me ollaan tuolla oppimassa ja onnistumassa ja epäonnistumassa, mut me ei olla siellä nauramassa toisten virheille. Mä joskus totean, että käsi ylös se, joka ei oo koskaan tehnyt virheitä ja liitän siihen myös itseni, että kyllä mullekin sattuu kaikenlaista. Se on hyvin olennainen tekijä, että saa rauhassa opetella ja harjotella eikä pelota ja jännitä. (A5.3/5\_198)*

Opettaja A pyrkii omassa toiminnassaan ennakoimaan opiskelussa ja oppikirjan tehtävissä ilmeneviä mahdollisia ongelmakohtia. Hän ohjeistaa oppilaat työskentelyyn täsmällisesti ja näyttämällä esimerkkejä. Hän myös kyslee ja kertoo opiskeltaviin matemaattisiin sisältöihin liittyviä keskeisiä seikkoja. Li-

säksi Opettaja A tekee yhteistyötä erityisopettajan kanssa erityisesti silloin, kun opiskellaan uutta asiaa.

*T: Sit sä teet taululle merkinnän [litrojen ilmoittaminen desimaalilukuna]. Miksi?*

*A: Niistä puhutaan koko ajan. Ja sit se merkintä on se, millä he alkaa operoida ja laskea yhdessä, ettei se tule ihan vieraana niissä tehtävissä. Ettei se tule outona, niin katsotaan vielä niillä numeroilla siinä vieressä. (A9.3/6\*\*\_330)*

*A: Se tapa, millä he osaa desimaaliluvun ilmasta, oli tuttu viime viikosta. Musta oli hyvä, että se tuli tässä. Koko ajan tulee oppilaille varmuus siitä, että he osaa. Kohta tää liitetään johonkin uuteen juttuun, niin sitten se ei tuu niin täytenä yllätyksenä. Eli tutuista jutuista on kyse, että sillä on vaan toinen tapa se luku ilmaista. (A3.1/3\_86)*

*A: Aika vähän mä annan tukiopetusta matematiikassa. Me ollaan aika paljon erityisopettajan kanssa tehty yhteistyötä niin, että Marjut on meidän matematiikan tunnilla mukana joka tiistai. Mä oon pyrkinyt ajottamaan opetusta niin, että maanantaina mä en opeta mitään uutta isoa juttua vaan mä teen sen tiistaina, kun oppilaat on muutenkin rauhallisempia ja valmiimpia omaksumaan uutta. Sit kun mä opetan jotain uutta niin on heti myöskin kaks aikuista auttamassa ja neuvomassa, että se uus asia tulee ymmärretyksi. Niin se on toiminut aika hyvin, että se tukiopetuksen määrä on ollut aika vähäinen. (A1.5/5\*\_44&45)*

### 8.3 Oppitunnin tunnelma

Oppitunneilla vallitseva tunnelma on Opettaja A:n näkemyksen mukaan yksi oppilaiden henkiseen hyvinvointiin ja turvalliseen oppimisympäristöön liittyvä tekijä. Oppitunnin tunnelmaan voivat vaikuttaa oppilaiden opettajalta saama positiivinen tai negatiivinen palaute heidän osaamisesta ja käyttäytymisestä. Toisaalta merkittäviä suotuisen tunnelman luoja ovat myös luokan sosiaalimuoto sekä oppitunnin lomassa ilmenevät vapaamuotoiset keskustelut.

*A: Mulla oli vähän ikävä mieli siitä tunnin alusta. Mä kävin Tanelin kanssa keskustelun, mikä oli aika kovaäänistä sanailua. Sellasta mä en noin pitkään ainakaan kauheesti harrasta. Se aina vaikuttaa siihen, että jos on pahantuulinen, niin se on tosi typerää. Sitä vois keskustella muutenkin. Mä olin siis ollut sen ekan tunnin pois ja niitten piti tehdä kouluavustajan kanssa valvomana töitä. Teppo ja Taneli oli heti käyttänyt tilaisuutta hyväkseen ja koheltanut. Kun muut oppilaat paheksu sitä, niin mä koin, että mun pitää puuttua siihen. Ettei se voi vaan mennä noin, että joo joo. (A7/13\_287)*

*A: Testit tehtiin eilen ja oppilaat aina kysyvät, että millon me saadaan noi. Kiinnostaa tietenkin se, että miten he ovat selviytyneet ja pärjänneet. Se oli nyt varsinkin miellyttävä ja positiivinen aloitus, kun se meni noin hirveen hyvin. (A9.1/6\*\*\_314)*

*A: -- Mä ajattelin, että oppilaat seurais tota tilannetta omalta paikaltaan, josta ne parhaiten näkee. Mut sit meitä oli aika vähän ja ajattelin, että on järkevää, että kaikki tulee tohon ympärille. Siinä on tunnelmaa ja oppilaat seurailee. (A9.2/6\*\*\_322)*

*A: Tää oli mun mielestä poikkeuksellisen hauska tunti. Tän ryhmän kohdalla voi aika suurta vapausastetta pitää tässä. Tää ei oo niin muodollinen kuin noi koko luokan tunnit. Musta se on kiva. Toi asia kuitenkin etenee. Jos tehtäviä välillä tekee vähän enemmän keskustellen ja naureskellen, niin se ei suinkaan ole haitta. (A9/13\*\*\_353)*

### 11.1.2 Didaktisen päätöksenteon jäsentyminen Opettaja A:n pedagogisessa ajattelussa

Kuvio 11.1 havainnollistaa Opettaja A:n didaktisen päätöksenteon jäsentymistä hänen pedagogisessa ajattelussaan. Kuviossa yhtenäisellä viivalla piirretty, tummat laatikot tarkoittavat opettajan ajattelussa ilmenneitä matematiikan opetuksen ja opiskelun tavoitteita, kun taas katkoviivalla piirretyt, vaaleat laatikot ilmentävät niitä tekijöitä, jotka tukevat näiden tavoitteiden saavuttamista. Uloin kehys kuvaa sitä kontekstia, johon matematiikan opetus kokonaisuudessa opettajan ajattelussa sijoittuu. Lisäksi kunkin opettajan ajattelussa ominaisella tavalla painottuvat seikat on kirjoitettu tummennetulla tekstillä.

Opettaja A:n päätöksenteossa merkittäväksi tekijäksi osoittautuu opetuksen ja opiskelutoiminnan järjestäminen, johon vaikuttavat matemaattisen tiedon luonne sekä opetus- ja opiskelutilanteissa vallitsevat vuorovaikutuksen muodot ja oppimisympäristön laatu. Lisäksi Opettaja A:n päätöksenteko jäsentyy tavoitteiden sekä opiskelua ja oppimista tukevien, erityisesti sosiaalis-affektiivisten tekijöiden kautta.

Matematiikan opetuksen ja opiskelun tavoitteena Opettaja A:n ajattelussa on luonnollisesti matemaattisen sisällön hallinta, joka koostuu matemaattisten käsitteiden hallinnasta ja laskutaidosta sekä kommunikoinnin – matematiikan puhumisen ja kirjoittamisen – taidosta. Näillä matemaattisilla tiedoilla ja taidoilla Opettaja A näkee olevan merkitystä niin matematiikan kuin arkielämänkin kannalta. Perustietojen ja -taitojen osaamisen tuleekin ulottua matematiikan kontekstista myös sen laajempaan todellisen elämän kontekstiin. Toisaalta taas matematiikan merkityksen havaitseminen on oppilaita motivoiva tekijä. Siten matematiikan opiskelu ja matematiikan merkityksen huomioiminen muodostavat toisiaan aktivoivan kehän.

Keskeistä kaikessa matematiikan opiskelussa ja oppimisessa on Opettaja A:n mukaan ymmärrys. Ymmärtäminen on sisältöjen hallinnan ja oppimisen edellytys, jota ei voida korvata mekaanisella harjoittelulla. Erityisesti matemaattisella ajattelulla, mutta myös kommunikoinnilla on ymmärryksen kannalta merkittävä rooli. Yhdessä nämä muodostavat toisen, matematiikan merkityksen yhteydessä kuvatun kaltaisen, vastavuoroisen kehän: Kieli on ajattelun väline, ja matematiikan puhuminen ja kirjoittaminen aktivoivat ajattelua. Omien ajattelu- ja ratkaisutapojen esittäminen ja perusteleminen puolestaan sekä osoittavat ymmärryksen laatua että edistävät syvempää oppimista.

Erityistä Opettaja A:n ajattelussa on – edellä kuvattujen matematiikan opetuksen ja opiskelun tavoitteiden merkittävästä asemasta huolimatta – sen kohdistuminen opetus- ja opiskelutoiminnan organisointiin eli siihen, miten kyseiset tavoitteet saavutetaan. Opetus- ja opiskelutoiminnan järjestämisestä määrittelee Opettaja A:n näkemyksen mukaan ennen kaikkea matemaattisen tiedon luonne. Matemaattinen tieto on luonteeltaan toistensa varaan rakentuvaa eli kumuloituvaa ja sen vuoksi oppilaiden ennakkokäsitykset ja aiemmin opiskellut sisällöt toimivat matemaattisen käsitteenmuodostusprosessin lähtökohtana. Tämä tuo jälleen esiin myös matematiikan merkityksen pelkkää las-

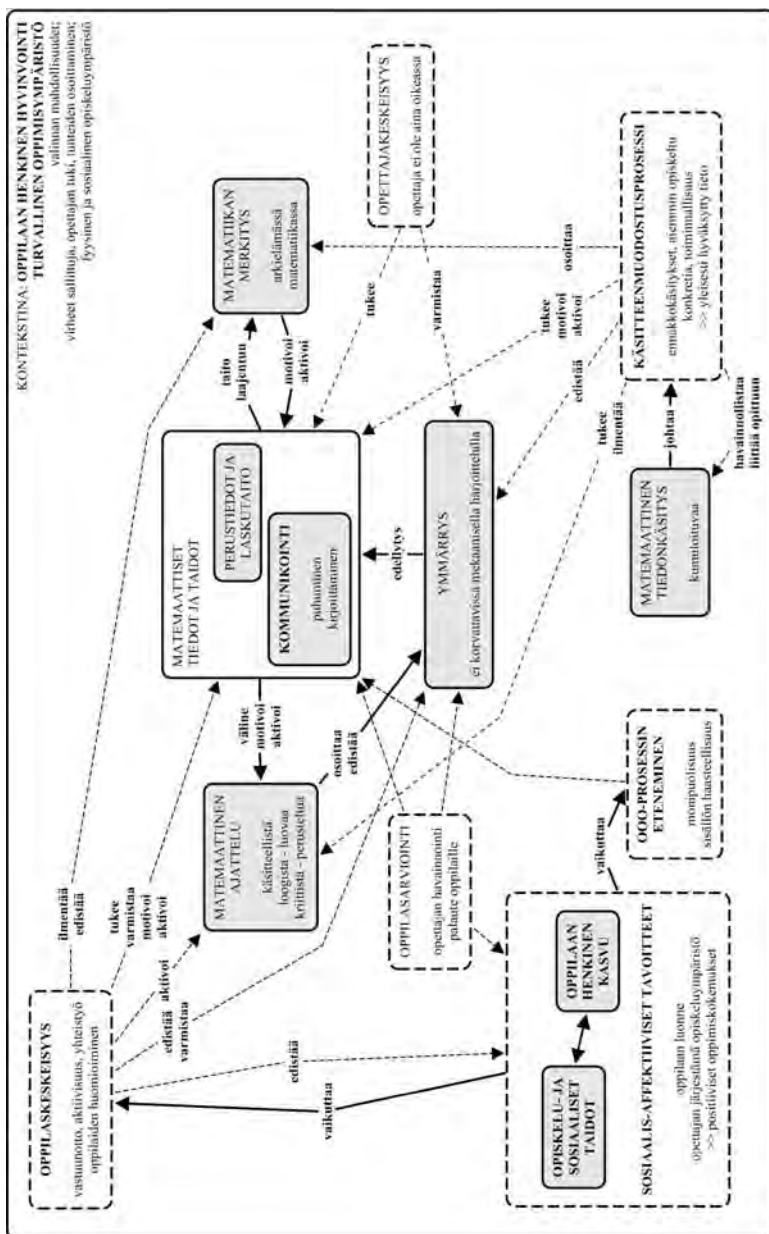
kemista laajemmassa, todellisen elämän kontekstissa. Muita tärkeitä tekijöitä matematiikan opetuksessa ja opiskelussa ovat konkretian hyödyntäminen ja toiminnallisuus. Konkreettiset välineet havainnollistavat matemaattisia käsitteitä ja niiden rakentumista sekä liittävät opiskeltavan sisällön jo olemassa oleviin tietorakenteisiin. Toiminnalliset opiskelun tavat taas aktivoivat ja motivoivat oppilaita työskentelemään opiskeltavan sisällön parissa. Näin ollen konkretia ja toiminnallisuus ilmentävät, tukevat ja edistävät oppilaiden ajattelua sekä tavoiteltavaa matemaattisten tietojen ja taitojen ymmärtämistä.

Toinen tärkeä tekijä Opettaja A:n opetuksessa on oppilaiden oman aktiivisuuden ja vastuunoton huomioiminen ja mahdollistaminen. Opettajakeskeisten toimintatapojen avulla voidaan varmistaa erityisesti opiskeltavien sisällöjen ymmärtämistä sekä tukea oppilaita haasteissa ja opiskelun etenemisessä. Kuitenkin oppilaskeskeiset menettelytavat edistävät matematiikan opiskelua ja oppimista sisällön hallintaa laajemmin. Ne mahdollistavat oppilaiden aktiivisen toiminnan ja ajattelun sekä matematiikan merkityksen havaitsemisen. Edelleen voidaan pyrkiä myös matematiikan opetuksen ja opiskelun sosiaalis-affektiivisten tavoitteiden – opiskelu- ja sosiaalisten taitojen sekä oppilaan henkisen kasvun – saavuttamiseen, jolloin oppilaat ovat motivoituneita, ottavat itse vastuuta omasta opiskelustaan sekä auttavat myös toisiaan.

Edellä mainituilla sosiaalis-affektiivisilla tekijöillä on Opettaja A:n ajattelussa erityisesti opiskelua ja oppimista tukeva rooli. Oppilaan opiskelu- ja sosiaaliset taidot sekä henkinen kasvu ovat yhteydessä ja vaikuttavat toisiinsa. Niiden kehittymisen kannalta merkittäviä tekijöitä ovat toisaalta oppilaan luonne ja hänen taitonsa, mutta keskeisesti myös opettajan järjestämä opetus- ja opiskeluympäristö, jonka tulee tarjota mahdollisuuksia oppilaiden omaehtoiseen vastuunottoon ja aktiivisuuteen. Tämä auttaa oppilaita Opettaja A:n näkemysten mukaan selviämään opiskelussa vastaan tulevista haasteista ja tuottaa positiivisia oppimiskokemuksia.

Muina oppilaiden opiskelua ja oppimista tukevin seikkoina Opettaja A tuo esiin oppilasarvioinnin ja opetus-opiskelu-oppimisprosessin toteutumisen. Arviointi kohdistuu oppilaiden sisällön hallintaan ja ymmärtämiseen sekä työskentelyyn, mutta myös opettajan omaan toimintaan, jotta hän voi ohjata työskentelyä tarkoituksenmukaisesti. Opetus-opiskelu-oppimisprosessin tulee toteutua monipuolisesti suhteessa erilaisiin oppilaisiin ja opiskeltavan sisällön tarkasteluun. Prosessin tulee edetä tavalla, jossa huomioidaan opiskelun tavoitteet, oppilaiden oikeus opiskeluun, heidän osaamisensa taso ja motivaatio sekä erilaiset ulkoiset tekijät.

Viime kädessä Opettaja A korostaa erityisesti turvallista ja oppilaiden henkistä hyvinvointia tukevaa opiskeluympäristöä matematiikan opetus-opiskelu-oppimisprosessin kontekstina. Kuten opiskelun ja oppimisen tukemisen yhteydessä, myös tässä hän näkee, että juuri opettajalla on merkittävä rooli suotuisan ilmapiirin luomisessa. Oppilaiden tulee kokea, että virheet kuuluvat opiskeluun, että he saavat apua opiskeluunsa opettajalta ja että he voivat vapaasti ilmaista tunteitaan opettajalle.



**Kuvio 11.1.** Didaktisen päätöksenteon jäsentyminen, Opettaja A.

## 11.2 Opettaja B:n pedagogisen ajattelun kuvaus

### 11.2.1 Opettaja B:n pedagogiseen toimintaansa liittämät näkemykset ja perusteet

**Taulukko 11.2.** Pedagogisen ajattelun jakautuminen luokanopettajan omaan toimintaansa liittämiä näkemyksiä ja perusteita kuvaaviksi pää- ja alateemoiksi, Opettaja B.

PÄÄTEEMA	kpl	%	ALATEEMAT	kpl	%
1. Matemaattisten tietojen ja taitojen hallinta	124	29	1.1 Tavoitteena ymmärrys	4	1
			1.2 Mekaaninen perustietojen ja -taitojen hallinta	26	6
			1.3 Ongelmanratkaisu	15	4
			1.4 Tiedon soveltaminen	9	2
			1.5 Kommunikointi	26	6
			1.5.1 matematiikan kirjoittaminen	(13)	
			1.5.2 matematiikan puhuminen	(13)	
			1.6 Oppilasarviointi	44	10
2. Matemaattisen tiedon elementit ja rakentuminen	50	12	1.6.1 opettajan suorittama arviointi	(21)	
			1.6.2 oppilaiden saama palaute	(13)	
			1.6.3 oppilaiden itsearviointi	(11)	
			2.1 Aiemmin opiskellut matemaattiset sisällöt opetuksen ja opiskelun lähtökohdana	19	5
3. Matemaattisen ajattelun perusteet ja luonne	33	8	2.2 Toiminnallisuuden ja konkretian hyödyntäminen	31	7
			3.1 Ajattelun ilmentäminen	16	4
			3.2 Ajattelun luonne	17	4
			3.2.1 loogista	(6)	
			3.2.2 luovaa	(9)	
4. Matemaattisen tiedon merkitys	21	5	3.2.3 kriittistä ja perusteltua	(2)	
			4.1 Tavoitteena matematiikan merkityksen tiedostaminen	3	1
			4.2 Merkitys eri yhteyksissä	14	3
			4.2.1 arkielämässä	(7)	
			4.2.2 matematiikassa	(7)	
5. Matematiikan opetuksen ja opiskelun sosiaalis-affektiiviset tavoitteet	91	21	4.3 Motivoiva tekijä	4	1
			5.1 Opiskelu- ja sosiaaliset taidot	38	9
			5.1.1 oma-aloitteisuus	(15)	
			5.1.2 sitkeys	(7)	
			5.1.3 keskittyminen	(3)	
			5.1.4 säännöt, työrauha	(10)	
			5.1.5 yhteistyötaidot	(3)	
			5.2 Oppilaan henkinen kasvu	53	12
			5.2.1 motivaatio	(29)	
			5.2.2 itseluottamus	(13)	
6. Opetus-opiskelu-oppimisprosessin eteneminen ja sisällön rakentuminen	56	13	5.2.3 vastuunotto	(11)	
			6.1 Opetuksen ja opiskelun monipuolisuus	8	2
			6.2 Sisällön haasteellisuus	26	6
			6.3 Osaamisen varmistaminen	22	5
			6.3.1 kertaaminen	(10)	
7. Opetus- ja opiskelutilanteiden vuorovaikutus	53	12	6.3.2 eriyttäminen	(12)	
			7.1 Opettajakeskeisyys	30	7
			7.1.1 yhteinen vs. henkilökoht. opetus	(15)	
			7.1.2 luokan aktiivinen rooli	(5)	
			7.1.3 vuorovaikutteinen opetus	(10)	
			7.2 Oppilakeskeisyys	23	5
			7.2.1 oppilaiden aktiivinen rooli	(12)	
			7.2.2 tehtäviä antava opetus	(11)	

Opettaja B:n pedagogisen ajattelun teoriasidonnainen tarkastelu pohjasi hänen pedagogisessa toiminnassaan ilmenneisiin teemoihin, jotka liittyivät 1) matemaattisten tietojen ja taitojen hallintaan, 2) matemaattisen tiedon elementteihin ja rakentumiseen, 3) matemaattisen ajattelun perusteisiin ja luonteeseen, 4) matematiikan opetuksen ja opiskelun sosiaalis-affektiivisiin tavoitteisiin, 5) opetus-opiskelu-oppimisprosessin etenemiseen ja sisällön rakentumiseen prosessin kulussa sekä 6) opetus- ja opiskelutilanteiden vuorovaikutukseen (ks. tarkemmin luku 10.4.3 sekä liite 10.2a).

Opettaja B:n matematiikan opetukseen liittyvä pedagoginen ajattelu ryhmittyi analyysin myötä sisällöllisesti seitsemään keskeiseen teemaan, jotka jakautuivat edelleen alateemoiksi kuvaten seikkaperäisemmin Opettaja B:n matematiikan opetukseen liittämiä näkemyksiä ja opetuksen toteuttamisen perusteita hänen omassa toiminnassaan (ks. taulukko 11.2).

Seuraavaksi esittelen tarkemmin jokaista pääteemaa sekä niiden sisältämiä alateemoja. Lisäksi esitän aineistolainauksia Opettaja B:n stimulated recall -haastatteluista, jotka havainnollistavat kunkin teeman sisältöä edelleen. Näin pyrin ilmentämään Opettaja B:n matematiikan opetukseen liittyvää pedagogista ajattelua, joka vaikuttaa hänen toimintansa taustalla.

### ***1. Matemaattisten tietojen ja taitojen hallinta***

Ensimmäinen pääteema sisältää Opettaja B:n näkemyksiä ja perusteita, jotka ilmentävät, mitä hän pitää tärkeänä matemaattisten tietojen ja taitojen opiskelussa sekä oppilaiden arvioinnissa. Opettaja B pohtii ymmärtämisen merkitystä, mekaanista perustietojen ja taitojen hallintaa sekä kommunikoinnin taitoja, mutta myös ongelmanratkaisua ja tiedon soveltamista. Arvioinnin osalta Opettaja B tuo esiin opettajan suorittaman arvioinnin lisäksi myös oppilaiden itsearvioinnin.

#### ***1.1 Tavoitteena ymmärrys***

Opettaja B määrittelee matematiikan opetuksen keskeiseksi tavoitteeksi ymmärtämisen. Hänen näkemyksensä mukaan opiskeltavien matemaattisten sisältöjen ymmärtäminen on oppimisen edellytys, jota ei voi korvata mekaanisella harjoittelulla.

*B: -- Kun miettiä tätä juttua, niin mulla on pyrkimys siihen, että ne ymmärtäis ton asian eikä se, että mä opetan sen mekaanisena drillisuorituksena. Niin kuin monessa kirjassa drillataan tota juttua, siis niin tolkuttoman paljon, kun vaan voidaan drillata, että se tulee automaatioks. -- (B3/9\_115&116)*

*B: Tässä on niin monta vaihetta tässä vähennyslaskussa... Oikeestaan tehdään aika paljon asioita näissä lainaamisissa. Tässä on itse asiassa hirvittävän monta vähennyslaskua, ja sitten tehdään välissä yhteenlaskua. -- Ja mä olen kyllä sitä mieltä, että joll-ei tätä ymmärrä, niin tätä ei pysty muistamaan. Edes sellaisesta mekaanisesta drill- laamisesta ei oo mitään hyötyä ja se ei sitten myöskään siirry isoihin lukuihin. (B6.3/4\*\_301)*

## 1.2 Mekaaninen perustietojen ja -taitojen hallinta

Matematiikan opetuksen ja opiskelun tavoitteena on luonnollisesti myös perustietojen ja -taitojen oppiminen ja automatisointi. Opettaja B:n toteaa, että riittävä mekaaninen harjoittelu on välttämätöntä tämän saavuttamiseksi ja sitä voi tukea havainnollisilla merkinnöillä sekä konkreetteja välineitä käyttäen.

*B: Heikoilla oppilailla on toinen matikan kirja sen takii, että siellä on paljon mekaanista ja vähemmän pohtimista. Että paljon enemmän treeniä. -- Mä aattelen, että oppii ne perusasiat sieltä. Ei niiltä kaiveta sieltä päästä sitä ongelmanratkaisutaitoa. Heidän tavoitteena on, että oppis laskeen perusjuttuja. -- (B1.8/9\_57&58)*

*B: Mä halusin, että ne olis saanut tehtyä mekaanista harjoittelua mahdollisimman paljon. Koska se sitten kuitenkin on ihan välttämätöntä. Osa oli ehtinyt tehdä aika hyvin. Mutta enemmänkin mä olisin odottanu, mut ne oli ihan poikki. -- (B5.2/4\_245)*

*B: Toi on kyllä ollu hyvä toi rasti [lainaamisen merkinä allekkainvähennyslaskussa], mitä mä vertaan aikasempaan. Nyt ne unohtaa sen. Siinä on semmonen virhe tapahtunut monena vuonna, että ne rupee vähentää sitä kahdeksikkoo tai sitä... niin kun tosakin sitten vähennetään 7-8 ja yritetään ja sitten se menee sekaisin. (B7.4/4\_334)*

*B: Tässä [allekkainlaskun apuna] ois pitänyt ne palikat vielä olla. -- (B3.3/3\_158)*

Opettaja B mainitsee, että hänen opetuksensakin voi toisinaan olla tarkoituksella mekaanista. Hän perustelee toimintaansa toteamalla, että tietyt matemaattiset taidot ovat luonteeltaan hyvin mekaanisia suorituksia. Mekaaninen asian opettaminen on tarkoituksenmukaista myös silloin, kun oppilaat opiskelevat mallioppimisen periaatteella tai silloin, kun opiskeltavan asian vuoksi oppilaiden ajattelu uhkaa sekoittua tai asiat unohtuvat helposti.

*B: Tässä mä en tahallaan ottanut mitään. Sitten kun se lainaaminen vaan tuli eteen, niin sitten lainattiin eteenpäin eikä ajateltu, montako kymppiä tuli. -- Mun mielestä se vaan sokee, jos me ruvetaan puhumaan, että tässä on satoja ja tuhansia, ja sait niin ja niin monta sataa tai kymmentä. Tää on periaatteessa vaan tekniikkaa. (B7.4/4\_333)*

*B: Nyt hänellä ei ole yhtä ainutta muistinumeroa siellä. -- Jotenkin mä en ehkä korostanu sitä tarpeeks. Mähän sanoin tossa hetken päästä, että se on pakko. Nehän hirveen helposti jättää sen pois. Ne muistaa sen nyt tällä sivulla, mutta tulevaisuudessa ne ei muista sitä. Se on pakko vaatii heiltä, muuten menee pieleen. (B3.3/3\_148&149)*

*B: Mä tein laskun malliksi ja niiden piti periaatteessa tehdä se sama lasku omaan vihkoon. Mä en tehnyt sitä jokaiseen vihkoon, vaan yhden mallin. -- Ne kyllä helposti pysyy siirtään sen. Että mä yritän tehdä samalla tavalla kuin opettaja. -- (B6.4/4\*\_308)*

Opettaja B:n näkemyksen mukaan oppilaille on usein tyypillistä laskea mekaanisesti ajattelematta opiskelun kohteena olevaa asiaa sen enempiä. Tässä on ongelmana kuitenkin se, että mekaaninen toiminta ei edistä oppilaiden matemaattista ajattelua ja se voi johtaa vääränlaisen laskutavan omaksumiseen.

*B: Tää oli olennaista, kun ne sano, että "Voi sen niinkin tehdä"[kirjoittaa luvun sisältämät numerot allekkainlaskun algoritmiin mihin järjestykseen tahansa]. Sitä mä ajattelin, että se ei ymmärtänyt sitä kuin mekaanisena suorituksena. (B5.3/4\_250)*



*B: Ensin mä yritin auttaa [sanallisissa tehtävissä] kannustamalla ja sit yritin kysyä, että mikä tää on tää vastaus. Mikä asia siitä tuli? Se oli vaikee niille. Sehän on lapselle tyypillistä, että poimii ne numerot siitä sanallisesta ja hirveen usein se meneekin oikein. Eli opettaja ei oikeestaan tiedä sen matemaattisesta ajattelusta sanallisissa tehtävissä välttämättä yhtään mitään. Itse mä havahduin, että apua. (B9.3/3\_407)*

### 1.3 Ongelmanratkaisu

Ymmärryksen sekä perustietojen ja -taitojen hallinnan ohella Opettaja B:n oppilaat opiskelevat myös ongelmanratkaisua. Ongelmanratkaisun tavoitteena on sekä opiskella itse ongelmanratkaisussa tarvittavia ratkaisustrategioita että saada oppilaat huomaamaan todellisen elämän tilanteissa matemaattisia ongelmia. Lisäksi ongelmanratkaisu osoittaa oppilaille, että matematiikkaan kuuluu pohtiminen. Opettaja B pyrkiikin ongelmanratkaisun avulla aktivoimaan oppilaidensa ajattelua, joka johtaa hänen mukaansa mekaanista suoritusta syvällisempään oppimiseen.

*B: Mä lähdin noissa sanallisissa tehtävissä siitä, että mikä se kysymys on. Että mitä se sieltä osti. -- Se on yks tämänlaisen sanallisen tehtävän strategia, että mieta, mikä se kysymys on. Mieta, mitä tiedetään ja mikä on kysymys. (B4.2/5\*\_180)*

*B: Sit me katottiin näitä laskuja vielä. Tässä tulee nää kolme erityyppistä tehtävää. Tää tyyppi, että kuinka paljon ostokset maksoivat yhteensä. Sitten on se, että kuinka paljon sulle jää rahaa. Ja sit se, että mikä on hinnan ero. -- Otin nää esiin, että se siirtyis niiden sanallisten tehtävien tai käytännön elämän tilanteiden ratkaisemiseen. Pitäis periaatteessa oppia näkemään niitä ongelmia. Siellä on korkeempana tavoitteena tammoinen, että oppii näkemään arkielämän tilanteissa matemaattisia ongelmia. Tällä nyt pyritään siihen, että nähtäis niitä. (B4.3/5\*\_194&195&196)*

*B: Sit oli tää viikon pulma. -- Sen idea on se, että mä haluan opettaa, että matematiikka on semmosta asiaa, mikä ei ratkea heti, vaan matematiikkaan kuuluu, että pitää pohtia. Jos tossa olisi tullut oikea vastaus, niin mä en ois sitä sanonut. Mä olisin sanonut, että yksi näistä vastauksista on oikein. -- (B1.9/9\_60)*

*B: Ongelmana tässä oli, että mitä on, kun on tyhjä ruutu [allekkainlaskussa]. Mitä lasketaan siis yhteen? Ja sit palattiin, että jos on tyhjä, niin mitä numeroa se vastaa, että nollaa. Se miks mä teen noin, että ne tavallaan joutuu jonkun ongelman eteen. Ettei ne oppis sitä pelkästään mekaanisena suorituksena, vaan että ne ajattelis, miks he tekee jotakin. Tulis se ongelma ja ne hakis siihen vastausta eikä niin päin, että mä sanon etukäteen, että tyhjä ruutu on nolla. -- Mun mielestä siitä jää enemmän muistiin. Muistaa, että siinä on joku ongelma ollu ja mä hain siihen ratkaisun. (B1.8/9\_50)*

### 1.4 Tiedon soveltaminen

Ongelmanratkaisuun liittyy läheisesti opiskellun matemaattisen tiedon soveltaminen uudessa tilanteessa. Opettaja B kertoo havainneensa, että oppilaat yrittävät itse soveltaa aiemmin opiskelemiaan ratkaisustrategioita uusissa ongelmatehtävissä. Opiskeltujen taitojen soveltaminen uudessa tilanteessa tai arkielämän ongelmien yhteydessä ei kuitenkaan ole oppilaille itsestään selvää tai helppoa, vaikka taitavimmat oppilaat siitä selviävätkin. Oppilaat saattavat hämmentyä, jos mekaaninen taito ei heti toimikaan ratkaistavassa tehtävässä.

*B: Siinä [oppilaan selostuksessa pulman ratkaisemiseksi] saatto olla se juju – mitä hän yritti selittää – kun me aiemmin palikoilla verrattiin lukujen määriä, niin me lai-*

*tehtiin ne vierekkäin. Esimerkiksi kuusi ja neljä, ja sitten laskettiin, että täs on yks, kaks, kolme, neljä, viis, kuus ja tässä on yks, kaks, kolme, neljä ja sit katottiin paljonko siinä on eroa. Hän ilmeisesti siitä yritti selostaa. -- (B4.3/5\*\_205)*

*B: Toi oli vaikee, että aitauksessa oli 14 lehmää ja vasikoita "puolet" vähemmän kuin lehmiä. Kun se ei ollutkaan taas se luku. Oon opettanu sen strategian, että katso luvut ja alleviivaa ne, ja sitten yritä miettiä, onko se yhteenlasku vai miinuslasku. Tossahan oli "Kuinka monta asukasta lampolassa oli?". Sit mä oon neuvonut, että voihan siihen laittaa "yhteensä" vielä lisäks. Niin sitten se on pluslasku ja "yhteensä". Ja "Kuinka paljon vähemmän kuin lehmiä?", niin se viittaa miinuslaskuun. (B4.3/5\*\_217)*

Opettaja B kuitenkin teettää oppilaillaan soveltavia tehtäviä, jotta tietojen ja taitojen hallinta siirtyisi uusiin tilanteisiin. Samalla tulee kerratuksi ja hyödynnetyksi näitä aiemmin opiskeltuja sisältöjä.

*B: Tässä kävin kaikki vaihtoehdot läpi, mitä eri pareja voi ottaa. Sitä on kombinatoriikkaa. Me ollaan näitä harjoiteltu kravattien, paitojen ja hameiden kanssa. Ja sit me ollaan käyty noitten kanssa kaikki vaihtoehdot esimerkiksi siten, että jos on luku yhdeksän, että mitkä kaikki yhteenlaskut voit tehdä numerosta yhdeksän. (B4.3/5\*\_196)*

### 1.5 Kommunikointi

Keskeistä matematiikassa Opettaja B:n mukaan on myös kommunikointi: matematiikan kirjoittaminen ja puhuminen. Matematiikkaa tulee osata kirjoittaa, koska se edistää opiskeltavien asioiden mieleen painamista ja oppimista.

*B: Toinenhan on se, että itse kirjoittaa, mitä tässä piti tehdä. Mä oon ite käyttänyt monempia tekniikoita niin kun oppimisessa. Joko mä oon pajattanut ääneen asioita, mitä on pitänyt painaa mieleen tai sitten oon kirjoittanut englannin sanoja. (B6/9\*\_311)*

*B: Kirjoitin ton väärän vastauksen taululle, että ne huomais, mitä se sano. Kuulosta se ei ois välttämättä tullu "neljä miinus kuus". (B4.3/5\*\_205)*

Opettaja B toteaa, että matematiikan kirjoittamisen tulee olla alusta alkaen täsmällistä ja siistää, koska merkintöjen epäselvyys tai puutteet hankaloittavat laskemista ja aiheuttavat siten virheitä.

*B: Mun mielestä on tärkeitä, että merkinnät on allekkainlaskussa kohdallaan. Sittenhän se lähtee menemään pieleen, jos et sä merkkää lukuja alusta alkaen just kohdalleen. Ja jatkossa se ei tuu toimimaan. Eikä se toimi nytkään, jos sä laitat sen mihin kohtaan tahansa. -- (B2.5/6\*\_100)*

*B: Tässä äiti oli opettanut pojalle kotona lainaamista ja se ei ollut merkinnyt ylös olenkaan muistinumeroita. Se johtaa sitten siihen, että jatkossa, jollei niitä merkitse sinne ylös niin ne unohtuu ihan onnellisesti. (B6.3/4\*\_300)*

Myös matematiikan puhuminen edesauttaa oppimista, erityisesti matemaattisten käsitteiden ja ratkaisutapojen ymmärtämistä. Opettaja B toteaa, että aina suomenkieli ei kuitenkaan tue käsitteiden ja paikkajärjestelmän ymmärtämistä. Lisäksi opettajan puhe voi olla oppilaille liian monimutkaista. Opettaja B:n havaintojen mukaan oppilaat saattavat kuitenkin kyetä selittämään opiskeltavia asioita toisilleen ymmärrettävästi käyttäen oppilaiden omaa kieltä. Hän

näkeekin, että matematiikkaa kirjoittaessa ja puhuessa voi hyvin käyttää myös omia termejä ja merkintätapoja, jos ne selkeyttävät opiskeltavaa asiaa.

*B: -- Kyl mä uskon siihen ymmärtämisen voimaan. Sitten ymmärtämisessäkin on hirveen tärkeitä se juttu, että sä pystyt sen verbaalisesti selittämään. Jollet sä pysty sitä selittämään, niin sä et oo oikeesti ymmärtänyt. (B6/9\*\_309&310)*

*B: -- Sit se, kun on 23 ja 43, se on helppo. Siellä kielessä kuuluu jo se, mikä se on: "neljä kymmentä ja kolme". Mut sit 13 on jo vaikeempi, kun siellä ei sanota "yksi-kymmentäkolme". Eli se on meidän kielessä. Se ei aukee samalla tavalla, että siinä on "yksi kymmentä ja kolme". -- (B3.3/3\_151)*

*B: Valitsin ryhmät sillä perusteella, että siinä oli keskitasoisia ja hyviä. Mutta sit mä otin Wilhelmin... Wilhelmin piti tulla yksin, mutta se ei päässy niin kun olleenkaan jyvälle. Mä ajattelin, että onko mun puhe liian mutkikasta, koska hänellä on se kieliongelma siinä taustalla. Et jos siihen tulee lapsen puhe, niin oisko se yksinkertaisempaa? Sen takii mä pyysin siihen sitten jonkun toisen selostamaan. (B5.3/4\_248)*

*B: Nyt hän teki tästä tällaisen [allekkain]laskun. Sitten tässä on taas tää ongelma, että siitä tuli  $6+4+1$  ja miten hän sen kirjoittaa. Nyt mä tiedän jo, että kun tossa seuraa-vaksi on se lainaaminen, niin... Oon tajunnut sen, että kun lainaamisessa pitää taval-laan toi ylempi numero unohtaa, niin nythän me on tolkutettu tässä viimeiset viikot, et-tä kaikki pitää laskea yhteen. Eli että kaikkea ei vähennetäkään. Ne hirveen helposti lähtee vähentämään  $13-3-7$ , jolloin siitä tulee väärä vastaus. Mä vähän lisään sitä eli me laitetaan siihen rasti, että se kokonaan unohdetaan. (B5.3/4\_257)*

## 1.6 Oppilasarviointi

Oppilaiden matemaattisten tietojen ja taitojen hallintaan kuuluu oleellisena osana heidän osaamisensa arviointi. Opettaja B toteaa, että oppilasarvioinnin tavoitteena on selvittää sisällön hallinnan lisäksi myös asian ymmärtämistä sekä oppilaiden ajattelun kulkua. Arvioinnin perusteella hän määrittelee harjoittelun tarvetta ja antaa oppilaille matematiikan arvosanat.

*B: Oppilaat kävi laittamassa rahat taululle siitä syystä, että nyt mä nään, että ne lait-taa tosiaan neljä kymppiä. Eli että ne tietää, kuinka monta kymmentä. Olishan se toki ollut multa nopeampaa, mutta nyt mä nään, että ne ymmärtää. (B6.2/4\*\_286)*

*B: Mä kyllä yritän aina tehdä kokeeseen tällaisia pulmatehtäviä jostain sellaisesta ai-heesta, mitä on käyty. Mulla on välillä niitä pulmatehtäviä, mutta ei näin johdonmu-kaisesti, kuin nyt, joka viikko. Yleensä mä laitan kokeeseen jonkun tehtävän, josta mä näen, missä se ajattelu menee. (B9/9\_404)*

*B: Mulla oli tässä sellainen idea... Kun tässä [kokeen itsearvioinnissa] on, että "Osaan laskea...". Esimerkiksi nyt Ville on laittanu tässä [kokeessa] näin, että mä nään, että hän osaa tän asian. -- Niin tää voi vallan mainiosti jatkaa eteenpäin. Elikkää tää harjoittelu ja missä kohtaa kukakin lapsi on. Tää nyt esimerkiksi siirtyy sataluvuil-la laskemaan näitä samoja laskuja. Ja sitten mä katon täältä, että kenen kanssa mun täytyy vielä hinkata. Esimerkiksi tässä mä nään heti, että ei tää kympti ja ykköset oo tässä vielääkään selvillä. -- Ja siis myöskin sen takia, että nyt mulla painaa se, että mun pitää kirjoittaa todistukset, niin mä tätä nyt käytän sitten. (B9.1/3\_376&377)*

Arvioinnin keinoina ja perusteina Opettaja B käyttää omia havaintojaan oppi-laiden työskentelystä, pohdinnoista sekä erilaisten ja eritasoisten tehtävien ratkaisuyrityksistä. Arviointi perustuu myös oppilaiden muuhun toimintaan,

kuten omien ajattelu- ja ratkaisutapojen selostamiseen, tuntiaktiivisuuteen, heidän opettajalle esittämiin kysymyksiin sekä itsearviointiin.

*B: Eli tässä me oltiin jo katottu toi virhejuttu. Mutta tää oli ihan hauska, kun ne sai ruveta miettiin niitä muita vaihtoehtoja [pulman ratkaisuksi], niin siinä näki, että kaikki ei ollu niin kun ymmärtänyt sitä juttua. (B8.3/5\*\_349)*

*B: Tässä pyysin sit Miikkaa auttamaan Einoa. Mä halusin kuunnella, että osako toi Miikka selostaa sen asian. – Ja osas se selostaa sen lyhyesti ja ytimekkäästi, että siihen ei tarvinnu puuttuu. -- (B1.8/9\_54)*

*B: Tässä on ajatus, että arvioi itse nopeesti, että osasinko mä vai enkö osannu. -- Harjoitellaan itsearviointia. Mä nään vähän siitä, mikä heidän oma mielikuvansa on. Jos kovin moni ei viittaa, niin kysyn sitten, että mikä tässä on vaikeeta. -- Kaikki ei oo realistisia arvioinneissaan. Mutta kyllä ne alkaa sitten, kun siitä paljon tekee ja kysyy perusteluja, niin kyllä ne vähitellen alkaa olemaan aika realistisestia. (B2.4/6\*\_97&98)*

Opettaja B tuo esiin näkemyksensä siitä, että oppilaiden on saatava välitöntä ja positiivista palautetta osaamisestaan. Hän pitää tärkeänä erityisesti sitä, että palaute on realistista ja todellisissa opiskelutilanteissa annettua. Opettaja B:n mukaan palaute on oppilaille merkityksellistä sen vuoksi, että väärin opittua taitoa on hankalaa poisoppia. Toisaalta onnistumisen kokemukset vahvistavat oppilaan itsetuntoa ja edistävät oppimista.

*B: Mä vielä kävin sen [allekkainlaskun], että ne saa palautteen. Niin kuin nyt tossa se oli Tiimalle tosi tärkeä, että hän sai sen palautteen. Mähän sanoin kaikille positiivista palautetta. -- (B5.3/4\_275)*

*B: -- Pauliinahan totes sen, että mä oon tyhmä, mutta sitten kun se selitti sen Saarelle, niin sain sen palautettuu siihen, että osaathan sä. Sä osasit sen fiksusti selittää. Ja sit se hymyili ja siitä tuli hirveen suuri ilo. Että siinä kohtaa mä puutuin, kun oli se oikea mahdollisuus antaa palautetta siitä. (B1.3/9\_18)*

*B: Palaute on tosi tärkeä. Sit mä ajattelen niin, että pitäis aina pystyy pääseen siihen väärään kiinni, että se ei jatkuis kauheen pitkään. Väärää on niin vaikeä poisoppia. Jos tossa sivulla aloitat kympeistä niin se on sit aika vaikeä päästä siitä eteenpäin, että aloitatin ykkösistä. Sen takii mä hinkkasin sitä aika paljon sitä. (B1.8/9\_46)*

Oppilaat vaativat palautetta opettajaltaan myös oma-aloitteisesti. Opettaja B toteaa, heidän haluavan varmistusta ja hyväksyntää omalle osaamiselleen. Hänen mukaansa oppilailla voi olla heikko itseluottamus ja sen vuoksi he haluavat tuoda tehtäviään opettajalle katsottavaksi. Opettaja B:n mielestä on kuitenkin ristiriitaista, että oppilaat saavat oppitunneilla palautetta opettajalta, mutta koetilanteissa se ei olekaan mahdollista.

*B: -- Toki olis ollut parempi [koe]tulos sillä tavalla, että mä olisin kahden kesken lasten kanssa katsonut näitä juttuja, ne olis kertonu mulle ja olis ollut rento tilanne. Mut sitten mun eleet ja ilmeet vaikuttaa siihen, miten he suoriutuu. Ne on aika taitavia otetaan sen vinkin, että nyt tuli hyvä. Wilhelmkin esimerkiksi. -- Hän haki multa sitä, että kelpaaks tää, että olisk tää nyt oikein. Hän ei pystynyt jatkamaan eteenpäin ennen kuin sanoin "Ok". (B9/9\*\_374&375)*

*B: Ne osas, mutta onko se sitten itseluottamuksesta kysymys, että piti tulla näyttämään ja varmistamaan? Eihän he ehtineet laskee kuin yhden laskun. (B5.3/4\_256)*

*B: Oppilaat haki kokeenkin aikana sitä varmistusta, että onks tää oikein. Ja sekin on varmaan aika paljon kiinni siitä, että mä aika paljon normaalisti katson niiden tehtäviä joka välissä. -- että mä nään, onks lapset oppinut. Se on nyt ristiriidassa sen koetilanteen kanssa. Sitten he myös tulee aika paljon puhumaan mulle, kun mä pyydän, että ne puhuu, mitä he laskee ja mitä he ajattelee. -- (B9.3/3\_414)*

Opettajan antaman palautteen lisäksi Opettaja B:n oppilaat arvioivat myös itse omia ajattelu- ja ratkaisutapojaan sekä osaamistaan. Jälleen Opettaja B korostaa arvioinnin realistisuutta sekä positiivista ja kannustavaa, itseluottamusta lisäävää aspektia. Hän on sitä mieltä, että itsearviointia tulee harjoitella pienissä osissa. Liian suurien kokonaisuuksien arviointi on oppilaille vaikeaa ja johtaa realistisen arvion sijaan opettajan ajatusten ja näkemysten arvailuun.

*B: Ei nää kaikki itsearviointit oo realistisia. Osa pystyy arvioimaan. -- Mut mä laitoin sen kokeeseen, koska mun mielestä itsearviointi tässä muodossa kaikkein parhaiten palvelee oppilasta. Että vähitellen oppis tajuamaan sen. Multa tulee tähän sitten viestiä ja perustellaan. Millä perusteella sä laitoit, että sä osaat, mutta katos kun tuolla ei menekään oikein. -- (B9/9\_394)*

*B: -- Mun mielestä se, että se itsearviointi on muodossa "hyvin – huonosti", niin ker- too enempi lapsen heikosta itsetunnosta. Tossahan on molemmat positiivisia. "Hyvin, voim jatkaa eteenpäin." ja "Minun pitää harjoitella lisää että varmasti osaan." Pyritään vahvistamaan lapsessa enemmän uskoa itseensä. -- (B9/9\_397)*

*B: -- Itsearviointi ei saa olla sitä, että todistukseen laitetaan määrätön määrä... Esi- merkiksi todistuksessa on, että matematiikka, ja sit pitää arvioida siitä, että miten sä itse arvioit itseäsi matematiikan opiskelijana. No, voidaanhan niin tehdä, mutta kyllä se lähtee enempi näistä paloista. Se menee hirveen helposti... Niin kun meidän Miikal- la esimerkiksi on sillä tavalla, että näitten pitää arvioida matematiikkaa, että minkä numeron he itse laittais. Mä sitten kerran kysyin Miikalta, että mitä sä ajattelet, mitä se itsearviointi on. Hän vastas mulle, että hän veikkaa, minkä numeron opettaja laittaa. Käytännössä se johtaa siihen... Itsearviointiin pitää mun mielestä tulla tämmösessä muodossa, pienissä paloissa. Tässä sitä harjoitellaan. -- (B9/9\_395&396)*

## **2. Matemaattisen tiedon elementit ja rakentuminen**

Toinen pääteema sisältää Opettaja B:n näkemyksiä ja perusteita koskien matemaattisen tiedon elementtejä ja rakentumista. Opettaja B tarkastelee tässä erityisesti matemaattisen tiedon luonteen huomioimista opetuksessa ja opiskelussa.

### **2.1 Aiemmin opiskellut matemaattiset sisällöt opetuksen ja opiskelun lähtökohtana**

Koska matematiikassa käsitteet liittyvät läheisesti toisiinsa ja rakentuvat toisensa varaan, on Opettaja B:n mielestä perusteltua hyödyntää aiemmin opiskeltuja sisältöjä uuden opetuksen ja opiskelun lähtökohtana. Näin ollen on oleellista selvittää myös oppilaiden ennakkokäsitykset opiskeltavaan matemaattiseen sisältöön liittyen.

*B: Tässä on kerroksittain aika monta asiaa niin kun päällekkäin. Mut kaikki nivoutuu jollakin tavalla toisiinsa. Tehtäviä on tossa kirjassa hyvin erityyppisiä. Mitään asiaa ei koskaan päästetä sillä tavalla menemään. (B3.3/3\_147)*

*B: Tossa palautettiin ensin mieleen vanha asia. Tonhan ne osas jo. Se oli opetettu aikasemmin. (B6.1/4\*\_284)*

*B: Mä halusin tietää, että onks oppilailla mitään mielikuvaa allekkainlaskusta. Eli lasketaan allekkain niitä. Ja sitten se oli motivointi. Että se on tärkeä juttu ja sitä tarvitaan arkielämässäkin eli niissä kauppalaskuissa. -- (B1.1/9\_7&8)*

Opettaja B painottaa, että uudet matemaattiset sisällöt tulee opettaa ja opiskella huolella ja kiireettömästi, koska näin muodostuneen vankan tietopohjan avulla on helpompi opiskella taas uusia asioita ja välttää ongelmilta.

*B: -- Kun mä oon nyt kattonut sitä opetussuunnitelmaa, niin tosiasia on, että tässä on ihan liian paljon lastattu tähän ykköselle ja kakkoselle tätä matematiikkaa. Ihan huolelti siitä vois siirtää ylemmille. -- Opsin perusteissa on ykkös-kakkosella liikaa suhteessa siihen, mitä on tuolla kolmos-kutosella. Jos tässä ykkös-kakkosella hosutaan ja yritetään liian paljon niitä asioita, niin menee sekasin eikä se pohja tuu tarpeeks vahvaksi. Sen pohjan kanssa olis paljon helpompi pelata, jos se olis varmempi. Olis sellainen selkee runko. -- (B7.4/4\_336)*

*B: Mulle on tämänkin perusteella tullut se, että se lukualue vaan laajenee liian nopeesti. Se alkaa olla jo viitsi oppilaille se 716. Ja esimerkiksi semmoinen asia, jos ajatellaan, että integroidaan matematiikkaa esimerkiksi luonnontieteisiin ja varsinkin maantieto, jossa tulee valtavan suuria lukuja, asukasmääriä, etäisyyksiä, kilometrejä, kartan hahmottaminen, niin ne lapset ei oo valmiita vielä niihin lukuihin. Tavallaan se ei oo vielä tullut konkreettiseksi se luku, että kuinka paljon... -- (B7.4/4\_331)*

## 2.2 Toiminnallisuuden ja konkretian hyödyntäminen

Matematiikan opetuksessa ja opiskelussa on Opettaja B:n mukaan tarkoituksenmukaista hyödyntää myös toiminnallisuutta ja konkreettisia välineitä. Välineet ja kuvat havainnollistavat opiskeltavaa matemaattista sisältöä ja edistävät niihin liittyvien periaatteiden oivaltamista ja mieleenpainamista.

*B: Mä otin rahat siksi mukaan opetukseen, että minusta raha on tämän lainaamisen käsitteen mieleenpainamisen kannalta parempi ja jotenkin konkreetisoi tän vähennyslaskun paremmin. (B6.1/4\*\_279)*

*B: Nyt mä näytin ykköspalikoilla. Tossa mä lisäsin siihen palikoita niin, että tulee kymmenylitys. Ja niitten piti oivaltaa se, että on pakko laskea ne ykköset eka, että ne saadaan siirrettyä kymppeihin. Eli sama mikä allekkainlaskussa tulee sitten myöhemmin. -- Noilla välineillä se on konkreettisempi. Ne näkee sen siinä. --. (B1.8/9\_33&34)*

*B: -- Se ensimmäinen tehtävä heti mätti, koska siinä oli tällainen kertolaskun idea. Sen takia mä autoin aika paljon. Sitä lähdettiin ratkaisemaan piirtämällä. Sitten ne kyllä pysty tekemään sitä. -- Mä neuvoin piirtämään, koska siitä se aukee. Siinä oli neljä kania ja jokaisella oli kuusi poikast. Niin siitä ne pysty sitten näkemään ja laskemaan sen yhteenlaskuna, koska me ei olla kertolaskuu vielä käyty. (B4.3/5\*\_214)*

Erityisesti heikot oppilaat tarvitsevat Opettaja B:n mielestä konkreettista opiske-  
kelunsa tueksi. Hän lisää myös, että keskeistä välineiden tarkoituksenmukai-  
sessa käytössä on se, että ne ovat oppilaille tuttuja.

*B: Tässä oli periaattessa jo yhtälönratkaisutapoja. Otat yhdeksästä pois viis. -- Mä näytin vielä itse sormilla, koska oon todennut, että tää on heikoin lapselle. Tää on eri tapa. -- Täydennetään ja sitten sormet käyttöön. Tää on heikoin lapsille. Ainut tapa, millä ne saa ratkastuu esimerkiksi 8 plus jotakin on 13. Niin 9, 10, 11, 12, 13. Montako sormee? Tässä on vastaus heti kädessä. -- (B2.1/6\*\_72)*

*B: -- Sitten otin ne palikat. Mä oon opettanut ne palikoilla laskemaan, niin että aina ensin ykköset. Niin mä palautin, että kummin päin me aina laskettiin. -- (B1.4/9\_25)*

*B: Wilhelm ei oo ykkösluokalla ollu mun luokalla. Sen huomaa selkeesti, että hän ei osaa noita välineitä käyttää. Hän ei oo käyttänyt välineitä aiemmin. (B3.1/3\_129)*

Toiminnallisuus ylipäänsä edistää opiskeltavien matemaattisten sisältöjen muistamista ja oppimista. Opettaja B tarkentaa todeten, että toiminnallisuus ja välineiden käyttö auttaa ongelmanratkaisussa, motivoi oppilaita ja antaa oppi-  
laille mahdollisuuden helposti esitellä omia ajattelu- ja ratkaisutapojaan.

*T: Sä kysyt ton, että mitä tehdään, kun ykkösiä on kaksitoista.*

*B: Tehtiin aina näitä vaihtoja. Me tehtiin ihan konkreettisesti. Niillä oli kaikille palikat tossa edessä. Ja ne teki kaikki. Sit kaikki juoksi sinne kymppilaatikoille ja vaihto ne. Toi perustu siihen, että siinä tulis se liike ja se tekis muistijäljen päähän. (B3.1/3\_128)*

*B: Nyt mä vähän jeesaan tässä, että montako neliötä siinä [tulitikuista rakennetussa kuviossa] on. -- Ja sanoin, että joku voi nähdä enemmänkin, koska mä odotin jotain muuta vastausta. Vesahan sit keksi, että siellä on viis. Eli kun ne pääsee ratkaisuja oikein tikuilla kokeilemaan, niin mä ajattelen, että se vois helpottaa sitten perjantaina, kun me kokeillaan oikeesti tikuilla. Mä annan heille tikut ja rakenna tää. (B5.1/4\_230)*

*B: Lopuksi mä ajattelin, että niiden on pakko päästä tekemään omia juttuja, missä ne saa sitten ihan rauhassa näyttää mulle [omia tikkukuvioitaan]. (B8.5/5\*\_363)*

Toiminnallisen matematiikan opetuksen ja opiskelun järjestämisessä on kuitenkin omat ongelmansa. Opettaja B mainitsee, että suuri oppilasmäärä sekä ajankäyttö ovat ongelmallisia seikkoja. Lisäksi hän toteaa, että yrityksestä huolimatta toiminnallisuus ei aina johda oppilaiden ymmärryksen syntyyn.

*B: Mulla on aikasemmin ollut alle 20 oppilasta, niin kyllä tää neljä lisää tuntuu. Okei, sä voit frontaaliopettaa vaikka viidellekymmenelle, mutta... Jos halutaan opettaa toiminnallisesti, niin kyllä se tilaa ja muita vaatii. En tiä, pystyykö kaikki tällaisessa metelissä keskittymään ja oppimaan. Pitäis olla soppia, missä voi olla. (B2.3/6\*\_94)*

*B: -- Sit joskus niin kun miettii tämmösen tunnin jälkeen – kun on selittänyt ja yrittänyt havainnollistaa ja perustaa siihen ymmärrykseen – kun kukaan ei osaa niin kun mittää, että "Voi perkele!". Ihan suoraan sanoen. Sit miettii, että sanois vaan, että "Laittakaa se ykkönen tänne ja tänne laitate tän ja tästä näin tää kymmenen". Mä tiedän, kuinka se mekaanisesti ois pitänyt tehdä. Ei mitään palikoita eikä mitään. Silloin ois tulos varmaan ollu näennäisesti paljon parempi. (B3/9\_115&116)*

### 3. Matemaattisen ajattelun perusteet ja luonne

Kolmas pääteema sisältää Opettaja B:n näkemyksiä ja perusteita liittyen matemaattiseen ajatteluun. Opettaja B pitää erityisen tärkeänä oppilaiden oman ajattelun ilmentämistä, mutta pohtii myös matemaattisen ajattelun luonnetta.

#### 3.1 Matemaattisen ajattelun ilmentäminen

Opettaja B näkee matemaattisen ajattelun ilmentämisen merkittävänä tekijänä matematiikan opetuksessa ja opiskelussa. Matematiikka on loogista ja perusteltua eikä vastauksia voi keksiä noin vain. Toisaalta taas omien ajattelu- ja ratkaisutapojen selostaminen ja perusteleminen edistää ennen kaikkea opiskeltavien asioiden syvempää ymmärtämistä ja oppimista.

*B: Tätä mä aina kysyn, miks te saitte. Että aina pitää olla perustelu jollekin asialle, kun laittaa tai sanoo jotain. Että aina pitää, mistä se tulee, mistä sä sait sen. -- Sitä haetaan sitä loogista ajattelua, että mistä se vastaus tulee. Koulun sanallisten tehtävien ongelmana on, että lasket joko yhteen tai etsit sieltä ratkaisusanan "yhteensä". Että näüthän pystyy näin tekemään. Mut sitten todellisessa elämässä ongelmat on enemmän toista tyyppiä. Sulla on paljon tietoa ja sun pitää löytää sieltä oleellinen tieto. Oikeestaan todellisessa elämässä on aika vähän sellasii matemaattisia ongelmia, mitä meidän koulumatikan tehtävät edellyttää. (B4.2/5\*\_183&184&185)*

*B: Tässä oli ongelma. Hän oli kirjoittanut luvut väärään kohtaan. Elina oli kirjoittanut oikeeseen kohtaan. He eivät olleet osanneet käyttää sitä toimensa tukea ja apua. -- Sit ne teki yhden rivin. Niiden piti nyt kattoo tossa. Nyt Elinan piti neuvoa Pauliinalle, kun mä olin selostanut. Mä yritin kuunnella, kun ne selosti niitä [allekkainlaskuja] toinen toisilleen. Pauliina pysty sit korjaamaan sen ja tajusi. -- Mä oon huomannut semmoisen asian, että mä itsekin opin paremmin, kun mä selostan asian jollekin toiselle. Sit mä ajattelen niin, että kun lapsi joutuu käyttämään sitä kieltä, niin se tavaltaan pukee ne ajatuksensa sanoiksi. Ja se on oppinut sen asian niin kun syvemmin, kuin sen vaan, että tekee eikä pysty selittämään, mitä tekee. (B1.8/9\_32)*

Lisäksi Opettaja B toteaa, että omista ajattelu- ja ratkaisutavoista puhuessaan oppilaiden matemaattinen ilmaisu kehittyy. Myös opettaja hyötyy tästä, koska oppilasta kuunnellessaan, hän voi havaita mahdolliset virheelliset ajattelutavat ja puuttua niihin.

*B: -- Tossa tuli nyt Miikka vikkelänä ekana [käymään opettajan luona]. -- Miikalla ei ollut mikään pulmana. Mä kysyi, että miks hän oli tehnyt sen sillä tavalla vai oliko hän vaan kopioinut. Nyt hänen perustelunsa oli väärä, että hän ei käyttänyt sitä, että ykköset ja kymmenet. -- Ajattelin, että palautan sen Miikan mieleen tossa, ykköset ja kymmit. Että hän saa ne oikeet käsitteet siihen selitykseen. -- (B1.7/9\_31)*

*B: Samoin tässä on nyt erittäin mielenkiintoiset tehtävät, mistä näkee onks ymmärtänyt oikein. Kuolemantapaukset...  $54+5$ ... ja onnettomuudet vesillä. Niin Vesa oli siinä tehnyt sellasen tavan ajatella asiaa, että hän oli laittanut sen vitosen kymppien sarakkeeseen. Mut hän oli laskenut sen oikein, kun hän osas päässä laskea oikein, mitä on  $54 + 5$ . Mä sitten kysyin häneltä perusteluja, kun me katottiin niitä tehtäviä jälkeensä, että kun sä olet saanut oikean vastauksen, niin kerro mulle, mikä on se peruste, että miks sä sait täst näin. -- (B1.8/9\_36)*



Yhtenä periaatteenaan Opettaja B mainitsee, että oppilaita tulee alusta alkaen opettaa rohkeasti selostamaan, pohtimaan ja perustelemaan omaa ajatteluaan. Keskeistä tehtäviä ratkoessa ei ole niinkään saada oikeaa vastausta, vaan kirjoittaa laskulauseke oikein. Toisaalta virheellinenkin ajattelu on Opettaja B:n mielestä oivallinen lähtökohta uusille kysymyksille ja keskusteluille.

*B: Mä hämmästyin siitä, että aika hyvin ne osaa selostaa. Se johtuu ehkä siitä, että mä oon alusta alkaen opettanut ne selostamaan kaikki laskut. Pitkin matkaa, niin kun ykkösestä alkaen. (B7.2/4\_325)*

*B: Mä annan usein vaativampia tehtäviä. Koska hänhän osaa ja oon sen tarkistanut tossa vaiheessa. Kyllä opettaja aika nopeesti näkee [oppilaan tehtävästä], että suurin piirtein on oikein, ei sillä joka virhettä tarvitse korjata. Jos siellä on joku mekaaninen laskuvirhe, niin siitä ei tarte korjata. Kunhan on lasku merkitty oikein. (B3.3/3\_167)*

*B: Mun huomio kiinnittyi tohon, että alettiin nauramaan. Mut tos olis pitänyt kysyä, että miks toi ei ollut allekkainlasku. "Mitä olennaista siitä puuttui?", ois voinut kysyä. -- Se olis ollu tosi hyvä kysymys siinä. Aina virhelasku on periaatteessa... (B1.2/9\_12)*

Jälleen oppilaiden aktiivisen ajattelun edistämisessä matematiikan opetuksen ja opiskelun yhteydessä on Opettaja B:n havaintojen mukaan ongelmansa. Aika ei riitä sekä ajatteluun että perustietojen ja -taitojen harjoitteluun.

*B: Kyllä tähän matikkaan vois käyttää niin paljon näitä tunteja, että ei tässä mitää rajaa olis. Kyllä tässäkin on semmoinen ongelma, että 45 minuuttia on aika lyhyt aika. Pitäis harjoitella ja pitäis ajatella ja miettiä. Toi on tosi rankkaa. -- (B4/9\*\_171)*

### 3.2 Matemaattisen ajattelun luonne

Matemaattista ajattelua Opettaja B kuvailee niin loogiseksi kuin osaltaan luovaksikin. Matemaattinen ajattelu on loogista ja säännönmukaista, koska usein ratkaisu löytyy johdonmukaisen ajattelun avulla. Matematiikkaan kuuluvat myös täsmälliset merkintätavat ja piirroksot sekä opetuksessa huomioitava tarkka kysymysten esittämisen tapa.

*B: Ne sano yhteen ääneen [leikkirahoilla esitetyn rahamäärän]. -- Ja tarkensin, kun rahasta puhutaan, että se on euroa. (B6.2/4\*\_287)*

*B: Tää on aina se, kun antaa tällasii tehtäviä ja sitten ne vanhemmat keksii, että... Siellä oli sitten virheitä ja oli vaan merkitty viivalla. Äiti ei ollu viittinyt kattoo, että tuliko ne oikein. -- Tässä oli semmonen syy, että äiti oli määrännyt pojan arestiin ja piti varmaan jotain tehtäviä keksii... Ja ajatellut sitten, että ei se nyt haittaa, jos matikasta tekee. Eikä se usein haittaakaan, mutta tässä asiassa mä olisin suonut, että ne olis... Koska tollasta rastia ei ole kirjassa, se oli täysin mun oma juttu. -- (B6.4/4\*\_304)*

*B: Mä oon ite tyytyväinen, että puhun oppilaille selkeesti ja ettei mulle oo tullu maneeereita. Ensalkuun mä olin niin tunnollinen opettaja, että mä kirjoitin kaikki kysymykset. Meille opetettiin [opettajankoulutuksessa], että kirjoita kaikki kysymykset, kun tehdään kysymyksiä. Sen näkee tossa, että mä edelleen poimin siitä. Mä oon itte hirveen tyytyväinen, että ne on säilyneet ne jämpit, täsmälliset kysymykset. (B7.1/4\_315)*

Matemaattisen ajattelun luovat piirteet ilmenevät puolestaan epämääräisinä, mutta silti hyväksyttävänä ratkaisutapoina ja piirroksina sekä siinä, että sama ongelma voidaan ratkaista useita erilaisia ajattelutapoja hyödyntäen.

*B: Wilhelm laski sen [allekkainlaskun] päässä. Mä kysyn sitä, miten lasketaan päässä. Koska periaatteessa tossa päässälaskussa saattaa laskea niin, että oikeestaan siinä ei väliä, että kummat laskee ensin, laskeeko  $40+20$  ja sit  $8+2$ . Sillä ei oo väliä. Palikoilla me laskettiin aina, että  $8+2$ ... -- (B5.3/4\_262&263)*

*B: Mä bonjasin tässä vasta, että tässähän on monta oikeeta ratkaisua. Tässä periaatteessa haettiin ne kaikki neljä ratkaisuvaihtoehtoa tähän. -- Sehän on aina hirveen hieno asia, kun... Ensinnäkin me ollaan sitä kombinatoriikkaa harjoitettu eli kaikki vastausvaihtoehdot. Mun mielestä se tehtävä olis jäänyt tekemättä ellei kaikkia vaihtoehtoja olis käyty läpi. Ja tässä pääsi kaikki muutkin oppilaat mukaan. Tässä oli siirtämistä eli pystyykö tajuamaan, miten muut näkee tuon kuvion. (B8.3/5\*\_347&348)*

Opettaja B toteaa, että matemaattisiin tehtäviin ei aina edes ole olemassa vastausta. Oppilaat ajattelevat helposti, että matemaattisiin ongelmiin täytyy aina löytää vastaus. Näin ollen tehtävät, joihin vastausta on mahdotonta määrittää, harjoittavat matematiikan soveltamista avoimissa ongelmatilanteissa.

*B: Nyt mä kerroin, että tässä [viikon pulmassa] on kompa. Tää ei ole se helpoin mahdollinen ratkaisu, mihin on totuttu. He ovat ehtineet jo kahden vuoden aikana oppii, että ne koululaskut on sellasii, että niihin löytyy aina oikee vastaus. -- (B4.3/5\*\_191)*

*B: Sitten oppilaat pyysi, että anna vinkki [viikon pulmaan], kun mä oon antanut vinkkejä. Tässä mä en nyt tuu antaa vinkkiä. Toi on musta semmonen tehtävä. Mun mielestä matematiikassa voi olla joskus sellainenkin tehtävä, että vastausta ei ole, niin kuin tässä nyt on. -- Voihan olla, että tulee sellainen tehtävä, että mitä sä teet näillä tiedoilla. Esimerkiksi sovellat matematiikka, esimerkiksi fysikaaliseen tapahtumaan tai ilmiöön tai mihin tahansa tilanteeseen. Sun täytyy tietää, mitä tietoja sä tarvitset voidaksesi laskea, ja voi olla, että sulla ei ole niitä tietoja. Toi tehtävä vois harjaannuttaa, että mitä sä tarvitset jonkun asian selvittämiseksi. (B1.9/9\_66)*

Opettaja B liittää matematiikan luonteeseen myös kriittisyyden ja perustelujen vaatimuksen. Saatuja vastauksia tulee aina arvioida ja niiden oikeellisuudesta täytyy olla varma.

*B: -- Semmoinen asia, mikä ois voinut tossa vielä tulla, olis vastauksen oikeellisuuden arvioiminen. Että  $49+7$  ei voi olla 19. Ois semmonen tärkee, että huomaisi itsekkin, että tästä tuli ihan älytön vastaus. Samoin kuin, että  $82-9=12$ . Pitäis tajuta, että nyt meni varmasti jotain pieleen. -- (B9/9\_393)*

*B: -- Mä oon ajatellut, että jos joku ratkasee tän [viikon pulman] heti, niin mä en paljasta, onko se oikein. -- Luultavasti mä sitten jättäisin sen ja katsoisin, että kauppaako se sitä samaa vastausta vielä uudestaan. Että onko se varma vielä perjantaina ratkaistaan. Ja pystyykö joku muu nappaamaan sen. -- (B5.1/4\_232)*

#### 4. Matemaattisen tiedon merkitys

Neljäs pääteema sisältää Opettaja B:n näkemyksiä ja perusteita matemaattisen tiedon merkityksestä. Opettaja B tuo esiin matematiikan merkityksen niin ar-

kielämän kuin matematiikan itsensäkin kannalta tarkasteltuna. Matematiikan merkityksen ilmentämisellä on myös oppilaita motivoiva vaikutus.

#### 4.1 Tavoitteena matematiikan merkityksen tiedostaminen

Opettaja B toteaa, että matematiikan opetuksen ja opiskelun perimmäinen tavoite on opiskella matematiikkaa todellista elämää, eikä mekaanisen laskutaidon hallintaa varten. Tämä seikka unohtuu hänen mielestään liian usein niin opetuksessa kuin oppikirjoissakin.

*B: -- Hirveen helposti mun mielestä tässä kakkosluokalla, unohtuu tämmönen asia, että miksi sä opiskelet matematiikkaa. Sä opiskelet siitä käytännön elämän hyödyksi. Täähän ei sitten loppujen lopuksi elämän kannalta oo hirvee iso asia osata laskea näitä allekkain, koska suurin osa laskee kännykällä tai laskimella nää laskut. Ei näiden merkitys sitten niin hirvittävän suuri oo kuiteskaan. -- (B9.3/3\_419&420)*

#### 4.2 Matematiikan merkitys eri yhteyksissä

Opettaja B erittelee tarkemmin matematiikan merkitystä ja toteaa, että matemaattisia tietoja ja taitoja tarvitaan arkielämän ongelmien ratkomisessa, jolloin keskeistä on olennaisen tiedon tunnistaminen, ongelmien muotoilu sekä saadun ratkaisun merkityksen tulkitseminen.

*B: -- Sitten tossa oli toinen tehtävä, jota me silloin harjoiteltiin yhdessä [oppilas tekee kuvasta itse laskuja]. Edelleen mä oon vakuuttunut tämän tehtävätyypin muodosta, että tää on paljon arkipäivään vievempi. Jos tämän tyyppisiä tehtäviä olis kirjoissa enemmän ja vähemmän niitä sanallisia, että "Kuinka paljon ne maksoivat yhteensä". Tässä lapset lähti tekemään niiden sanallisten tehtävien muodossa. Ottaa lukuja tuolta vaan ja laskee yhteen. Mutta eivät ymmärrä, mitä he saivat selville. (B9/9\_401&402)*

*B: Vastaus ei oo olennainen asia. Oppilaat haluaa vastata, ne tietää vastauksen ja se saadaan pois. Nyt tulee siten se olennainen asia, mitä siitä vastauksesta saadaan selville. Se on paljon vaikeampi. (B4.3/5\*\_201)*

Matemaattisia tietoja ja taitoja opiskellaan Opettaja B:n mukaan myös sen vuoksi, että niitä tarvitaan muissakin matemaattisissa yhteyksissä. Hän mainitsee erilaiset laskutoimitukset, sanalliset ja ongelmanratkaisutehtävät sekä muut oppikirjoissa ja kokeissa esiintyvät tehtävät.

*B: Wilhelm laski sen päässä. -- Hän oli hirveen hyvä päässä-laskija. -- Se [päässä-laskutaito] kompensoi sitä [allekkainlaskutaidon puutetta]. Nyt hän yrittää, mutta eihän hän pysty niitä isompia lukuja laskemaan päässä. -- (B5.3/4\_262&263)*

*B: Nyt me saatiin taas toinen tehtävä, mikä pystytään... Näissä rahalaskuissa aika usein pyydetään laskemaan, että kun joku maksaa jotakin, ja on joku määrä rahaa, niin kuinka paljon sitten jää rahaa. -- Kirjoitin vielä, että "Kuinka paljon jää?". Se on se avainsana tän tyyppiisiin tehtäviin, että sitten lasketaan miinuslaskuna. Tää harjottaa myös perinteisten koulusanallisten tekemistä. (B4.3/5\*\_188&189)*

*B: Tää oli nyt ihan sama tehtävä, mikä tässä kokeessa seuraavalla tunnilla oli [Kuinka monta neliötä kuvassa on?]. -- Eli, että tietää käsitteen neliö. Koska tää nyt auttaa ymmärtämään ja löytämään ne viisi neliötä tästä kuviosta. (B8.1/5\*\_340)*

### 4.3 Motivoiva tekijä

Matematiikan merkityksen esiin tuominen on Opettaja B:n mukaan myös oppilaita motivoiva tekijä. Sekä arkielämään liittyvät että matemaattiset esimerkit motivoivat oppilaita, koska opiskeltavien tietojen ja taitojen merkityksen ja tärkeyden havaitseminen innostaa opiskelemaan ja tekee siitä mielekästä.

*B: Kauppakuittiesimerkki tuli mieleen siitä pilkusta, että jää rahajutut. Sit mä ajattelin, että se on kuitenkin sellainen, minkä aika moni on nähnyt. Siinähan periaatteessa lasketaan allekkain, ja siellä on eurot ja sentit. (B1.1/9\_6)*

*B: Tässä oli mun mielestä hauska se, miten noi niin kun hämmästelee, että osataanko me todella laskea [allekkainlaskuja, joissa on useita ja suuria lukuja]. Kun tossa noin mä oon katonut, että me pystytään laskeen. -- Näytin noi esimerkit suurista allekkainlaskuista siks, että ne tietäis, mitä hyötyä on tän tekniikan oppimisesta, koska tää on tosiaan helppo juttu. Eli on helppo laskea monia kaksnumeroisii lukuja ja vähentään ja lisätä. -- (B1.3/9\_15&16)*

## 5. Matematiikan opetuksen ja opiskelun sosiaalis-affektiiviset tavoitteet

Viides pääteema sisältää Opettaja B:n näkemyksiä ja perusteita, jotka kuvaavat hänen ajatuksiaan matematiikan opetuksen ja opiskelun sosiaalis-affektiivisiin tavoitteisiin liittyen. Opettaja B:n pohtii sekä oppilaiden opiskelu- ja sosiaalisten taitojen että heidän henkisen kasvun merkitystä matematiikan opetuksen ja opiskelun yhteydessä.

### 5.1 Opiskelu- ja sosiaaliset taidot

Oppilaiden opiskelu- ja sosiaalisiin taitoihin Opettaja B yhdistää oma-aloitteisuuden, sitkeyden, keskittymisen, sääntöjen noudattamisen ja työrauhan sekä yhteistyötaidot. Opettaja B toteaa, että oppilaiden kiinnostus matematiikkaa kohtaan ilmenee erityisesti heidän oma-aloitteisuutenaan.

*B: -- Oppilaat on kyllä ollut ihan kiinnostuneita. Tää on johtanut siihen, mitä täällä luokassa on tapahtunut muuna aikana. Ne lukee näitä isoja lukuja ja ne on ottanut palikoita ja ruvennut niitten kanssa pelaamaan. Esimerkiksi ykkösluokkalaiset on pelannut niillä palikoilla. Musta se on tavoitteenakin niitten palikoiden kanssa, että niistä rakennetaan tornia ja sitten mä olen saattanut siellä heittää kysymyksen, että kuinka monta satalevyä sä tarttet yhden tuhatkuution täyttämiseen. (B7.4/4\_335)*

Oppilaat eivät kuitenkaan aina toimi koulussa oma-aloitteisesti. Opettaja B toteaa, että oppilaista on vaikeaa olla oma-aloitteinen matematiikan opiskelunsa suhteen, koska esteenä voivat olla erilaiset opiskeluvaikeudet, kuten luku- ja kirjoitustaidon puutteet tai hahmottamisen ongelmat.

*B: -- Me käytiin toi yks tehtävä luetunymmärtämisen takia läpi. Ne ei ymmärrä, mitä siinä lukee, esimerkiksi tässä paitatehtävässä, vaikka me näitä kombinatoriikan tehtäviä oliin tehty. Mä oletaisin, että aika paljon kotona joutuu käyttää niitä vanhempia. Mulla on tällainen olo. Vaikka mä kysyn sitä, että autatteko, niin ne sanoo, että ei auteta. Mutta jotenkin sitten tuntuu, että minne se omatoimisuus sitten... Miten se sielä kotona löytyy, kun siitä ei löydy koulussa. Ihan muutama oppilas yrittää sinnikkäästi itse siitä tekniikkaa, että lue kaks kertaa. (B9.2/3\_391)*

*B: Tossa mä autoin kirjoittamisessa. Eihän tää ollu mikään kirjoittamisen koe, että jos se siitä kirjoittamisesta on kiinni... (B9.3/3\_417)*

*B: Sitten yks oli toi Tiinan ongelma. Se on just tyypillinen ongelma hahmotushäiriölle. Kun luki "s. 12" niin hän ei ymmärtänyt, että miten hän voi laskea sen. Hän ei hahmottanut sitä, että se on sivunumero ja siellä irrallaan. Hahmotushäiriöiset rupee miettii, että onko siinä joku yks kertaa kaks vai mitä tässä on, vai onko tässä kaksoista. Ne ei hahmota sitä pistettä. (B2.6/6\*\_107)*

Opettaja B ohjaa oppilaitaan oma-aloitteisuuteen auttamalla heitä tehtävänantojen lukemisessa, esittämällä kysymyksillä tai vain omalla läsnäolollaan.

*B: Sit tässä kirjassa on semmosta, mikä on musta ihan höhlää, että kun oon aina lapsille sanonut, että pitää lukee ohje. Ja sit tässä on tollanen ihan jumalaton ohje. Jos ne lähtee lukemaan, niin ne on ihan sekasin siitä hommasta. Sen takia mä luin sen niille ääneen. (B1.4/9\_22)*

*B: Kyselin oppilailta mahdollisia vastauksia, että ne heti lähtis pohtii. Ne ei välttämättä viikon aikana kauheasti mieti tota pulmaa. -- (B1.9/9\_65)*

*B: Sitten mä otin nää kolme tyttöä ensin, koska mä halusin varmistaa, että ne pääsee taatusti liikkeelle. Pauliina oli tukiopetuksessa perjantaina. Se osas sit aika hyvin, kun se oli vielä ihan pihalla perjantaina. (B5.3/4\_247)*

Opettaja B:n näkemyksen mukaan sitkeys on seikka, jonka avulla oppilaat lopulta saavat tehtävänsä ratkaistua ja edistävät oppimistaan.

*B: Jatkuvasti ne kävi kysymässä, että se ei auennut. Mutta kyllä täälläkin [koepapereissa] sitten ne, jotka jaksoi yrittää, niin täälläkin on "Taikuri ja aasi on neljä euroa". "On ostoksen hinta" ja "Juna ja lentokone, se on 15 euroa". "Se on ostoksen hinta." Kyllä ne sitten osas. Ja tässä esimerkiksi: "Tontulle jää viisi euroa, kun se on noi ostanut." Eli osas ajatella vielä, jostakin kautta sen viisi euroa. (B9.3/3\_406)*

Oppilaat saattavat kuitenkin turhautua opiskeluunsa, jos tehtävät ovat kovin haasteellisia tai jos he eivät saa tuoda omia ajattelu- ja ratkaisutapojaan riittävästi esille. Oppilailla voi olla myös tunne-elämän ongelmia, jolloin epäonnistumisten sietokyky on heikko.

*B: Tässähän Tiinalla oli sit tilanne, kun hän sano, että mä en ymmärrä euroista yhtään mitään. Hänellä oli se musta laatikko, ettei ymmärrä rahasta yhtään mitään. Hän tietää, että se on hänelle vaikeeta, niin hän kieltäytyy tekemästä. (B9.3/3\_405)*

*B: Miikalle ei tehtävä selvinny. Mä jouduin käymään uudelleen sen vielä läpi, kun hän laski. Ja sit seuraavalla tunnilla hän turhautui, kun hänellä ei ollu lukuparia eikä hän suostunut lukemaan ollenkaan. Sillä on sellasia tunne-elämän ongelmia. (B1.8/9\_53)*

Oppilaiden keskittyminen häiriintyy Opettaja B:n näkemyksen mukaan helposti suuressa oppilasryhmässä, hälinätilanteissa tai monista muista seikoista johtuen, johon heidän huomionsa helposti oppitunnin kuluksa kiinnittyy.

*B: Nyt se Tuukka aiheutti tän häiriön. Tiina on semmonen lapsi, että kaikki häiriötekijät häiritsee. Tämöinen ryhmä, että on 12 lasta, on hänelle liikaa oppimiseen. Kaikki häiriötekijät häiritsee. Nyt se Tuukka oli siinä hänelle liikaa. (B5.1/4\_226)*

*B: Sit rupee tuleen kotitehtäviä. Sit siinä on tämä perinteinen, kun meillä oli vauvasta esitelmä. Tuolla nyt haetaan se seksisivu koko ajan esille ja sillä provosoidaan. Se on aina auki siellä, että kaikki huomaa sen. (B3.3/3\_170)*

Myös oppitunnin työrauha häiriintyy helposti. Opettaja B toteaa, että yhdenkin oppilaan häiriökäyttäytyminen vaikuttaa koko luokan työskentelyyn. Lisäksi uudet käytössä olevat oppimateriaalit tai työn alla olevien tehtävien vaikeus ja avun puute vaikeuttavat työrauhan ylläpitämistä.

*B: Kauheen levottomia. Joutuvat tosi paljon keskittyä siihen, mitä ne tekee. Toi Eino-kin... Yhden oppilaan häiriökäytös alkaa vaikuttaa muihin oppilaisiin. Jos jollain menee kovaa, niin se sotkee koko luokan kuviota. Näissä koulun rakenteissa on tällasia ongelmia. Mitäs sitten teet? Ope on tossa ihan yksin. -- (B9.2/3\_390)*

*B: Mä menin tonne tyhjään pöytään. Mutta sitten se homma jotenkin kaatu, kun ne niin huonosti oli oppinut. Se sitten heti ryöstäytyi käsistä. Oikeastaan siellä ei kukaan pystynyt selostamaan, mistä ne sai mitään. -- (B3.3/3\_143)*

Toisaalta työrauhaa voi Opettaja B:n mukaan edistää tarkat ohjeet ja säännöt työskentelyä varten, luokan rauhallinen tunnelma sekä oppilaiden omaaloitteinen toiminta.

*B: Kysyin, kuinka monta tikkua tarvitaan kuvion rakentamiseen siksi, että tiedän mikä riittää siitä olis alkanut, kun 24 oppilasta kahmii kauheen määrän. Siitä ois se seuraava riittä. Kokemusta on. Aina kun jakaa jotain palikoita, niin se tapahtuu. Nyt ei kenenkään sitten tarvinnut kahmia niitä kaikkia. (B8.2/5\*\_343)*

*B: Tää on se jakomielitautinen, kun sata kysyy samaa aikaa. Tulee semmoinen olo, että mulla on skitsofrenia. Sen takia aika usein mä tykkään istua mielellään paikallaan ja lapset jonottaa. Mä pystyn keskittyä yhteen asiaan. Ja se helposti häiritsee myös sitä, kenelle mä opetan. (B2.6/6\*\_110&111)*

Yhteistyön Opettaja B on havainnut toimivan erityisesti silloin, kun kaikki oppilaat kokevat hyötyvänsä yhdessä toimimisesta. Opettaja B:n mielestä on kuitenkin ristiriitaista kannustaa oppilaita yhteistyön tekemiseen matematiikkaa opiskellessa, kun heidän tulee koetilanteissa pärjätä omin avuin.

*B: Tossa taas sit Anna ja Nelli, kans aika heikko lapsi, niin nää toimi hyvin. Siitä oli hyötyä molemmille. Nyt Nelli sai tehdä niitä helppoja tehtäviä ihan rauhassa. Hänelle on hyötyä siitä, että saa laskea kymppin hajotelmia. (B2.3/6\*\_87)*

*B: -- Se on jännä jotenkin, että kun koulussa mä opetan hirveesti sitä, että auta toista, auta kaveria, mene neuvomaan, ja sitten kokeessa sä joudut sen niin kun romuttamaan. He yritti väittää mulle, että he neuvo toinen toisiaan. (B9.3/3\_412)*

## 5.2 Oppilaan henkinen kasvu

Oppilaan henkiseen kasvuun sisältyvät motivaatio, itseluottamus sekä vastuunotto omasta opiskelusta. Opettaja B kertoo oppilaiden motivaation ilmenevän aktiivisena osallistumisena oppitunnilla käytävään yhteiseen keskusteluun ja tehtävien tekemiseen sekä siten, että he eivät kyseenalaista opetuksen ja opiskelun merkitystä.

*B: Musta oppilaitten vastauksissa oli yllättävän paljon. Ne ymmärsi sen käsitteen "al-lekkain", että ne on päällekkäin.. Ja siinä ainakin jotkut tarttui siihen täkyyn, että ne alkoi kiinnostua siitä. Kun monihan kokee sen, että tää lasku on helppo. Miks mun tar-vii harjoitella näitä allekkainlaskuja, kun mä osaan laskee nää oikeestikin? Nyt ku-kaan ei sanonu sitä. Mä muistan, että tolla sivulla on tosi monta kertaa käynyt niin, et-tä joku protestoi. -- Ne motivoitu siitä allekkain oppimisesta. Ja sitten kun tuli ne kaks vaikeeta laskuu, joita ne hämmästeli, että tommosta me osataan sitten. (B1.1/9\_9)*

Opettaja B:n mukaan oppilaiden innokkuus ja motivoituneisuus perustuu sii-hen, että oppilaat huomaavat käsiteltävän asian yhteyden aiemmin opittuihin sisältöihin tai kun he ymmärtävät opiskelemansa asian tärkeyden ja merkityk-sen. Oppilaita kiinnostaa myös erilaisten ratkaisutapojen keksiminen tai mah-dottomalta tuntuvat tehtävät, joiden ratkaisua he hämmästelevät. Lisäksi tietyt ulkoiset tekijät, kuten opettajan antamat palkkiot tai opettajan tekemien vir-heiden etsiminen on oppilaita motivoivaa.

*B: Nää on ylioppinu sen, koska näitten kanssa on jatkuvasti laskettu niiden välineiden kanssa, kun nää on heikkoja. Niin nyt ne tiesi sen heti ja nyt se lähti heti. Ja oli aika kova into lähtee, kun se tarttumakohta löytyi sieltä sinne vanhaan. B1.8/9\_48&49)*

*B: Oppilaat ei heti lähteneet vaihtamaan paikkaa luokassa. Sit ne hiipi, kun ne huo-mas, että tässä on nyt joku tosi tärkeä juttu. Ne rupes sit hiipimään. -- (B6.1/4\*\_278)*

*B: Nyt ne kaikki muut mykistyi [kuullessaan, ekaluokkalaisten sanovan, että pulmateh-tävää ei voi ratkaista]. -- Nyt ne rupee vahvistaan sitä. -- Niilo nyt tajus. Täs nyt ta-pahu aikamoinen aktivaatiotason nousu. Siinä oli aikamonta muutakin, että "Ei se nyt ostanut niitä appelsiinejakaan". (B4.3/5\*\_192)*

*B: Kamelitarroilla panosta vähän. Niilläkin on kauhee tää tarrabuumi, niin yleensä se innostaa niitä tekemään enemmän. (B5.2/4\_244)*

*B: -- Joskus mä teen, ja nytkin mä olin tehnyt, tahallaan pikkuvirheitä [tarkistuspa-pe-reihin], että ne oppis olemaan tarkkana. (B5.2/4\_239)*

Motivaation merkitys näkyy Opettaja B:n mielestä siinä, että oppilaiden aktii-visuus ja työskentely suhteessa meneillään olevaan opiskeluun lisääntyy. He laskevat enemmän tehtäviä sekä osallistuvat mielellään yhteisiin pohdintoihin ja esittelevät omia ratkaisujaan.

*B: Aika usein läksyt menee silleen, että mä oon sen etukäteen ajatellut, nää saa tätä ja nää tätä. Joskus ne ylittää ne omat ja Miikkakin on kauheen harrastunut, että hän ha-luaa tietää. Hän haluaa tietää esimerkiksi viikon kaikki tehtävät. Hän tekee aina kaik-ki tehtävät. Hänellä on oma motivaatio siihen. (B2.6/6\*\_104&105)*

*B: Tää oli ihana. Tässä nimenomaan oli se "Ahaa, ahaa!". -- Nyt se into on taas tosi kova tulla näyttämään. Se niin kuin se heureka-ilmiö. Tää on tietysti, että jos sä oot keksinyt omasta mielestä, niin on hirveä tarve näyttää, että mä tiedän. (B8.4/5\*\_354)*

Oppilaat eivät puolestaan ole motivoituneita silloin, kun he ovat väsyneitä, laskeminen on heistä tylsää tai tehtävät ovat liian haasteellisia. Oppilaiden opiskeluinto laskee Opettaja B:n huomioiden mukaan myös silloin, jos he ei-vät saa riittävästi tuoda esiin omia ajatuksiaan opiskeltavaan asiaan liittyen.

*B: Oli positiivista, että ne on vastannut, että ne [pulmatehtävät] on ollu aika mukavia. Pari kolme vaan, jotka sanonut, että ne on tylsiä, mikä voi johtua siitä, että ne ei oo osannu tehdä niitä. (B9.1/3\_386&387)*

*B: Mä vähän katoin, että kuinka paljon ne on mukana. Ei tarte vielä numeromerkintää. Siel Timo viittaa tossa. -- Se kuinka paljon ne viittaa ja kuinka paljon ne vinkuu, se kertoo siitä, että oppilaat on mukana. Se on tietysti hyvä asia, mutta se on monta kertaa kauheeen ahdistavaa, kun on 24, jotka haluisi sanoo. Se halu olis niin hirvee, mutta se on jotenkin sääli, että mikä tän latistaa. Kun ei saa koskaan vastata, niin se sen latistaa. (B2.2/6\*\_77&78)*

Opettaja B:n näkemyksen mukaan hyvä itseluottamus ja usko omiin kykyihin ovat oppilaille merkityksellisiä. Itseluottamusta lisäävät onnistumisen kokemukset ja opettajan antama tuki. Toisaalta oppilaiden tulee myös tottua koulukulttuuriin kuuluvii koetilanteisiin, jotka ovat heistä jännittäviä tilanteita.

*B: Mä sanoin, että se allekkainlaskun on helppo siksi, että mahdollisimman moni rohkaistuis tulla eteen opettajaksi. -- (B6.1/4\*\_281)*

*B: Tiina tartteis selkään taputtajan koko ajan ja nuppineulan takapuolen alle. Se on kaikissa tehtävissä. Hän tarttis hirveesti aikuisen apua ja vahvistusta. (B5.3/4\_259)*

*B: -- Mutta sekín on sellainen asia, että jos koskaan ei oo kokeita, ja kuitenkin elämässä nitä on. Koulussa se kuuluu sellaiseen koulukulttuuriin. Siks on ihan hyvä harjoitella sitä, että sietää sen pienen jännityksen, minkä se koe sitten myöhemminkin aiheuttaa sulle. -- (B9/9\*\_373)*

Oppilaiden itseluottamusta ja uskoa omiin kykyihin heikentää Opettaja B:n mukaan se, että oppilas huomaa olevansa taidoiltaan heikompi kuin muut luokan oppilaat. Lisäksi ongelmia voivat aiheuttaa oppimisvaikeudet, kuten esimerkiksi hahmottamisen ongelmat, tai vanhempien ilmaisemat odotukset tai vain yleinen uskon puute omiin taitoihin ja pärjäämiseen.

*B: Tossa Tiinalla tulee se, että kun hän tietää. Mä ajattelin, että se ois hyötynyt tosta, että on parina Nelli, joka on ykkönen. Mutta sit häntä masensi ihan täysin se, että Nelli tajus paremmin kuin hän. Eikä hän uskonut itseensä enää ollenkaan. (B2.3/6\*\_84)*

*B: Johanna ei vaan uskonut yhtään itseensä tässä. -- Mä en oikein tiedä, mikä tän Johannan pulma on. Tällä on sellaiset vanhemmat, että ne on kauheen tarkkoja. Isä pelaa shakkia ja pitää matematiikkaa kauheen tärkeenä. Backcammonia se selitti mulle. He harjoittelee yhteenlaskua backcammonissa Johannan kanssa. (B6.4/4\*\_305)*

*B: Nyt ne oli vielä vakuuttuneita, että he ei osaa [laskea allekkainlaskuja, joissa on monta yhteenlaskettavaa tai suuria lukuja, joita vähennetään]. Tää oli musta yllättävää. -- Mutta kun mä haluan kannustaa suurtenkin lukujen kanssa. (B7.4/4\_330)*

Oppilaan heikko itseluottamus johtaa Opettaja B:n mukaan siihen, että oppilas alkaa ajatella olevansa tyhmä eikä usko omiin kykyihinsä matematiikassa.

*B: Se oli sitten jännä, kun muutamat tossa sano jossain kohtaa, että mä oon niin tyhmä etten kuitenkaan osaa. Eli jo heti niin kuin alistui. (B1.3/9\_17)*

*B: Nellillä on sellanen käsitys, että hän ei osaa. Siinä tuli sellanen kohta, tää 6-3, että ei millään meinannu päästä siitä, vaikka mä näytin, että ota kuudesta pois kolme. Hän*



*ei sitä meinannut saada. Hän on koko syksyn harjoitellut erityisopetuksessa 0-20 laskuja. -- (B1.4/9\_19)*

Pohtiessaan oppilaiden vastuunottoa omasta opiskelustaan Opettaja B toteaa oppilaan oman aktiivisuuden olevan oppimisen kannalta oleellista.

*B: Nyt mä sit tätä korostan, että ei aina heti tulla kysymään, että en mä ymmärrä, auta mua. -- Että vähän mieltis itekin. Kun ne tulee hirveen helposti, kun he ei saa selvää tai he ei viitsi lukea tai he ei viitsi ajatella. (B4.3/5\*\_210&211)*

*B: Nyt mä annoin tässä vaihtoehtoja. Me ollaan puhuttu siitä, että aina kannattaa valita se, mikä on helpompi ja hypätä sen vaikean tehtävän yli. (B9.2/3\_389)*

Oppilaat eivät kuitenkaan aina ota itse vastuuta opiskelustaan, koska he eivät viitsi ottaa vastuuta ja ajatella itse tai oppilaat pyrkivät suoriutumaan opiskelustaan vain näennäisesti. Toisaalta myös opettajat voivat Opettaja B:n näemyksen mukaan päästää oppilaat liian helpolla.

*B: Puhuttiin tästä tarkistamisesta, koska siellä joskus aikasemmin on joku käynyt, niin kuin Wilhelmiin sitten meni kopioimaan. -- (B5.2/4\_241)*

*B: Ville on sellanen poika, joka ei mielellään tuu näyttään, että se pitää katsoa erikseen. -- Hän tossa laski näennäisesti ja saa muka paljon aikaan, mutta sitten, kun kattoo niitä vastauksia, niin huomaa, että siinä on jotakin pielessä. Mä opetin hänelle uudestaan sen asian ja tarkistin. Sit hän sano, että nyt mä tajusin. (B1.8/9\_41)*

*B: Nyt Tiina kysyi, mutta hän nyt osasi sen ihan hyvin. Kun Anneli [erityisopettaja] sanoo, että ei se osaa mitään muuta kuin tämmösi. Musta se tyttö osais enemmänkin. Minusta tuolla erityisopetuksessa hirveen helposti mennään niin, että koska on erityislapsia, niin annetaan heidän päästä liian vähällä. (B7.1/4\_317)*

## **6. Opetus-opiskelu-oppimisprosessin eteneminen ja sisällön rakentuminen**

Kuudes pääteema sisältää Opettaja B:n näkemyksiä ja perusteita koskien niitä periaatteita, joiden mukaan hän pyrkii järjestämään matematiikan opetus- ja opiskelutilanteet sekä ohjaamaan opiskeltavan matemaattisen sisällön etene- mistä opetus-opiskelu-oppimisprosessin kuluissa.

### **6.1 Opetuksen ja opiskelun monipuolisuus**

Opettaja B pitää tärkeänä sitä, että matematiikan opetus ja opiskelu on monipuolista ja vaihtelevaa. Tällöin näennäinen ja mekaaninen opettajan opettaminen ja oppilaiden opiskelu vähenee. Monipuolisesti toteutuva opetus ja opiskelu on myös oppilaita motivoiva tekijä, koska pelkkä mekaaninen toisto on heistä pidemmän päälle tylsää.

*B: -- Aika usein matikantunnilla on perinteisesti se, että... jos ajattelee, miten opettajanoppaassa opetetaan tekemään... On siis se yhteinen opetus kalvon tai jonkun kanssa. Yleensä vielä niin, että aukeama ja sitten on se ohje ja sitten mitä siinä aukeamalla pitää tehdä. Siinä on ehkä samantyyppisiä laskuja, jolloin oppilas pystyy sen mekaanisesti siirtämään ja opettaja voi näennäisesti ajatella, että nyt ne osas. Mutta kun se ei mun mielestä oo. Sit kokeessa pamahtaa vastaan, että ei ne oo osannut yhtään mitään.*

*Siksi yritän pitää matikantunnit aika erilaisina, että niitä ei voi sieltä automaattisesti siirtää sieltä opettajan ohjeesta niin kun sen tehtävän tekemiseen. (B2.6/6\*\_101)*

*B: -- Me tehdään se [kymmenylitys] tossa ekaluokalla, niin, että ne tekee semmoisia kymppitupia. Mä kerron sellaisen tonttusadun, kun se tulee siinä joulun alla. Kymmenen tonttuu täyttää yhden tuvan ja sit on joku määrä tonttuja ulkopuolella. Yksi kymmen ja sit se kirjoitetaan ja silleen se veivataan. Mutta ei se sitten siinä mene. Se ilmeisesti tarttis niin valtavan määrän toistoa ja toisto on lapsille tylsää. Pitäisi olla niin monta eri tapaa palata siihen. (B3.3/3\_152)*

Matematiikan opetuksen ja opiskelun monipuolinen ja vaihteleva toteutuminen on Opettaja B:n mukaan mahdollista silloin, kun oppikirja tukee joustavasti erilaisia työskentelytapoja, tehtävät ovat monenlaisia ja oppilaat saavat työskennellä omaan tahtiinsa.

*B: Musta kirja on matematiikassa ihan hyvä, koska tätä määrää monisteita ei jaksa tehdä. Mun mielestä kirjan pitää olla sillä tavalla joustava, että sitä voi käyttää tai olla käyttämättä. Mutta esimerkiksi ykkösellä, niin mä en käytä kirjaa ollenkaan, kun harjoitellaan numeron piirtämistä. (B3.3/3\_154&155)*

*B: En tykkää siitä, että puhutaan lisätehtäviä. Se on usein, kun tehdään lisätehtäviä, että ne on sitten jotakin pienempiä tehtäviä tai sitten ne on jotai ihan leikkiaskartelua. Ei mun mielestä saa sellaisia lisätehtäviä olla. Ne valikoidaan kaikista tehtävistä. Mä en oo tykännyt koskaan niistä kirjoista. Mä tykkään, että ne on kaikki tässä samassa setissä. Kolmannesta luokasta ylöspäin ne ei tee yhtään lisätehtävää. Kun se on jo sanana lisätehtävä. Jotakin ylimääräistä. Se vaan, että joku ei tee kaikkea, niin ei oo maailman vakavin juttu. (B2.6/6\*\_112&113)*

## 6.2 Sisällön haasteellisuus

Opiskeltavan matemaattisen sisällön rakentumiseen ja sen haasteellisuuden kasvuun vaikuttavat Opettaja B:n mukaan opetussuunnitelmassa esitetyt sisällöt ja tavoitteet. Opettajan tulee myös pohtia, mikä opiskeltavan sisällön merkitys on jatkoon kannalta ja päättää sen mukaan, miten opiskelussa edetään.

*B: Tässä kohtaa musta vielä näytti, et ne osaa. Mutta sitten kun rupesin kysymään, että mistä sen tietää, että joku on neliö, niin sit rupeskin menemään... Tossa kirjasarjassa on mielenkiintoista, että... Kun mä oon luku opetussuunnitelman perusteita, niin kakkosluokalla ei pidä tunnistaa kuin nelikulmio. Neliö on ylikurssii. (B5.1/4\_222)*

*B: Mä jatkoin silleen, että piti tunnistaa, mitkä niitä allekkainlaskuja on. Sit vein pikasen myös eteenpäin, että kertolaskutkin voi olla allekkainlaskuja. -- Vähän lisää jollekin fiksulle. Ne sai jotain kuvaa, että tällaista on tulossa, ettei ne ajattele, että oon oppinut jo kaiken. Tää jatkuu tää juttu ja aina mä opin jotakin uutta lisää. (B1.2/9\_10)*

*B: -- Aina sitä miettii, että kuinka kauan hinkkaa ja opettaa. Pitäis löytää se ydin siitä asiasta, mikä on se välttämätön asia, että voi jatkaa eteenpäin. Et sä voi niin kauaa, että kaikki osaa tehdä kaikki tehtävät täydellisesti. Että osaa sen katsoa, mikä on riittävä määrä. Nämähän kertautuu, kypsymisen kautta tulee sit valmiiksi. (B9/9\*\_372)*

Lisäksi opetuksen ja opiskelun etenemiseen vaikuttavat oppilaiden osaamisen ja asian ymmärtämisen taso. Keskeinen seikka on myös oppilaiden motivaatio, johon liittyy vahvasti opiskelun ajankohta.

*B: Tossa mä pyydän laskeen vaan pienen määrän, että mä pääsen puuttumaan siihen mahdolliseen virheajatteluun. (B3.3/3\_140)*

*B: Mä ajattelin ensin, että mä käyn tämän laskun vasta keskiviikkona. Mutta sitten mä päätinkin ottaa tän, että kun nää osas niin hyvin. Kokeillaan, osaako ne. (B7.4/4\_332)*

*B: -- Aamulla ykkösluokkalaiset osas [kombinatoriikkatehtävän] sen. Sen täytyy selittyä sillä, että ajankohta oli suotuisampi heille. Tässä tehtävässä ei mun mielestä ikä niin hirveesti ratkase, että onks seitsemän- vai kahdeksanvuotias tämmöisen asian ymmärtämiseen. -- (B9/9\_400)*

Oppitunnin kulussa ilmenee aina myös seikkoja, joita ei voi ennalta suunnitella. Oppilaiden esittämät vastaukset, pohdinnat tai muu työskentely voi johdattaa opiskeltavan matemaattisen sisällön käsittelyä eteenpäin aiemmin kuin opettaja oli alun perin ajatellut.

*B: -- Mä olisin halunnut tähän [pohdintaan siitä, mikä on pulma] vielä sellaisen ajatuksen, että vastaus ei ole välttämättä se mikä ensimmäiseksi tulee mieleen, mutta sitä mä en saanut näiltä lapsilta. -- En sanonut sitä itsekään. Mä olisi kyllä halunnut, mutta sitten jotenkin vaan lähdin sit niihin heidän vastauksiin. (B4.1/5\*\_176&177)*

*B: -- Mä tajusin itekin, että tässähän on herkullinen tilanne, kun oppilas ottikin useamman rahan. Että paljonko sitä rahaa nyt tarvitaankaan. -- Mä en ois sitä itse hoksannu ilman sitä, että Tiina yritti ottaa enemmän kuin tarvittiin. (B6.2/4\*\_293)*

### 6.3 Osaamisen varmistaminen

Opettaja B pyrkii pitämään huolta siitä, että oppilaat osaavat opiskeltavat asiat sekä siitä, että mahdolliset osaamisen puutteet tulevat huomioituiksi. Hän tavoittelee tätä jatkuvalla kertaamisella sekä eriyttämisen keinoin.

*B: Mä kertasin siellä vähennyslaskujen joukossa myös sen yhteenlaskun, että ne muistaa, että tätäkin pitää pitää edelleen mielessä. (B7.1/4\_314)*

*B: Mulle jäi sellanen olo, että kaikille ei tullu ihan selväksi. Oli pikkuisen epävarma olo, että mitä ne sai irti ja tuliko se asia ihan oikeesti tossa ymmärrettyä. Kuinka moni joutuu pyytää läksyihin vanhemmilta apua? Mä vielä läksyjä antaessa epävarmoilta tapauksilta kysyin, että miten aiot laskee näitä kotona. Korostin sitä, että kummasta sä aloitit ja kävin vielä kerran perustelun, että miksi ykkösestä pitää aloittaa. -- (B1/9\_1)*

Eriyttämisessä Opettaja B:n periaatteena on, että heikkojen oppilaiden on tärkeää keskittyä vain perusasioiden opiskeluun, kun taas hyvät oppilaat saavat haasteellisempia tehtäviä pohdittavakseen. Hänen käyttämiä eriyttämisen keinoja ovat eritasoiset tehtävät sekä oppilaiden työskentely omaan tahtiinsa.

*B: -- Mä en edes yritä niiden [heikkojen oppilaiden] kanssa laajentaa lukualuetta. Korkeintaan sit ehkä niiden kanssa sillä tavalla, että käydään läpi sadat. -- Mun mielestä lukualue laajenee liian nopeasti heikoilla lapsilla. Jos mä jatkan niiden kanssa kolmosella, niin mä pystyn hyödyntämään sen siellä. Et oppis sen vähän ennen kuin menee eteenpäin. Ei ahnehdita sitä asiaa liikaa ja laajenneta lukualuetta ihan älyttömyyksiin. On niin kun perusasiat. (B1.8/9\_59)*

*B: Halusin, että ne oppilaat voi miettii, miten tehtävästä vois tehdä vielä hankalamman tai vaikeamman, että olis haasteellisempi näille kakkosille. (B2.2/6\*\_74)*

*B: -- Mä oon ryhmitelly oppilaita vähän silleen, että ne on mun päässä kolmessa taso-ryhmässä. On nää, joilla on ihan mekaanisissa 0-10 tai 0-20 vaikeuksia, jotka tarttee erityisopettajan tukea ja joilla on matematiikan erityisvaikeuksia. Sit on semmoisia normaalisti eteneviä, joilla on pikkuvaikeuksia eikä ehkä opi niin nopeesti ja sit on ne, jotka oppii nopeesti ja osaa sujuvasti laskea päässä. -- (B2.6/6\*\_104&105)*

*B: Mä katon ja annan jokaiselle läksyt henkilökohtaisesti. -- Mä en tykkää kotitehtäväsivuja ollenkaan. Mun mielestä ne on kaikki sivuja. Että miksi täytyy olla erikseen jotain kotitehtäväsivuja? Miks kotitehtävän tarteis olla just samantapainen tehtävä, mitä tehtiin koulussakin? Kun ei kaikki tartte. Jollekin lapselle on hyväksi, että se on ihan samaa tehtävää, mutta jollekin vois olla jotain vähän enemmänkin. (B3.3/3\_168)*

## **7. Opetus- ja opiskelutilanteiden vuorovaikutus**

Seitsemäs pääteema sisältää Opettaja B:n näkemyksiä ja perusteita, jotka ilmentävät opetus- ja opiskelutilanteissa vallitsevaa vuorovaikutusta. Vuorovaikutus hahmottuu erilaisena riippuen siitä, kenellä on vastuu opetus-opiskelu-oppimisprosessin etenemisestä, ketkä ovat aktiivisia toimijoita ja millaisia työmuotoja opiskellessa käytetään. Opettaja B pohtii erityisesti opettajakeskeisyyden toteutumista toisaalta kaikille yhteisenä opetuksena ja toisaalta oppilaan henkilökohtaisena ohjaamisena. Lisäksi hän perustelee oppilaiden vastuuta ja aktiivisuutta korostavia työskentelytapoja.

### **7.1 Opettajakeskeisyys**

Opettaja B suosii oppilaiden henkilökohtaista ohjaamista kaikille yhteisen opetuksen sijaan, koska hän näkee sen olevan tehokkaampaa erityisesti heikkojen oppilaiden kohdalla. Oppilaiden henkilökohtainen ohjaaminen on myös rentoa toimintaa, joka edistää oppilaiden suoriutumista tehtävistään.

*B: Ne ei oikeesti ymmärtänyt siitä juttuu. Mähän joudun palaamaan melkein jokaisen luo, että mitä tässä tapahtuu. Oletettavasti se johtuu tän lapsen iästä. Ei ne pysty tosta frontaaliopetuksesta niin hirveesti nappaamaan. Ja se on vaikee asia. Ihan mielenkiintoista kattoo, että miten se meni. Tuntui, että ne viittas ja kaikki häiriötekijät oli otettu pois. Niiden piti seurata, mutta missä niiden ajatus oikeesti oli? -- (B3/9\_117)*

*B: -- Toki olis ollut varmaan parempi [koe]tulos sillä tavalla, että mä olisin kahden kesken lasten kanssa katsonut näitä juttuja ja sit ne olis kertonu mulle ja se olis ollut rento tilanne -- (B9/9\*\_374&375)*

Oppilaiden henkilökohtaisessa ohjaamisessa on Opettaja B:n mukaan kuitenkin omat ongelmansa. Suuri oppilasmäärä ja vähäiset jakotunnit rajoittavat opettajan ja oppilaan kahdenkeskisen työskentelyn toteuttamista. Lisäksi Opettaja B arvelee, että se saattaa johtaa oppilaiden oma-aloitteisuuden ja vastuunoton heikentymiseen.

*B: -- Tässä on se, että kun nää on menossa kolmoselle, niin siellä ei ole aikaa vääntää pienessä ryhmässä. Jakotunteja on meillä on nyt viisi. Että pystyn käyttämään tämmöstä tapaa, mutta jos mulla on kolkkyt oppilasta, mä en pysty käyttää tämmöstä, että mä opetan ensin näin ja sitten vielä toisella tavalla henk.koht. (B3.1/3\_121)*

*B: Vilelle ton vielä selostin kerran. Kyllä se sellaista jyystöjyystöjyystöselostusta on. Tässä on tietysti semmoinen ongelma, että kun jokaiselle henkilökohtaisesti selostaa, niin se johtaa siihen, että ei sitten tarteakaan sitä yhteistä opetusta seurata, kun opettaja kuitenkin jossain kohtaa vaatii tämän henkilökohtaisesti. Ehkä se vahvistaa sitä selasta eskarijuttua, kun siellähän otetaan lapsii tälleen pieneen ryhmään. (B5.3/4\_270)*

Opettaja B hyödyntää luonnollisesti myös koko luokan yhteistä vuorovaikutteista opetusta. Opetus on luonteeltaan vuorovaikutteista opetuskyselyä tai -keskustelua sekä yhteisten tehtävien ratkomista, koska siten opettajan on mahdollista ennaltaehkäistä opiskelussa mahdollisesti ilmeneviä ongelmia ja työskentely etenee helpommin. Toisaalta se myös järkeistää opettajan omaa työtä oppilaiden työskentelyn ohjaamisessa.

*B: Sitten mä tarkistan sen, että ne laskee niin, että ne muistaa laskee kaikki eikä vaan laske  $4+2$ , vaan muistinumero myös mukaan. Nythän ne välillä unohti sen. Se on sellainen virhetyyppi, mikä tulee usein esiin. (B5.3/4\_274)*

*B: Puhuin vastauksen paikasta allekkainlaskussa kaikille yhteisesti siksi, että mä ajattelin, että tota en jokaiselle rupee erikseen näyttämään. (B1.5/9\_28)*

Vuorovaikutteisen opetuksen myötä kaikki luokan oppilaat aktivoituvat toimimaan ja pohtimaan opiskelun kohteena olevaa asiaa. Opettaja B:n mielestä jokaisen oppilaan on osallistuttava yhteisiin keskusteluihin. Lisäksi työskentely, joka edellyttää oppilaiden omaa aktiivisuutta on oppilaita motivoiva tekijä.

*B: Kaikki viittas vastaukseksi siksi, että ne mietti enemmän. Mä haluaisin, että tää matikan tunti olis enemmän niin, että kaikki ajattelis. Mutta siitä on aika vaikee saavuttaa. Ylipäätään haluaisin, että kaikki olis mukana, ajattelis ja mietti. (B7.3/4\_328)*

*B: -- Me ollaan puhuttu siitä, että kun opettaja kysyy kysymyksen, niin pitäis aina miettiä vastausta ja sit viittaa. Ei oleteta, että joku aktiivinen sieltä aina viittaa.. Se takia kysyn monelta oppilaalta. -- (B3.1/3\_131&132)*

*B: Kyselen vaihe vaiheelta, koska silleen useampi pääsee osallistumaan. Sekin on tavoite, että kaikkien mielenkiinto säilyisi, ettei yks pääse tekee kaikkee. (B3.1/3\_125)*

## 7.2 Oppilaskeskeisyys

Vaikka Opettaja B näkee oppilaan henkilökohtaisen ohjaamisen tehokkaana opetuksen ja opiskelun keinona, painottaa hän myös oppilaiden omaa aktiivista roolia. Oppitunneilla oppilaat työskentelevät pareittain tai itsenäisesti, koska silloin he ajattelevat ja puhuvat aktiivisesti. Oma aktiivinen toiminta johtaa usein myös onnistumisiin.

*B: -- Mä halusinkin Nellin ja Tiinan, jotka on erkkalapsia ja käynyt erityisopetuksessa jatkuvasti, istuvan tuolla vierekkäin. Sillai ne keskustelis keskenään. -- Mä haluan, että matikasta puhutaan. Tässä mä halusin myöskin, että ne tarkistaa, koska siinä on ihan helppoja laskuja. Kaikki pystyy ne periaatteessa laskemaan. Kaikki eivät menneet vierekkäin. Mut sit siinä tuli heti se ensimmäinen pulma, että ne ei tiennytkään, minne se vastaus laitetaan. (B1.4/9\_20&21)*

*B: Mari on näköjään tässä koko ajan mukana. Ilmankos se sen hoksas. (B4.2/5\*\_181)*

Oppilaiden aktiivisuus mahdollistaa myös oppilaiden välisen yhteistyön, kuten toistensa auttamisen ja tehtävien tarkistamisen. Kaiken kaikkiaan toiminta, jossa oppilaat ovat itse aktiivisia, on Opettaja B:n kokemuksen mukaan oppilaita motivoivaa.

*B: Ykkönen ja kakkonen on pareittain. -- Niillä on aina silleen, että kakkonen on ykkösen vieressä. Siitä on hyötyä, kun luetaan, niin se kakkonen voi lukee hyvin. Mut nyt mulla on se tilanne, että ykköset kaikki lukee, että ei oo edes ongelma. (B2.3/6\*\_83)*

*B: -- Ja sitten se, miksi [pulmatehtävien tekeminen] on lapsille vaikeeta, niin se on aika pitkälle sitä kyselevää opetusta, mikä ei nyt oo niin kauheen mielekästä. Että pitäis olla pienemmässä ryhmässä, johon sais enemmän keskustelua. -- (B9.1/3\_384&385)*

*B: Tässä oli myöskin ideana se, että Nelli ja Tiina oli viimeksi erityisopettajalla mennyt tähän retkuun, että he sai olla opettajia ja se oli kuulemma toiminut kauhean hyvin, että ne oli ollut hirveen innostuneita laskemaan sitten kun Anneli oli ollut oppilas. (B5.3/4\_249)*

Opetus ja opiskelu on luonteeltaan tehtäviä antavaa ja oppilaiden itsenäistä työskentelyä Opettaja B:n mukaan silloin, kun tavoitteena on opiskella kokonaan uusia asioita tai kerrata ja automatisoida opiskeltavan sisällön hallintaa. Usein tehtävät, joita oppilaat ratkovat, edistävät myös matemaattisten sisältöjen ymmärtämistä ja harjoittavat opiskeltavan tiedon soveltamista uusissa yhteyksissä. Lisäksi oppilaiden tekemät kotitehtävä viestittävät myös heidän vanhemmilleen, mitä koulussa opiskellaan.

*B: Ne on ihan mekaanista harjottelua noi tehtävät, mitä tossa tehtiin. Ei mitään sen suurempaa. Siinä oli vielä helpot yhteenlaskut  $7 + 12$ , kun ei oo ollut kymmenylitystä. -- Mekaanisen harjoittelun merkitys on automatisoida. Tässä oli tavoite automatisoida se, että aloita aina ykkösistä. Mä koitin tarkailla sitä tossa, että kummasta ne aloittaa ja sitäähän mä oon jauhanut. Muuten se lähtee menemään väärin. (B2.6/6\*\_108&109)*

*B: Kun tavoitteena oli ymmärtää allekkainlaskun periaate, niin kyllä mä luulen kuitenkin, että kun tohon tulee päälle harjaantuminen, niin kyllä se sieltä sitten tulee, vaikka se ei kaikilta vielä suju. Osa on oppinut hyvin, osa tarttee aikaa. -- (B8/9\*\_366)*

*B: Mä oon miettinyt, että onks kotitehtävillä merkitystä vai ei. Oon ajatellut, että sillä on merkitystä, että vielä kotonakin rauhassa mietitään. Vanhemmatkin halua tietää, missä mennään. Mulla on sellanen kokemus että, jos opettaja ei anna koskaan kotitehtäviä, niin joutuu hirvittävän hyvin vanhemmille perustelee sen. Vanhemmat ei tykkää siitä. Sitten on se, että mitä useampia toistoja tulee, niin sitä paremmin opitaan. Että se on sitten yksi toistokerta kotona. Mutta opettajan pitää pitää mielessä se, että kuinka paljon niitä läksyjä on. (B3.3/3\_164&165&166)*

### 11.2.2 Didaktisen päätöksenteon jäsentyminen Opettaja B:n pedagogisessa ajattelussa

Kuvio 11.2 kuvastaa Opettaja B:n didaktisen päätöksenteon jäsentymistä hänen pedagogisessa ajattelussaan. Kuviossa yhtenäisellä viivalla piirretyt, tummat laatikot tarkoittavat kyseisen opettajan ajattelussa ilmenneitä matematiikan opetuksen ja opiskelun tavoitteita, kun taas katkoviivalla piirretyt, vaaleat laatikot ilmentävät niitä tekijöitä, jotka tukevat näiden tavoitteiden saavuttamista. Uloin kehys kuvaa sitä kontekstia, johon matematiikan opetus kokonaisuudessa opettajan ajattelussa sijoittuu. Lisäksi kunkin opettajan ajattelussa ominaisella tavalla painottuvat seikat on kirjoitettu tummennetulla tekstillä.

Opettaja B:n päätöksenteon jäsenitys koostuu matematiikan opetuksen ja opiskelun tavoitteista – erityisesti monipuolisesta sisällön hallinnasta – sekä opiskelun ja oppimisen tukemiseen ja kontekstiin liittyvistä seikoista, jolloin merkittävässä roolissa ovat sosiaalis-affektiiviset tekijät.

Matemaattisten tietojen ja taitojen hallinta näyttäytyy Opettaja B:n ajattelussa keskeisenä opetuksen ja opiskelun tavoitteena. Sisällön hallinta koostuu monipuolisesti erilaisista tiedoista ja taidoista: perustietojen ja mekaanisen laskutaidon lisäksi myös kommunikoinnin ja erityisesti ongelmanratkaisun ja tiedon soveltamisen taidoista.

Matemaattisten tiedon luonteesta johtuen uusien matemaattisten sisältöjen opiskelulle ja siten myös käsitteenmuodostusprosessille on ominaista, että ne perustuvat lähtökohtaisesti oppilailla jo olemassa olevaan tietoon. Tyypillistä on myös konkretian ja toiminnallisuuden hyödyntäminen, koska niitä hyödyntämällä voidaan havainnollistaa matemaattisia käsitteitä sekä edistää opiskeltavien sisältöjen muistamista ja oppimista. Lopulta kaiken oppimisen edellytyksenä on sisällön ymmärtäminen, vaikka Opettaja B toteaa mekaanisenkin harjoittelun olevan välttämätöntä perustietojen ja -taitojen automatisoimiseksi. Ymmärrystä edistävät erityisesti omien ajattelu- ja ratkaisutapojen esittäminen ja perusteleminen puhumalla ja kirjoittamalla.

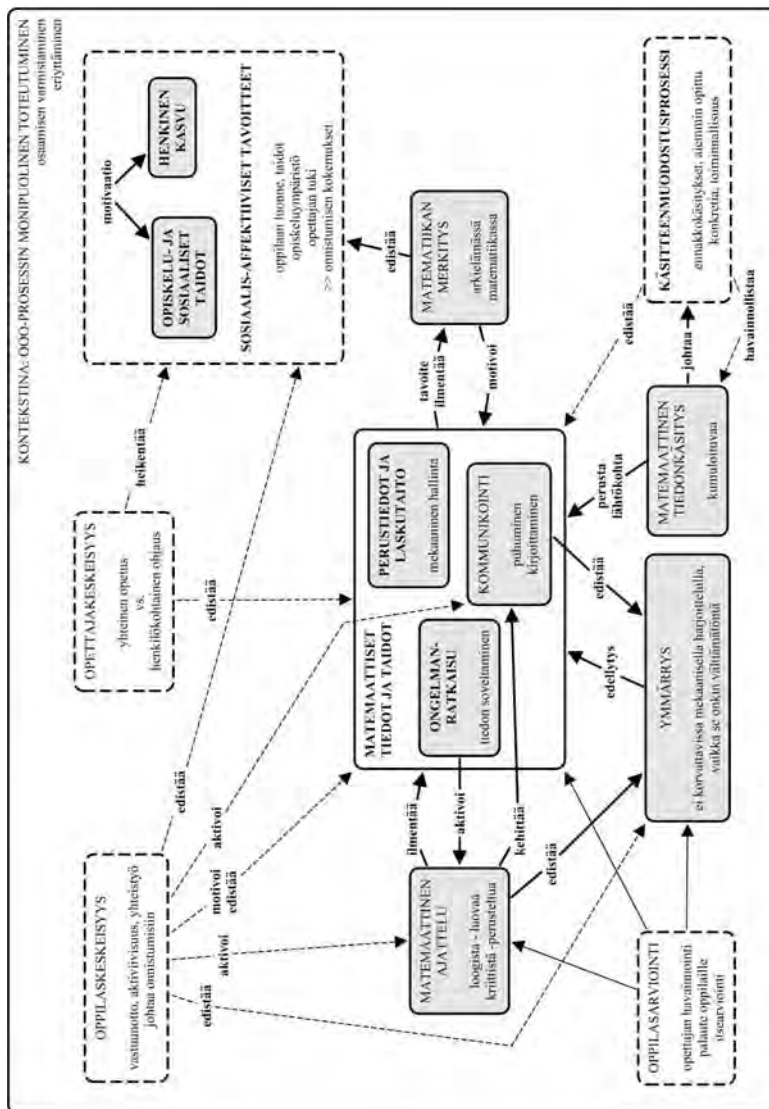
Matemaattisten tietojen ja taitojen hallinnan rinnalla matematiikan opetuksen ja opiskelun tavoitteiksi määrittävät Opettaja B:n ajattelussa myös matematiikan merkityksen havaitseminen sekä matemaattisen ajattelun kehittyminen. Opettaja B:n näkemyksen mukaan matematiikkaa tulee opiskella todellista elämää varten, ja hän antaa tälle kaksi toisiinsa liittyvää merkitystä: Toisaalta matematiikkaa hyödynnetään niin arkielämän kuin muiden matemaattisten ongelmien ratkaisemisessa, ja toisaalta taas tämän matematiikan merkityksen oivaltaminen tekee opiskelusta mielekästä ja motivoivaa toimintaa oppilaille. Matemaattisella ajattelulla on Opettajan B:n ajattelussa moninainen rooli. Kuten jo edellä kävi ilmi, aktiivinen ajattelu edistää ymmärtämistä ja siten opiskeltavien matemaattisten sisältöjen syvällistä oppimista. Lisäksi oppilaita tulee rohkaista tuomaan julki omia ajattelutapojaan, koska se kehittää kommunikoinnin – matematiikan puhumisen ja kirjoittamisen – taitoja, mutta ilmentää myös mahdollisia virheitä, joihin tulee puuttua. Erityisesti

ongelmanratkaisu on matemaattisen ajattelun aktivoitumisen kannalta keskeinen tekijä. Opettaja B:n näkee, että ennen kaikkea sosiaalis-affektiiviset tekijät vaikuttavat keskeisesti oppilaiden opiskelun ja oppimisen edistymiseen. Nämä tekijät – opiskelu- ja sosiaaliset taidot sekä henkinen kasvu – ovat kiinteästi vuorovaikutuksessa keskenään ja niitä yhdistää erityisesti motivaatio. Oppilaiden motivoituneisuus saa aikaan oma-aloitteista, aktiivista ja vastuullista toimintaa, joka puolestaan johtaa onnistumisiin, itsetunnon kohoamiseen ja siten oppimiseen. Oppilaiden opiskelu- ja sosiaalisiin taitoihin sekä henkiseen kasvuun vaikuttavat Opettaja B:n näkemysten mukaan pitkälti heidän luonteensa, taitonsa ja mahdolliset oppimisvaikeudet sekä opiskeluympäristön häiriöt. Toisaalta näiden taitojen kehittymistä edesauttavat opetus- ja opiskelutilanteet, joissa matematiikan merkitys on havaittavissa ja jotka mahdollistavat oppilaiden oman aktiivisen ajattelun.

Muina opiskelua ja oppimista edistävinä tekijöinä Opettaja B:n ajattelussa esiintyvät vuorovaikutuksen muodot sekä arviointi. Vuorovaikutuksen osalta Opettaja B määrittelee sekä opettaja- että oppilaskeskeisyydelle omat tehtävänsä. Opettajakeskeinen opetus, erityisesti oppilaiden henkilökohtainen ohjaaminen, edistää tehokkaasti matemaattisten tietojen ja taitojen hallintaa, vaikkakin se voi myös heikentää oppilaiden oma-aloitteisuutta ja vastuullisuutta. Oppilaskeskeiset työskentelyn tavat ohjaavat oppilaita puolestaan sisältöjen opiskelun lisäksi myös aktiivisuuteen, vastuunottoon sekä tekemään yhteistyötä. Opettaja B:n näkemysten mukaan oppilaan oma aktiivinen toiminta on oppimisen kannalta merkittävää johtaessaan usein onnistumisiin. Oppilasarviointiin Opettaja B kohdistaa oppilaiden sisällön hallintaan, ajatteluun ja ymmärrykseen.

Kaiken kaikkiaan Opettaja B:n ajattelua ja päätöksentekoa luonnehtii monipuolisuus. Tavoitteena on, että opetus- ja opiskelutoiminta tapahtuu mahdollisimman monipuolisessa ja vaihtelevassa kontekstissa, jolloin Opettaja B:n mukaan oppilaat ovat motivoituneita ja näennäinen opetus ja opiskelu vähenevät. Keskeistä tässä on myös oppilaiden osaamisen varmistaminen sekä kertaamalla opiskeltuja sisältöjä että erityisesti eriyttämällä opetusta oppilaiden tason mukaan.





**Kuvio 11.2.** Didaktisen päätöksenteon jäsentyminen, Opettaja B.

## 11.3 Opettaja C:n pedagogisen ajattelun kuvaus

### 11.3.1 Opettaja C:n pedagogiseen toimintaansa liittämät näkemykset ja perusteet

**Taulukko 11.3.** Pedagogisen ajattelun jakautuminen luokanopettajan omaan toimintaansa liittämiä näkemyksiä ja perusteita kuvaaviksi pää- ja alateemoiksi, Opettaja C.

PÄÄTEEMA	kpl	%	ALATEEMAT	kpl	%
1. Matemaattisten tietojen ja taitojen hallinta	83	30	1.1 Tavoitteena ymmärrys	20	7
			1.2 Mekaaninen perustietojen ja -taitojen hallinta	9	3
			1.3 Oppilasarviointi 1.3.1 opettajan suorittama arviointi 1.3.2 oppilaiden saama palaute	44 (38) (6)	16
			1.4 Opettajan kriittisyys sisällön valinnassa	10	4
2. Matemaattisen tiedon elementit ja rakentuminen	40	15	2.1 Matemaattisen tiedon elementit	9	3
			2.2 Aiemmin opiskellut matemaattiset sisällöt opetuksen ja opiskelun lähtökohtana	9	3
			2.3 Analogioiden hyödyntäminen opetuksessa ja opiskelussa	8	3
			2.4 Konkretian hyödyntäminen opetuksessa ja opiskelussa	14	4
3. Matemaattisen ajattelun perusteet ja luonne	37	13	3.1 Tavoitteena matemaattisen ajattelun aktivoituminen	2	1
			3.2 Ajattelun ilmentäminen	8	3
			3.3 Ajattelun luonne 3.3.1 loogista 3.3.2 luovaa 3.3.3 kriittistä ja perusteltua	27 (6) (13) (8)	9
			4.1 Tavoitteena matematiikan merkityksen tiedostaminen	4	1
4. Matemaattisen tiedon merkitys	42	15	4.2 Merkitys eri yhteyksissä 4.2.1 arkielämässä 4.2.2 matematiikassa ja muissa tieteissä 4.2.3 yhteiskunnassa	25 (14) (8) (3)	9
			4.3 Motivoiva ja oppimista edistävä tekijä	10	4
			4.4 Oppilaiden asenne matematiikkaa kohtaan	3	1
			5.1 Sisällön haasteellisuus	19	7
5. Sisällön rakentuminen opetus-opiskelu-oppimisprosessin kulussa	19	7			
6. Opetus- ja opiskelutilanteiden vuorovaikutus	56	20	6.1 Opettajakeskeisyys 6.1.1 opettajakeskisyyden dilemma 6.1.2 luokan yhteistä vuorovaikutteista opetusta	19 (11) (8)	7
			6.2 Oppilaskeskisyys 6.2.1 oppilaskeskisyyden dilemma 6.2.1 oppilaiden aktiivinen rooli 6.2.2 tehtäviä antava opetus	37 (17) (12) (8)	13

Opettaja C:n pedagogisen ajattelun teoriasidonnainen tarkastelun lähtökohtana olivat hänen pedagogisessa toiminnassaan ilmenneet teemat, jotka liittyivät 1) matemaattisten tietojen ja taitojen hallintaan, 2) matemaattisen tiedon elementteihin ja rakentumiseen, 3) matemaattisen ajattelun perusteisiin ja luonteeseen, 4) matematiikan opetuksen ja opiskelun sosiaalis-affektiivisiin tavoitteisiin, 5) opetus-opiskelu-oppimisprosessin etenemiseen ja sisällön rakentumiseen prosessin kulussa sekä 6) opetus- ja opiskelutilanteiden vuorovaikutukseen (ks. tarkemmin luku 10.4.4 sekä liite 10.3a).

Opettaja C:n matematiikan opetukseen liittyvä pedagoginen ajattelu luokittui analyysin myötä sisällöllisesti kuuteen keskeiseen teemaan, jotka jakautuivat edelleen alateemoiksi kuvaten tarkemmin Opettaja C:n matematiikan opetukseen liittämiä näkemyksiä ja opetuksen toteuttamisen perusteita hänen omassa toiminnassaan. (ks. taulukko 11.3).

Seuraavaksi tarkastelen tarkemmin jokaista pääteemaa sekä niiden sisältämiä alateemoja. Liitän tarkasteluun myös aineistolainauksia, jotka edelleen havainnollistavat kunkin teeman sisältöä. Tavoitteeni on tuoda esiin Opettaja C:n pedagogista ajattelua, joka vaikuttaa hänen toimintaansa matematiikan opetuksen ja opiskelun yhteydessä.

### ***1. Matemaattisten tietojen ja taitojen hallinta***

Ensimmäinen pääteema sisältää Opettaja C:n esittämiä näkemyksiä ja perusteita, jotka kuvastavat, mitä hän pitää tärkeänä matemaattisten tietojen ja taitojen hallinnassa sekä oppilaiden osaamisen arvioinnissa. Opettaja C pohtii ymmärtämisen ja mekaanisten perustietojen ja -taitojen hallinnan suhdetta toisiinsa ja tuo esiin myös kriittisen näkökulman siihen, miten opiskeltava matemaattinen sisältö tulisi ylipäättään valita.

#### ***1.1 Tavoitteena ymmärrys***

Opettaja C näkee matematiikan opetuksen ja opiskelun keskeisenä tavoitteena matemaattisten tietojen ja taitojen ymmärtämisen. Hänen näkemyksensä mukaan ymmärtäminen on mekaanisen laskutaidon ja kaiken uuden opiskelun perusta sekä edellytys sille, että matemaattista tietoa voi soveltaa uusissa yhteyksissä ja todellisen elämän tilanteissa.

*C: Mä en osannu ajatella, että osan ottaminen jostain luvusta on niin hirmu vaikee hahmottaa. Mutta kai se on se, että kun pienempi luku pitää jakaa isommalla, niin siinä se tuli se tenkkapoo. Se, että on yhtä pienempiä lukuja. Mikä se yhtä pienemmän luvun suuruus on? Siinä vielä on lopullisen ymmärtämisen puutteita. (C8.3/7\_234)*

*C: Nyt lähetään rakenteleen sitä, mitä mittakaava tarkoittaa. Kuinka pitkä matka kartan senttimetri luonnossa on. Että osaa ajatella, että tuolla on senttimetrejä, mutta siitä et voi hahmottaa. Se pitää muuntaa metreiksi. Ja ensinnä jotenkin ymmärtää se. Sitten käytännössä riittää, että kaks nollaa poistaa, niin että se on metri. -- (C9.5/9\_265)*

*C: Eikä se mittakaava oo niin helppo. Ei oo aikuisellekaan helppoo, kun sanotaan, että mitä se mittakaava tarkoittaa. Se kartan yksi sentti on niin ja niin monta senttimetriä luonnossa. Mut sillä tiedolla ei itse asiassa tee mitään. Kun saa sen metreiks, niin*

*sitten mä rupeen saamaan kiinni. Mä kuljen kaksi senttiä kartan polkua pitkin, niin mä luonnossa oon kulkenu 300 metriä. -- (C9.5/9\_266)*

Opiskeltaessa uusia matemaattisia tietoja ja taitoja ei ymmärtämisen kannalta ole aina välttämätöntä kiinnittää huomiota kaikkiin tehtävän elementteihin, vaan opiskeltavaa sisältöä voi valikoida ja helpottaa sekä hyödyntää erilaisia apuvälineitä, kuten laskimia. Näin ollen Opettaja C siis katsoo, että ymmärtäminen on ensisijaista laskutoimitusten mekaanisiin tekijöihin nähden.

*C: Onko se piin arvo 3,14 vai kolme tasan, niin sillä ei oo tässä vaiheessa ymmärtämisen kannalta niin suurta merkitystä. (C2.4/7\*\_62)*

*C: Esimerkkiin valitsin mahdollisimman helpot luvut, ettei ole supistamisessa ja laskutoimituksessa vaikeuksia. Ettei se ymmärtäminen sitten... Ettei lähde pohtimaan, miten tää nyt lasketaan. Sen takia pitäis aina löytää sellaiset luvut, jotka palvelee sitä havainnollistamista kaikista parhaiten. (C8.2/7\_231)*

*C: Nyt kun tulee desimaaliluku jaettuna desimaaliluvulla... Nyt ois pitäny ruveta opettamaan laventaminen, kokonaisluku saada jakajaks. Niin nyt voi laskee laskimella ton, koska on niin vaikea asia. Jos siihen tuo vielä uuden asian, laventamisen, niin on jo siinä mekaanisessa vaiheessa niin monta vaikeeta asiaa, että katoaa se loppuymmärrys tästä vaikeesta laskusta. -- (C5.1/9\_156)*

### *1.2 Mekaaninen perustietojen ja -taitojen hallinta*

Vaikka ymmärrys on keskeinen matematiikan opetuksen ja opiskelun tavoite, on luonnollisesti matematiikan hyödyntämisen kannalta tärkeää hallita myös perustiedot ja -taidot sekä mekaaninen laskutaito.

*C: Tavoite on varmentaa näiden yksikkölaatuojen käyttöä laskemisessa ja varmentaa niiden ymmärtämistä ja muunnoksia laadusta toiseen. Ja sitten kuitenkin siinä rinnalla toisaalta vähän syvemmän oivaltamisen kautta saada omaa ajattelua ja ongelmanratkaisua jollakin lailla viriämään.*

Opettaja C:n mukaan mekaanista tietojen ja taitojen opiskelua voi tukea eri aistikanavia hyödyntävillä keinoilla, kuten visuaalisilla kuvioilla ja taulukoilla sekä kuuloon perustuvilla hokemilla.

*C: Tossa on se desimaaliluvun katkaiseminen ja sitten konkreettisesti ton katkaisuviivan merkitseminen. Nähdään sit sen katkaisuviivan oikealla puolella, onko se viitosta ylempi. Ja sitten tuo nuoli tuolta siihen. Nyt kun se on kutonen, niin se nostaa sen suuremmaksi. -- Kirjassa ei oo tuollasta nuolimallia, mutta meillä on se omana käytäntönä, niin se konkretisoi sitä pyöristämistä. -- (C3.2/7\_79)*

*C: On se mittayksikköjen muunnostaulukko konkreettisempi. Tavallaan rakennetaan tikapuuajattelumalli lapsille, joka näkömuistin avulla saattaa palautua niille mieleen ihan tuosta. Ne oppii itekin tekemään piirrosmalleja avukseen. -- Ja sit kun sanotaan ääneen mittayksiköiden lyhenteet, niin siinä on näkömuisti ja kuulomuisti. Tulee tämmöiset hokemat: millimetrit, senttimetrit, desimetrit, metrit. Menee niin kun automaattisesti. Yrittää saada molempia kanavia kautta asiaa. (C2.3/7\*\_47)*

### 1.3 Oppilasarvointi

Merkittävä osa matematiikan opetusta ja opiskelua on oppilasarvointi. Opettaja C määrittelee arvioinnin tavoitteeksi oppilaiden sisällön hallinnan selvittämisen, mutta myös opiskeltavien asioiden ymmärtämisen ja siten opetussuunnitelman tavoitteiden toteutumisen. Tähän perustuen Opettaja C erittelee oppilaiden taitotasoa antaakseen heille todistukseen matematiikan arvosanan.

*C: -- Desimetri on sinänsä käsitteenä on aika hankala. Siellä tulikin, että se on kymmenen senttiä. Vaikka se nimi ei muistunut, niin tiedettiin, että se on se kymmenen sentin matka. -- Enkä muista, että noteerasinko väärää vastausta [dekametri] -- Sehän menee itelläkin joskus puheessa sekaisin. Kuitenkin, kun lapset tuottaa sen dekametrinkin, niin tulee fiilis, että siellä on tietoo, vaikka ei tietäis konkreettisesti, mihin kohtaan taulukkoa laittais sen. (C1.2/8\*\_11)*

*C: Käytän melko yksinomaan niitä kirjan kokeita. Kuitenkin uusikin opetussuunnitelma, on sen suuntainen, että ne asiat tän oppikirjan läpikahlauksessa tulee käytyä. Olen luottanut niihin kirjan kokeisiin. -- (C7/9\*\*\_216)*

*C: Hyvässä kokeessa on sekä mekaanisia että sanallisia, ja ne on sopusoinnussa, ettei kumpikaan ei oo liian dominoivassa osassa. Ja kuitenkin se mittaa sen alueen oppimista kauttaaltaan. Täytyy olla sellaisia tehtäviä, että heikommatkin pystyy siihen kohtuulliseen hyväksyttävään tasoon. Mutta täytyy olla myös eriyttäviä, joissa sitten mitataan ne, jotka todella pystyy niihin kiitettäviin arvosanoihin. (C7/9\*\*\_215)*

*C: Kokeilla on merkitystä, kun se arviointi täytyy tehdä. Ainakin opettajaa palvelee numeron antamisessa. Mutta myös lapselle se, että joku kokonaisuus on opittu ja sitten kokeen kautta kontrolloidaan, miten se on opittu. -- (C7/9\*\*\_212&213)*

Arvioinnin tavoitteena on Opettaja C:n mukaan myös tuottaa opettajalle tietoa oppilaiden osaamisesta ja työskentelystä sekä oppituntien sujuvuudesta siten, että hän kykenee havaitsemaan mahdolliset ongelmakohdat, joihin puututaan.

*C: Luokassa kierrellessä näkee, miten se etenee ja että onko siellä joku kohta, mikä tökkii kaikilla ja pitäisi nostaa yhteispohdintaan. -- (C1.5/8\*\_30)*

*C: Tarkistettaessa tietysti on se onnistumisen ilo ja se, että osaa ja tulee oikein. Se ruokkii innostusta ja vie laskutoimitusta eteenpäin. Ja jos se virhe huomataan heti, niin se pystytään korjaamaan. Ehkä se vaikuttavuus sillä korjaamisella on suurempi, jos se pystytään korjaamaan heti laskemisen jälkeen. (C6.2/5\*\*\_192)*

Arvioinnin keinoina Opettaja C käyttää sekä omaa toimintaansa että oppilaiden toimintaa. Opettajan keinoja ovat kyseleminen, havainnointi sekä luokan yleisen ilmapiirin aistiminen.

*C: Pyysin tota oppilasta tarkentamaan, kun hän sanoi [selostaessaan hintalaskun ratkaisua], että "siitä sain yhden kilon hinnan, koska se sen lausekkeen perustekeminen on se, että laske yhden kilon hinta ensin ja laske sitten 8 kilon hinta. Varmensin sen, että oli oivaltanut ja osasi pukee sen sanoiksi. (C4.6/9\_125)*

*C: Kyllähän sen oppilaista aistii, että kun käsiä on vähän yllhäällä ja katseet harhaillee, niin silloin ei ymmärtämistä hirveesti tapahdu [oppilaat eivät osanneet laskea hintaa]. Itse iloitsee siitä, että jollakin näyttää rupeevan valkenemaan. (C5.4/9\_167)*

*C: Kyllähän sieltä näkee selvästi Sonjan ilmeestä ja olemuksesta, että "Ahaa!" ja hän muistaa maanantain fyke-tunnin ja sen tiheysjutun. Ja sitten että lasketaan tää syöttö-lautasen juttu ja samalla palautuu mieleen se pesäpalloasia. Ja Hanna saa uuden mahdollisuuden konkreettisesti punnita ja kauppiaan tytärenä vielä sitten siitä häpeäs-tä päästä, että hän myisi 250 grammasena tän paketin. Sen näkee niitten ilmeistä ja eleistä, että ne on mukana pohdinnoissa. Sen jotenkin aistii vaan. (C3.5/7\_106)*

Oppilaat puolestaan tekevät erilaisia ja eritasoisia tehtäviä ja kokeita, jolloin arviointi perustuu sekä työskentelyyn että itse sisällön osaamiseen. Lisäksi oppilaiden tuntiaktiivisuudella – osallistumisella ja oman ajattelun ilmentämi-sellä – on merkitystä arvioinnin kannalta matematiikan opetuksen ja opiske-lun yhteydessä.

*C: Luokassa kierrellessäni mä vielä varmensen, että miten ne muut on niitä tehtäviä tehty. Tästähän näkee yhdellä silmäyksellä, että kuinka paljon niitä tehtäviä on tehty ja vihkossa vielä näkee vähän, että minkä verran niitä on todella tehty. Sitä välillä ha-luu varmistua varsinkin tiettyjen oppilaiden kohdalla, että onko siellä tehty kaikki teh-tävät. Ei varmaan kaikki kykenekään tekemään kaikkia tehtäviä ja se kotitehtävien te-keminen on aina vähän, että siinä ei oo sellasta yhteismitallisuutta. -- Ensimmäkin tun-nilla niille jää eri vaiheeseen tää juttu ja sit jää eri määrä tehtäviä. Ja sit täällä on vielä nämä lisätehtävät ja kotitehtävät. Ahkera tekee myös nämä lisätehtävät toinen taas sen minimin ja siitäkin tinkii. (C5.1/9\_143)*

*C: Tuntuu siltä, että sanalliset tehtävät on oppilaille vaikeampia kuin mekaaniset teh-tävät ainakin sen mukaan, miten niitä osataan. Kokeissakin erottelu tapahtuu niissä. (C9/9\_274)*

*C: Kyllähän se tietysti on, että mitenkä osallistuu tunnin kulkuun ja miten siellä tulee nimenomaan tämmöstä omaa pohdintaa ja muuta tämmöstä, että "Hei, eikös sen voi näin laskee?" Sitä omaa ajattelua. Sitten tietysti jonkin verran sitä, miten se vihkoteh-tävä noin silmämääräisesti on mennyt. Jos jollain oppilaalla keikkuu puolessa välissä, et seiska puoli, niin jos siinä pikkusenkin on sitä tuntiosaamisen puolta, niin saattaa olla, että se kasi tulee. (C7/9\*\*\_220&221)*

Opettaja C toteaa, että arviointi on tärkeää myös oppilaille itselleen, koska he kaipaavat positiivista palautetta niin opettajalta kuin muilta oppilailta. Onnis-tumisen kokemukset sekä ylipäättään tieto siitä, mitä osaa ja mitä täytyy vielä harjoitella, ovat merkittäviä tekijöitä oppilaiden opiskelun ja oppimisen edis-tyksen kannalta.

*C: --Jaakko on kans sellanen, että ei hirveen herkästi pysy siinä laskunsa ääressä. Nyt kun näyttää olevan toi lasku päällä, niin seuraan, että miten se menee ja jos onnistu-minen tapahtuu niin voi kenties antaa tommosta rohkaisua. -- Silloin kun se onnistu-minen on todellista ja sattuu kohdalle, niin se jokaista rohkaisee ja auttaa eteenpäin. Kun jokainen sitä kaipaa ja jokainen sitä liian vähän kuitenkin saa, niin kun aika ja paikka on kohallaan, sitä on hyvä tuoda esille. (C1.7/8\*\_35)*

*C: Useamman oppilaan mielipiteen kysyminen on yks hyvä konsti saada tietää, mikä se muiden vastaus on. Mutta tässä myös se, että Eetu on onnistunut. Eetu saa vähän palautetta muilta, että muutkin on laskenut samalla tavalla. (C4.6/9\_123)*

*C: -- Kolmessa kokeessa määräytyy pitkälle niiden joulun matematiikan numerot. -- Jotkut käy opiskeltua aihetta läpi ja harjoittelee kokeeseen. Jotkut, kun on tehnyt tun-nilla, niin ei varmaan käy sitä enää koetta varten ollenkaan. Mutta kyllä ne mieltää*

*sen kokeen aika tärkeeksi. -- Jotenkin ne mieltää sen kokeen aika isona juttuna. Kyllä se tietysti aika paljon on sen arvosanan antamisen arvio, mulle ainakin. (C7/9\*\*\_214)*

#### *1.4 Opettajan kriittisyys opiskeltavan matemaattisen sisällön valinnassa*

Matematiikan opetusta ja opiskelua pohtiessaan Opettaja C tuo esiin kriittisen näkemyksensä opiskeltavan matemaattisen sisällön suhteen. Hänen mielestään matematiikan oppitunneilla ei tulisi opiskella mitä tahansa ja miten tahansa. Opiskeltavan matemaattisen sisällön valintaa, oppikirjan käyttöä sekä työtapoja tulee pohtia opiskeltavien asioiden arkielämän merkityksen kannalta sekä sen perusteella, mikä asema kyseisillä sisällöillä on koko matematiikan oppimäärän ja tavoitteiden näkökulmasta tarkasteltuna. Myös oppilaiden taidot vaikuttavat oleellisesti opetuksen ja opiskelun toteuttamiseen.

*C: Kyllä mulle on aika tärkeä se kirja. -- Kyllä mä oon ymmärtänyt sen, että kun oppikirja on tehty, niin siinä on sen luokan opetussuunnitelma sisällä. Pikemminkin päinvastoin, siitä voi karsia pois. Niin kuin nyt tänkin alueen [hinnan laskeminen] olis voinu muuntaa sillä lailla, että ois lähtenyt siitä, että yksikköhinta jo tiedetään eikä olis sitä tarvinnu ruveta laskemaan, jolloin tuli vähän hankaluuksia. -- Jos tää yksikköhinnan laskeminen ei nyt tunnu semmoselta, että ne on saanu sen haltuun, niin lähdetään sitten siltä pohjalta, että elämässä yleensä yksikköhinta on annettu. Ihmisen tehtävä on yleensä laskea se ostoksensa hinta. (C5/9\_149)*

*C: Mä mietin sitä, että miten sen suhteen nyt tähän vielä ympäis. Kyllähän se näkyy, että tää ei oo niin hirmu merkityksellinen, kun ei tästä alueesta kysytä kokeessakaan mitään. Siihen on sikäli turha käyttää aikaa. Siks otin ton karttatehtävänkin tonne. Se on sovellus suhteesta ja mittakaavasta ja palvelee tän hetkistä tarvetta. (C8/9\_249)*

*C: Kyllä tää [oppikirjan aukeaman keltainen laatikko] on sellainen, et oletetaan, että oppilas itse tätä tutkimalla selviää, mutta ei se aina mene niin. -- Ei se aina onnistu. Joskus sitä joutuu jauhamaan. Joskus voi sanoa, että kattokaa vaan itte ja tehkää. Sitte itse lähtee kiertelemään ja että oppilaat omatoimisesti tekee. -- (C8.4/7\_241)*

### **2. Matemaattisen tiedon elementit ja rakentuminen**

Toinen pääteema sisältää Opettaja C:n näkemyksiä ja perusteita, jotka koskevat matemaattisen tiedon elementtejä ja rakentumista. Opettaja C nostaa esiin erityisesti tiedon rakentumisen tavan niin matemaattiselle tiedolle ominaisena piirteenä kuin opetuksessa ja opiskelussa huomioitavana ja hyödynnettävänä seikkana.

#### *2.1 Matemaattisen tiedon elementit*

Opettaja C kiinnittää opetuksessaan oppilaiden huomion tiettyihin matemaattisiin sisältöihin, koska ne ovat havainnollisia esimerkkejä matemaattisten käsitteiden ominaisuuksista sekä käsitteiden rakentumisesta suhteessa toisiinsa.

*C: Huomio kiinnitettiin laatujen merkintään, koska se on "kuinka monikertainen" ja "kuinka mones osa". Niissä ei oo laatuja. Ne on paljaita lukuja. Tavallaan niin kun murtolukuina käsittää. Kun on samaa laatua osoittajassa ja nimittäjässä, niin ne kumoo toisensa ja vastaus on paljas luku. (C8.2/7\_228)*

*C: Painotin tota kymppiä, koska se on kymmenjärjestelmä ja kymmenen yksikköä muodostaa seuraavan. Opettajajohtoisesti edetessä liikaakin kertoo, että kymmenen ja kymmenen. Kun itse oivalsi sen viivottimella, niin se oli parempi. (C1.2/8\*\_12&13)*

*C: Kun tehdään gramman pienempiä osia ja monikertoja, niin varmistetaan mikä on meidän ajattelun keskipiste, mistä me lähdetään rakentamaan sitä mallia. (C3.4/7\_94)*

Matemaattisille ilmiöille ja käsitteille on Opettaja C:n mukaan tyypillistä, että niiden välillä on analogisia piirteitä. Eri käsitteitä voidaan kuvata samanlaisilla termeillä ja niillä operoidessa voidaan soveltaa samanlaisia merkintä- ja ratkaisutapoja. Toisaalta asia on myös päinvastoin, samaa matemaattista ilmiötä voidaan kuvata erilaisilla käsitteillä.

*C: Noi etuliitteet tulee näissä kaikissa mittayksiköissä niin kuin tänään huomattiin. Puhuttiin tästä "senti", "sento", latinaa ja että se on kansainvälistä ja sillä etuliitteellä on kaikissa kielissä sama merkitys. (C2.3/7\*\_48)*

*C: Metrihinta ensiks ja sitten, kun oot saanut metrihinnan, niin sitten osaat ajatella, että jos mä ostan viis metriä tätä kangasta niin osaat kertoa kyllä sillä. Mutta, kun sanotaan 0,60 metriä tai 1,2 metriä, niin sit rupeekin, että miten tätä lasketaan. Desimaalilukuna oleva metrimäärä jotenkin salpaa sen ajattelun. Et se tulee se ostoksen hinta sillälailla. -- (C7/9\*\*\_222&223)*

*C: Ideana oli se, että jakolaskuna merkitty juttu on itse asiassa sama kun verrataan niiden painojen suhdetta toisiinsa. Jakolasku käsitetään massojen vertailuna, suhteena toisiinsa. Kuinka monta kertaa toinen massa menee toiseen. Sitä voidaan kutsua suhteeksi. -- Ja siellä tulee vielä, että suhteen arvo oli desimaaliluku, murtoluku tai sitten se voidaan lukea yhden suhde neljään. -- (C9.2/9\_260)*

## 2.2 Aiemmin opiskellut matemaattiset sisällöt opetuksen ja opiskelun lähtökohtana

Opettaja C perustaa opetuksensa aiemmin opiskelluille matemaattisille sisällöille, koska uudet matemaattiset tiedot ja taidot rakentuvat jo olemassa olevien tietojen ja taitojen varaan. Hän toteaa myös, että viittaukset oppilaille ennuudesta tuttuihin sisältöihin selkeyttävät uuden tiedon tarkastelua ja vauhdittavat opetuksen ja opiskelun etenemistä.

*C: Supistaminen oli joillakin hallussa ja joillakin ei. Se on taas viidennen luokan asiaa. -- Jos se supistaminen ei oo vielä selvillä, sen voi laskea myös jakokulmassa. Niin ja sitten peräkkäiset supistajat... Tässähän se aina on, että joutuu opettamaan niitä, mitkä tavallaan pitäisi olla hallussa. -- Tuossa on konkreettinen osoitus siitä, että jos matematiikassa jää joku aukko, niin se voi torpedoida koko homman. -- (C8.2/7\_233)*

*C: Sit lähetään rakentelemaan massan ja pituudenyksiköiden yhteyttä siihen samaan taulukkoon. -- Siinä on nuo samat etuliitteet. Ja ensteks, kun päästään siitä yhteyteen, että metri ja gramma on se saumakohta ja siinä voidaan hyödyntää sitä edellisellä syntynyttä: kymmenesosa, sadasosa ja tuhannesosa; desi, senti milli. Nimitykset on sillä osin tuttuja. Kytketään se vanhaan opittuun. (C3.3/7\_85&86)*

*C: Tehtävän teossa ei mennyt kauan. Kyllä varmaan se eilinen oli pohjaa, mikä sieltä viidenneltä luokalta nosti nopeesti pintaan ja siihen pääsi tarttumaan. (C3.3/7\_89)*



### 2.3 Analogioiden hyödyntäminen opetuksessa ja opiskelussa

Aiemmin opiskeltujen tietojen ja taitojen ohella Opettaja C hyödyntää opetuksen ja opiskelun tukena myös matemaattisten ilmiöiden välisiä analogisia suhteita. Analogioiden ja vertailujen avulla voi opiskella uusia käsitteitä ja ratkaisutapoja ja niiden käyttö auttaa oppilaita matemaattisen tiedonrakenteen oivaltamisessa ja siten myös ymmärtämisessä.

*C: -- Nyt päästään tähän, että 1,1 [kg] kertaa tuo [kilohinta]. Että osaa kyllä laskee kahden ja viiden kilon hinnan, mut miten 1,1 kilon hinta. Kun ei tajuu, että mitä on se 1,1 kertaa tuo desimaaliluku. Mutta tajuu, että se on yhdeksän euroa ja viis kertaa, niin se on jotain. -- Ero on ehkä siinä, kun tulee kaks desimaalilukua. Pyöristä ne mielessäs lähimpään tasalukuun ja tee karkee arvio. Saattais auttaa sen ymmärtämisen lähteelle. (C5.4/9\_170&171)*

*C: Tavoitteena oli massan yksiköiden varmentaminen samalla tavalla kuin pituuden yksiköidenkin, kun siellä on nämä samat etuliitteet. Ja miten se edesauttaa ymmärtämistä, se pituuden yksiköiden muuntotaulukko, tähän massan yksiköiden muuntotaulukkuun. Ja miten milli, sentti ja kilo on samoja, olkoon sitten massan tai pituuden mittaaminen. -- Siellä oli myös sitten semmosia osioita, että tulee nämä neljäsosa kilot, jotka on täällä [kuvamalli luokan seinällä] prosentteina. Siinä tulee yhtymäkohtia murtolukuihin ja prosenttilaskuihin, jotka on hyvä ottaa esille, niin se saattaa oivaltamiseen auttaa ja huomataan, että kaikki matikassa liittyy toisiinsa. (C3/9\_74&75)*

### 2.4 Konkretian hyödyntäminen opetuksessa ja opiskelussa

Kolmantena matematiikan opetuksessa ja opiskelussa hyödynnettävänä seikkana Opettaja C mainitsee havainnollistamisen ja konkreettisten välineiden ja kuvien käytön. Ne ilmentävät matemaattisten käsitteitä sekä niiden välisiä suhteita ja samankaltaisuuksia tukien siten käsitteiden opiskelua. Välineiden tulee olla oppilaille tuttuja ja usein sama väline sopii monien eri käsitteiden havainnollistamiseen.

*C: Nyt lähetään siitä mittatikusta palomaan niitä kymmenesosia. Kun ois nyt ollu ihan konkreettisesti sirkkeli ja nähnyt, että kymmenen kappaletta desimetrejä putoaa lattialle. -- Lähdin liikkeelle ton tauluviivaimen turvin, kun se on heille tuttu väline ja se on siinä silmien alla nähtävänä. -- Ensin puhuttiin desimetreistä, koska se on siinä viivottimessa selvästi nähtävänä, kun ne ovat isompia. Millimetristä on vaikee lähteä. Eli miten se näköhavainnon perusteella menee. Se kymmenen osaa vielä käsitetään, mutta sata osaa on jo vaikeampi näköaistille ja lapselle käsitellä. -- (C1.2/8\*\_10)*

*C: Me verrattiin ruoka-ainepakettien massoja prosentteihin, kun tuolta [luokan seinältä] osu silmiin noi [prosenttien kuvamallit]. Sieltä tuli toi neljänneskilo ja kolme varttia ja puolikas. Että ne liittyy nyt sitten tähän havaintomallina. (C3.5/7\_101)*

*C: Tässä kotitehtävässä 300 gramman makkarapaketti maksaa niin ja niin paljon, ja sit kysyttiin, että paljoko maksaa 200 grammaa samaa makkaraa. Riikalla oli siinä jotain ja sit siinä luki, että "Tosi ihme vastaus". Se oli jäänyt hämäräks ja sitten siitä lähdettiin piirtämällä ratkaisemaan. -- Eihän sen piirroksen tarte olla kummonenkaan. Kun tämä on tämän verran pienempi paketti ja tämän hinta tiedetään ja tämän hinta pitäis saada selville. Onko tässä nyt tarpeen laskea kilohinta ja sitten 200 gramman hinta vai onko tässä nimenomaan tarpeellista jakaa tämän hinta kolmella, saada 100 gramman hinta ja se kertaa kaksi? -- Tossa lausekkeen tekemisessä auttaa, että kirjoittelet niitä lukuja tai piirtelet kuvia ja saat mallin ajattelulle ja siitä kenties*

*sitten tulee se lauseke -- Elikkä se näkömuisti ja tekeminen palvelee jollekin paljon enemmän kuin se pelkkä ajattelu. (C6.2/5\*\*\_196)*

### 3. Matemaattisen ajattelun perusteet ja luonne

Kolmas pääteema sisältää Opettaja C:n näkemyksiä ja perusteita matemaattiseen ajatteluun liittyen. Opettaja C korostaa aktiivista matemaattista ajattelua, ajattelutapojen ilmentämistä sekä matemaattisen ajattelun luonnetta. Hän tarkastelee näitä seikkoja sekä oppilaan oppimisen että oman työnsä kannalta.

#### 3.1 Tavoitteena matemaattisen ajattelun aktivoituminen

Opettaja C määrittelee matematiikan olevan mekaanisen laskemisen lisäksi omaa ajattelua ja monipuolista pohdintaa. Matematiikan opetuksen ja opiskelun yhtenä tavoitteena onkin oppilaiden omaehtoisen ajattelun aktivoiminen.

*C: Tavoitteena oli varmentaa näiden yksikkölaatuojen käyttöä laskemisessa ja niiden ymmärtämistä ja muunnoksia laadusta toiseen. Ja siinä rinnalla vähän syvemmän oivaltamisen kautta saada omaa ajattelua ja ongelmanratkaisua jollakin lailla viriämään. -- Kyllähän se opetussuunnitelma jo edellyttää, että laskeminen olisi muutakin kun mekaanista toimintaa. Että siellä kulkis oma ajattelu ja oma pohdinta ja milläläilä on mahdollista päästä päämääriin kenties erilaisilla tavoilla. -- (C1/9\*\_1)*

*C: -- Se pohdiskelu, mitä ei ääneen puhuta, vaan omassa ajattelussa rakennetaan se lauseke tai tehdään jotain ratkaisuja. "Ahaa, tossa on 200 gramman hinta. Kuinkas monta 200 gramman juttua menee tohon kiloon? Ja millä mun täytyy kertoa?" Tätä pohdintaa siellä pään sisällä tapahtuu. Se on sitä matematiikkaa justtiinsa. Se ei oo pelkästään, että kynällä tulee. Kaikista keskeisintä on se oma ajattelu. (C6.2/5\*\*\_194)*

#### 3.2 Matemaattisen ajattelun ilmentäminen

Oppilaan omaehtoinen pohdinta sekä omien ajattelutapojen ilmaiseminen ja perusteleminen on Opettaja C:n mielestä oleellista matematiikan opetuksessa ja opiskelussa, koska se edistää opiskeltavien tietojen ja taitojen ymmärtämistä ja hallintaa. Toisaalta, kuten Opettaja C toteaa, oppilaiden ajattelun ilmentämisestä on hyötyä myös opettajalle. Oppilaiden kertoessa omasta ajattelustaan voidaan havaita virheellisiä ajattelu- ja ratkaisutapoja sekä korjata niitä.

*C: -- Toi lausekkeen tekeminen on yleensä aika vaikeeta, mut se on iso osa laskua. -- Useinhan ne kysyy, että tarviiko lausekkeen näkyä. Silloinhan ei voi tarkkaan tietää niitten ajattelusta. Varsinkin jos laskee kaiken päässään. Se ajattelu saattaa olla niin vähän pielessä ja siinä saattaa olla hirmupaljon oikeeta, mutta kun ei näe, mitä siellä on tapahtunut. On oppilaan etu, että kirjoittaa paljon tietoa näkyviin. (C4.6/9\_128)*

*C: Tässä siitä vastuksesta lähdetään liikkeelle, että mikä on se lasku. Näähän on niitä komervenkkejä, kun yrittää selvittää, että miten ne on ite ajateltu. Ja päästä sitten johdattalemaan oikeamman ajattelun alkuun. Joskus väärät vastaukset on ihan hyviä lähtökohtia ja osatouudet. (C8.3/7\_237)*

Opettaja C näkee juuri haasteelliset matemaattiset sisällöt ja oppilaiden teke-mät virheet ovat opiskelun kannalta merkittävänä. Virheelliset ajattelu- ja ratkaisutavat kuuluvat elämään ja herättävät usein hedelmällistä keskustelua. Virheet aktivoivat näin oppilaita ajattelemaan ja pohtimaan itse.

C: Siinä on just se, että tapahtuis sitä ajattelua. Se oma virheellinen juttu, ennen kun sen kumittaa, niin miettiis, että "Ahaa, desimaalipilkku on väärässä paikass eli olen ymmärtänyt yksikkökohdan väärin" tai "Ahaa, tossa on kertolaskuvirhe. Mikä?". Että kävis jotain ajattelua siinä. Se palvelis jotain, koska se kumittaminen ei palvele yhtään mitään. -- En tiedä miettiikö ne sitä, mutta siihen olis hyvä ohjata. Pysähdy miettimään, missä kohdassa se virhe on ja mistä johtuu toi vastaus. (C4.4/9\_117)

C: Tällä täsmennetään sitä yksikköhintaa, kilohintaa. -- Tää on aika konstikas tapa, mutta oli mukava, kun tosta konstikkuudesta sitten löydettiin noi mallit ja lapset sai niitä tuottaa ja olla osana ratkaisuntekijöitä. Se antoi enemmän, mitä ajattelikaan, sitä matemaattista ajattelua ja päättelyä. (C6.1/5\*\_186)

### 3.3 Matemaattisen ajattelun luonne

Matemaattisen ajattelun luonnetta Opettaja C kuvailee loogiseksi, luovaksi, kriittiseksi ja perustelluksi. Ajattelun säännönmukaisuus ja loogisuus ilmenee tarkoituksenmukaisten ajattelu- ja ratkaisutapojen hyödyntämisenä sekä tiedon ilmaisemisena jäsentyneessä muodossa.

C: Kysyin sitä virallista tapaa, että saadaan se sääntö: Laske kilonhinta ja sitten se määrä, jonka haluat ostaa. -- Virallinen tapa sen ymmärtämisen kannalta just. Toki tossa on toi toinen lasku, mutta siinä joutui laskemaan sen kolme kertaa kuitenkin, yhteenlaskun ja kertolaskun. Tässä pääsee yhtä laskua vähemmällä. -- (C4.6/9\_127)

C: -- Oli hyvä, että tuli esille se Jaakon hehtometri, että se tulee isolla kirjaimilla hänellä merkityksi, kun näähän tulee pienellä nämä laatumerkinnot. Tuli hänen opittua se asia oikeassa muodossa. -- Just tossa toi merkitseminen. Siellä oli se desimetri. Puolittain iso vai puolittain pieni dee? Että se on semmoista huiatusia ja epäselvää. Sen takia tulee tämä, että sanokaa ne nyt sitten ääneen. (C3.4/7\_92)

C: Ramilla tuli täyteen vihko. Mä sitä pikkasen selaan ja annan uuden vihkon. Siellä oli tehtävät tehty, mutta marginaalit ei kulkenu ruudussaan. Vihkon semmoiseen muotoiseikkaan annoin vähän rohkaisua seuraavaan kertaa varten. Tehtävät on oikein, mutta olis kiva, kun se siisteys säilyis siinä. Kun matematiikka on tällainen jäsentynyt juttu, että se vihkokin olis sit sen näköinen. -- (C4.8/9\_132)

Toisaalta Opettaja C luonnehtii matemaattista ajattelua myös luovaksi. Matemaattinen ajattelu on hänen mukaansa osaltaan epätarkkaa, kuten tietoisesti vääriä ratkaisutapoja hyödynnettäessä, sekä arvioihin perustuvaa.

C: Rami sano laskun just päinvastoin [100 g : 20 g] eli saadaan, että se on viis kertaa suurempi. Eihän se mitään, jos niin laskis ja pistäis vastauksen, että yksi viidesosa, mutta kun ne pistää vastaukseen että se on viis, sen kokonaisluvun. Siinä ei oo sitä lopullista ymmärtämistä tapahtunut. (C8.3/7\_235)

C: Arvioinnissa ei kukaan välttämättä osu kohalleen. Ja arviossa, vaikka se heittää, niin ei se oo sen huonompi heittääkö se vähemmän vai enemmän tai jos toisella on erilainen arvio. -- Ja käytännössä joutuu näitä tekemään. Vaikka se ei tuu niin tarkaks, niin sen tehtävän voi suorittaa, vaikkei se keskipiste näy. Se keskipisteen oleminen antaa sitten tarkemman tuloksen, mutta käytännön elämä on sellasta, että joudutaan toteamaan, että halkaisija on noin ja siitä kolminkertainen kehä on noin. Ja se riittää, koska se asia on ymmärretty. Ja sitten tarkoilla mittauksilla ja laskimilla saadaan se tarkakin tulos, jos on tarpeen. (C2.4/7\*\_57&58&59)

Matemaattinen ajattelu ei ole Opettaja C:n mukaan myöskään yksiselitteistä. Matemaattisia ongelmia voidaan ratkoa useita erilaisia ajattelu- ja ratkaisutapoja hyödyntäen. Tavalla ei lopulta ole väliä, kunhan vastaus on oikea.

*C: Siellä tuli taas yllättävä ratkaisu, mitä ei oo ite osannut oivaltaan, että "Ahaa noin". – Ajattelin, että hyvä kun tulee näitä variaatioita. Tulee siellä pään sisällä olevaa ajattelua sekä taululle puetuks että puheeks. Huomataan, että ei sillä ole väliä ajatteleeko sen kahdeksan kilon hinnan yhden kilon avulla vai käyttäkö hyödyksi sen 12 euroa ja laskee kolme kiloo. Ei oo yhtään huonompia ratkaisuja, jos ei nimenomaan sanota, että laske ensin kilohinta. (C4.6/9\_126)*

*C: -- Ja sittenhän löyty vielä siellä kolmannessa monisteessa, kun oli laskettu se 100 gramman hinta. Se oli tavallaan kolmas malli [laskea tuotteen hinta]. Ja varsinkin, kun niistä lapsista tulee niitä malleja, niin ne on arvokkaita. Huomataan, että matematiikkaa voi monesta eri näkökulmasta ratkaista ja eri ihmiset voi ajatella sitä ongelmaa eri lailla ja päätyä samaan ratkaisuun. -- Tulee selväksi, että ei ole tarkoitus pelkästään yhdellä, sillä kirjan tai opettajan esittämällä, tavalla ratkaista. Jos tietää helpomman tavan, niin sitä on lupa käyttää. (C6.1/5\*\*\_183&184)*

Opettaja C korostaa myös matemaattisen ajattelun kriittisyyttä ja perusteltua luonnetta. Matemaattisen tietoon tulee suhtautua kriittisesti ja sen oikeellisuudesta tulee varmistua. Oppilaiden tulee itse tiedostaa omat ajattelu- ja ratkaisutapansa ja tuoda ne perustellusti ilmi.

*C: -- Toi kans aina, että on kriittinen arvioimaan sitä vastausta. Onko tää mahdollinen? Onko täällä desimaalipilkku väärässä paikassa? Onko tää liian iso tai pieni? Siinä voi pelastaa ne viimeiset pisteet, ennen kuin kirjoittaa vastauksen. Että oppis kriittisesti suhtautumaan siihen vastaukseen. (C7.1/5\*\*\_207)*

*C: Nyt tulee se pohdinta, kun kasvaako puu 28 senttiä vai 2 metriä 70 senttiä. Se ei meitä välttämättä hätkäytä. Pikemminkin toi 28 senttiä olis meidän ilmastossa oleva malli. Ei osata pitää virheellisenä tota 28 senttiä. -- Tää on just sitä, että osais rakentaa sitä ajattelua. Siihen omaa vastausta pitää vielä tuijottaa. "Hetkinen, onko toi mahdollista?" -- Tässä tehtävässä tulee vielä se, että kriittisyyškään ei aina auta, jos olosuhteet on meille vieraita. Me voidaan kriittisestä arvioinnista huolimatta osua poskelleen. Se kriittisyys voi johdattaa myös väärään ajatteluun, koska me ei voida kuvitella, että eukalyptuspuu kasvaa niin mahtavaa vauhtia. (C3.2/7\_83)*

#### 4. Matemaattisen tiedon merkitys

Neljäs pääteema sisältää Opettaja C:n näkemyksiä ja perusteita, jotka koskevat matemaattisen tiedon merkitystä. Opettaja C tarkastelee matematiikan merkitystä useista näkökulmista käsin, arkielämän, tieteen ja yhteiskunnan kannalta tarkasteltuna. Lisäksi hän pohtii matematiikan merkitystä oppilaiden motivointiin ja heidän asenteisiinsa vaikuttavana tekijänä.

##### 4.1 Tavoitteena matematiikan merkityksen ilmentäminen

Matemaattisten tietojen ja taitojen hallinnan sekä matemaattisen ajattelun lisäksi Opettaja C määrittelee yhtenä matematiikan opetuksen ja opiskelun tavoitteena matematiikan merkityksen ymmärtämisen. Hänen mukaansa matematiikan yhdistäminen erityisesti arkielämään ja muihin oppiaineisiin ilmen-

tää matematiikan laajempaa merkitystä ja osoittaa matematiikan olevan siten muutakin kuin laskemista.

*C: Tässä vähän katotaan, että missä mittaaminen on arkielämässä heille tuttua. -- Saa kytkettyä opittua koettuun elämään. Että ei olis vaan matikantuntien takia tää mittaaminen, vaan että sillä olis joku funktio elämässä. -- Näytin tuota mittaa lähinnä siksi, että on esineitä, joita arkielämässä käytetään. Kohta lähestytään sitä, mitä koulussa tarvitaan. Tulee pituushypyn tulokset ja näin. Löytyy meidän omassa elämässä konkreettisia mittaamisen suorituksen tapoja ja välineitä niitä varten on. (C1.1/8\*\_7)*

*C: Tässä tulee se fysiikkakemia, kaurahiutale- ja suolapaketit ja se tiheysasia. -- Yhteyksien vetäminen matematiikan tunnilta fysiikkaan edesauttaa sitä, että koulussa ei oo kaikki niin oppiaineen sisällä. Samaa oppimista tapahtuu eri oppiaineissa ja ne voidaan sitten vetää yhteen. Varsinkin, jos ne on näin lähekkäin oleva ja näin herkullinen juttu kuin konkreettisesti tiiviiseen menevä suola ja kuohkee kauraryyni. Meillä oli silloin pintajännitys ja korkin ja kaarnaveneen pysyminen pinnalla kontra kiven pysymisen ja kiven ja korkin tiheys. (C3.5/7\_104)*

#### 4.2 Matematiikan merkitys eri yhteyksissä

Opettaja C liittää matematiikan vahvasti todelliseen elämään. Matemaattiset ilmiöt esiintyvät arkielämässä ja niistä on syytä olla tietoinen. Usein ne ovat oppilaiden henkilökohtaisessa elämässä tai yhteiskunnassa yleensä hyvin ajankohtaisiakin asioita. On myös ilmiselvää, että matemaattisia tietoja ja taitoja hyödynnetään monissa arkipäivän tilanteissa.

*C: Toi syöttölautanen on suurin ja konkreettisin, mitä löytyy koululta. Ja sitten oppilaat on ollu pesäpallossa mukana innolla. Leirikoulussa pelattiin ja nyt lähes joka liikkumavaratunti on pelattu. Koska on heille läheinen ja mieleinen, niin ehkä ton syöttölautasen koon konkreettisuus innostaa. Toisaalta tossa on yks osoitus siitä, että pesäpallossa on viralliset halkaisijan koot syöttölautasella. Ja että se matikka on siellä pesäpallon sääntökirjaankin kirjoitettuna. -- (C2.4/7\*\_54&55)*

*C: -- Lähinnä se, miten me ostajana ollaan kauppiaan armoilla, ja miten ne on isoja juttuja. Meidän ostoksissa on 10-20 grammaa ylimäärästä makkaraa, jota me ei pyydetä. Kun se moninkertaistuu, niin kauppias myykin sitä makkaraa 30 kiloo, mitä kuukaan ei itse asiassa ole halunnut ostaa, mutta kauppias on pystynyt rahastamaan. Sitä kuluttajan näkökulmaa. Kyllähän se voi herättää ajattelemaan. (C4.8/9\_133&134)*

*C: Tässä meinasin, että silakkamarkkinoista vedän sen tilavuuden yksikön. Mutta se olis ollu niin hankala. En edes tiedä, millä mitta-astialla niitä kaloja myydään. Onko ne purkit kiloittain vai litroittain? -- Mutta silakkamarkkinat nyt on ajankohtainen menossa oleva asia. (C4.1/9\_113)*

Matematiikalla on oma merkityksensä myös tieteen näkökulmasta tarkasteltuna. Ensinnäkin yksittäisiä matemaattisia tietoja ja taitoja tarvitaan muissakin matemaattisissa yhteyksissä. Toiseksi Opettaja C korostaa, että matematiikka ilmenee ja sitä hyödynnetään muillakin tieteenaloilla ja eri oppiaineissa.

*C: Dekametri on hyvä osata numeron paikan tähden, kun niitä muunnetaan. Desimaaliluvun paikan määrittämisessä se tulee ymmärtämisen kannalta tärkeeks, vaikka käytännön elämässä tuolla dekametri- tai hehtometri-nimellä ei oikein oo mitään käyttöä. -- Hehto oli vielä maalaisyhteyksikunnassa ymmärrettävä, kun oli hehtolitra ja aittasa*

*olevat jyvät oli hehdossa. Mutta nykyään se on pikemminkin vaan abstrakti käsite. Mutta kuitenkin numeron paikan määrittelyssä sillä on arvonsa. (C1.3/8\*\_19&20)*

*C: Pohdittiin, mitä sieltä äidin kaapista löytyy, puolenkilon ja neljänneskilon paketteja. Saadaan siitä neljänneskilot ja kolmeneljäsosakilot. Ja sitten kun fysiikkakemiassa on ollut aineen tiheys, niin nyt suolapaketissa tiheä suola pakkautuu pienempään ja taas ryynit, jotka ottaa ilmaa vierelleen, on isompia. Paketin koosta ei välttämättä voi tehdä päätelmiä. -- C3.5/7\_100)*

*C: Kerrattiin, että miten kirjoitetaan "kolminkertainen". Just vastauksen kirjoittamisessa tulee joskus näitä äidinkielen kommervenkkejä. Ja taas osoitus siitä, että kaikki opittu voi sukeltaa millä tunnilla vaan esille ja siitä voi tarvita. (C8.4/7\_242)*

Matematiikkaan liittyvällä kontekstuaalisella tiedolla on Opettaja C:n mukaan myös yhteiskunnallista merkitystä. Se ilmentää yhteiskunnan muutosta aikojen kulussa, mutta samalla myös matematiikan muuttumista ja kehittymistä yhteiskunnallisen kehityksen myötä.

*C: Kysyin peninkulman mittaa, koska historiassa on puhuttu vanhasta maalaisyhteiskunnasta. Sieltä ottaa ja siirtää sitä perinnettä vielä, jos jollekin jäis korvaan. Samoin, tuli tänään "leiviskä" ja "senttaali", jotka sinällään ovat kivoja nimityksiä. -- Tavaltaan detaljeja ja sivuseikkoja, mutta jotka saattaa sitten kuitenkin keventää ja jäädä mieleen. Matematiikkakin muuttuu ja nimitykset muuttuu elämänrytmin myötä. Ei enää maalaisyhteiskunnassa olevia termejä käytetä. (C1.3/8\*\_21&22&23)*

*C: Kun viittasin lapsuuteeni ja sokerin syöntiin, niin siinä tulee aikaperspektiivi. Se, miten ennen oli erilaista. Karkin syönti oli erilaista ja sokeripaketti painoi kilon. Vähän myös kuluttajavalistusta, kun kauppiat myy ilmaa isolla paketilla ja antaa mielikuvan runsaasta määrästä. -- Vähän terveysoppiakin tuli, kun puhuttiin kaurapuuron ja suolan syömisestä. Tällälaila se integrointi menee. Tartu hetkeen. (C3.5/7\_102)*

### 4.3 Motivoiva ja oppimista edistävä tekijä

Opettaja C hyödyntää kontekstuaalista tietoa ja arkielämän tilanteita matematiikan opetuksessa ja opiskelussa, koska ne motivoivat oppilaita ja siten edistävät opiskeltavien sisältöjen ymmärtämistä ja oppimista. Matematiikan tarkastelu todellisen elämän näkökulmasta käsin rikastuttaa ja keventää tavanomaista sisällön opiskelua. Se liittyy opiskeltavat asiat oppilaiden omaan kokemusmaailmaan ja heidän kiinnostuksen kohteisiinsa.

*C: Nyt tulee ymmärtämisen kannalta "sentto" sata ja "pro sentto" prosentti. Jo sen sanan kautta voi päästä siihen suuruuteen. Ja vaikka et ymmärrä kieltä, voit osata toimia eri kulttuurissa. Tätä on ikivanhaa juttua ja nimet voi olla vaikka kuinka kaukaa. Meillä nyt tää senttaalikin, sata kiloa. Tommoiseen kansanomaiseen nimitykseen muuntunut. Niillä on kuitenkin kuvaava merkitys. -- (C3.4/7\_97)*

*C: Nää kansanomaiset nimitykset johtuu ehkä vähän omasta taustasta. Vaikka ei nyt oo ihan leiviskä- ja senttaaliaikaa eläny, niin kuitenkin olen elänyt maalaiskulttuurissa. Toisaalta olen historiassa opiskellut kansatiedettä ja tämmöset kiinnostaa, niin sitä yrittää syöttää sinne. Ei se välttämättä huono asia mun mielestä oo. Jos se jää jollekin mieleen, niin se voi olla elämää rikastuttava aspekti. (C3.6/7\_109&110)*

*C: Luokan oppilaat on pelanneet pesäpalloa ja niillä on kiinnostus siihen. Vauhdillisen lyönnin vaikeus on justin yks elementti. Nyt se, miten lukkari voi käyttää hyväkseen syötön korkeutta ja haastaa syöttötuomarin saadakseen matalaa linjaa. Se taval-*

*laan hyödynnetään se into, mikä heillä on. Se on otettavissa mukaan tähän matematiikan tuntiin. -- Saatto tietysti olla niitäkin, joita ei kiinnostanut. Ei semmosta virittelyä hevin saa, vaikka jakaisi karamelleja. Joku ajattelee, että ne on vääränlaisia. Mutta ei se kaadu siihen. -- (C3.1/7\_78)*

Lopulta Opettaja C pitää tärkeänä sitä, että sekä opettaja että oppilaat pääsisivät irti koulu- ja oppiainesidonnaisuudesta ja ymmärtäisivät matematiikan merkityksen näitä laajemmassakin kontekstissa.

*C: Just se, että lapsi ei pysty irrottautumaan siitä tilanteesta tai hakee sitä, mitä olettaa opettajan tarkoittavan. Nyt ne ei osunu siihen, mitä opettaja haki eli missä se on luokan ulkopuolella se toiminta. -- Se on sitä, että ollaan loppujen lopuksi niin oppiainesidonnaisia. Vaikka yritetään päästä siitä laajemmalle, niin kuitenkin se herkästi menee sekä opettajalla sekä oppilaalla sen hetken oppikirjaan ja ajatus lähtee ulospäin vasta, kun siihen rohkaistaan ja haetaan jotain heidän maailmasta. (C1.1/8\*\_8)*

#### 4.4 Oppilaiden asenne matematiikkaa kohtaan

Matematiikan merkitykseen liittyen Opettaja C pohtii vielä oppilaiden asennetta matematiikkaa kohtaan. Hän pitää periaatteenaan sitä, että oppilaille ei saa jäädä pelkoja matematiikkaa kohtaan eivätkä oppilailla matematiikan opiskelussa ilmenneet mahdolliset ongelmat saa haitata matematiikan hyödyntämistä arkielämässä.

*C: Kyllähän tietysti on merkitystä silläkin, että osataan matematiikan omista lähtökohdista ratkaista ongelmia. Mutta kuitenkin se, mihin tätä tarvitaan käytännössä ja missä voidaan nykyajan tekniikkaa ottaa apuun, niin kuin tää kauppiaan vaaka ja siitä tuleva hinta. -- Mutta mun mielestä tossa tuli jollekin melkein säikähdys tai pelko, että hän ei ymmärrä tätä. Ettei tulis sellasta kammoa tai vastenmielisyyttä sitä asiaa kohtaan. Ehkä sitä on hyvä korostaa, että eihän tämä ole kovin iso asia meidän elämässä, tämän hallitseminen näin. Tässä on monta muutakin konstia. -- (C5/9\_150&151)*

*C: Otin vielä tosi helpon esimerkin, että se varmasti varmistuis matti myöhäsilkekin se asia. Ettei kenellekkään tule pelkotilannetta tätä kohtaan. Tää näkyy kuitenkin käytännön elämässä aika paljon. Ihminen laskee ja tekee ja käytännön elämässä näihin kuitenkin törmää. Että jos kouluaikana tulee semmonen, että "Ai jukra, en tota tajunnu", niin sitten kuluttajana on ihan äimän käkenä. (C6.1/5\*\*\_187)*

#### 5. Opetus-opiskelu-oppimisprosessin eteneminen ja sisällön rakentuminen

Viides pääteema sisältää Opettaja C:n näkemyksiä ja perusteita niistä periaatteita, joiden mukaan hän pyrkii järjestämään matematiikan opetus- ja opiskelutilanteet sekä sisällön etenemisen opetus-opiskelu-oppimisprosessin aikana.

##### 5.1 Sisällön haasteellisuus

Opetus-opiskelu-oppimisprosessin etenemiseen ja opiskeltavan sisällön haasteellisuuteen vaikuttavat Opettaja C:n mukaan sekä matematiikan opetukselle ja opiskelulle asetetut tavoitteet ja niiden mukaan määritetyt sisällöt että oppilaiden omaksumiskyky, osaamisen taso ja niiden perusteella arvioitu kertautamisen tarve.

*C: Nyt tulee se, että pussiin ei satu sitä tasakiloa. Siihen tulee nyt se desimaaliluku ja se pitää muuntaa ekana kiloiksi. Se on kilo, vaikka se on desimaaliluku ja se kertaa se yksikköhinta. Tässä se lapsen ajattelu putoo jotenkin. Se menee hämilleen siitä, että se määrä on tommonen desimaaliluku. Se ei tajua, että se kertaa sen ostoksen hinta, koska sitä ei oo koskaan laskettu, vaan aina siitä vaa'an napista painettu. -- (C5.3/9\_164)*

*C: -- Viime perjantaina osoittautui, että se hinnan laskeminen desimaaliluvuilla ei niin hirmu hyvin aukee niille. Nyt ajattelin käyttää nämä jakotunnit sillä tavalla, että varmistetaan tän asian läpikäyminen ja otetaan ne kaikki mahdolliset ratkaisutavat vielä uudestaan tarkkailuun. Lapset tekee kertausmonistetta ja minä kierrän katselemassa kotitehtäviä ja siellä esiin tulevia asioita yhdessä avataan. -- Mun mielestä se ihan selvästi auttoi niitä. Melko iso osa oli kuitenkin jo kotona pohtiessaan päässy asiasta lopulta selville ja se rohkaisi opettajaakin, kun se tuntu aika takkuselta silloin perjantaina. -- Siellä oli kuitenkin vielä niin paljon aika hataralla pohjalla olevia, että oli syytä ottaa tällainen. -- (C6/9\*\*\_180)*

Lisäksi opetuksen ja opiskelun etenemiseen oppituntien kulussa voivat vaikuttaa tietyt ennalta odottamattomat seikat, kuten oppilaiden omien kokemusta esiintuominen tai heidän esittämänsä omat ajattelu- ja ratkaisutavat liittyen opiskeltavaan sisältöön.

*C: Kun sit leirikouluun lähettiin, niin Riikka sanoi harrastuksekseni puiden halaamisen, kun piti piirtää, miten oman itseänsä ilmentää siellä huoneen ovikyltissä. Siitä puun ympärysmittan kehästä päästään nyt... Aina muistuu joku tollanen juttu, joka on tavallaan aasinsilta, mutta joka voi nyt jotain johdattaa eteenpäin. (C1.5/8\*\_29)*

*C: Tunti meni suurin piirtein suunnitellusti, mutta siellä monisteessa oli 100 gramman hinta ja kymmenen kertaa. Ja siinä tulikin Seppo sanoo, että tää on ihan outo juttu. Mäkään en ollu sitä katonu. Saatiin sieltä vielä se kolmas ratkaisumalli. Se tuli yllätyksenä ja ihan pyytämättä, mutta sehän auttaa monesti. Irtoarkit ja muut nehän ilmoitetaan, että 100 grammaa. Se on oppilaiden maailmassa tutumpi. (C6/9\*\*\_189)*

*C: Siinä viimeisessä sanallisessa oli puolentoista litran hinta. Emilia oli jakanu kolmella ja laskenut sillä helpolla menetelmällä. Eli kun saadaan puolen litran hinta ja otetaan se kaks kertaa, niin saadaan litran hinta. -- Ja sitten mä otin sen toisen tavan ja tein sen, että otetaan se 1,47 € jaetaan sillä puolelloista, päästään siihen samaan. Elikä se on pohjustus tälle seuraavalle jutulle. (C5.1/9\_153&154)*

## 6. Opetus- ja opiskelutilanteiden vuorovaikutus

Kuudes pääteema sisältää Opettaja C:n näkemyksiä ja perusteita, jotka kuvaavat opetus- ja opiskelutilanteissa vallitsevaa vuorovaikutusta: kenellä on vastuu opetus-opiskelu-oppimisprosessin etenemisestä, ketkä ovat aktiivisia toimijoita ja millaisia työmuotoja opiskellessa käytetään. Opettaja C keskittyy pohtimaan tätä vuorovaikutusta erityisesti opettajakeskeisyyden ja oppilas-keskeisyyden välisenä tasapainoiluna.

### 6.1 Opettajakeskeisyys

Opettaja C suosii opettajan johdolla tapahtuvaa työskentelyä siksi, että silloin hänen on mahdollista ennakoida opiskelussa ilmeneviä mahdollisia ongelmia ja auttaa oppilaita näistä tilanteista eteenpäin. Myös ajankäytölliset syyt johtavat usein opettajakeskeisyyteen, jolloin opiskelu etenee nopeammin.



*C: Koska tää on vaikee juttu, niin otin kirjan esimerkin taululle sieltä. Tavallisesti tähän ottaa jotkin muut luvut, mutta vielä ihan näillä numeroilla sitä yrittää havainnollistaa. 300 gramman juusto maksaa ton verran, paljonko kilohinta on. (C5.4/9\_165)*

*C: Seppo ei sit saanut sanottua sitä sääntöä, niin sanoin sen itse. Sehän on tietysti helppoin ja nopein tapa. Monestihan se näin menee, että itse työntää sen oman sääntönsä. Ajanpuutteen tai etenemisen kannalta ei malta pysähtyä siihen niin kauan, kun olis tarpeellista ja antaa lasten kautta tulla se määritelmä. (C1.2/8\*\_15)*

Lisäksi Opettaja C tunnustaa, että opettajana on välillä vaikeaa uskoa siihen, että oppilaat kykenevät ottamaan itse vastuuta opiskelusta ja sen etenemisestä.

*C: Vieläkin enempi pitäis antaa lapselle sitä osuutta. Kyllähän tässä kohtuu paljon siitä oli, mutta tahtooahan se olla tämmöisessä toiminnassa vieläkin sitä, että vaikka lapset pohtii ja tekee, niin sitä omaa puhetta tuottaa silti aika paljon liikaa. Ei jaksa uskoa, että se kantaa lasten viemänä. -- (C3\_99)*

Toisaalta Opettaja C jatkaa, että opettajakeskeisyyden ongelmana on se, että se vie oppilailta mahdollisuuden toimia aktiivisessa roolissa ja oivaltaa itse, mitkä ovat oppimisessa kuitenkin keskeisiä tekijöitä.

*C: -- Oppilaat ois tietysti voinu vähän aktiivisemmin olla toiminnassa mukana. Tää opettajajohtisuus vei sitä lapsen mahdollisuutta. Seuraavalla kertaa otinkin sen mitanauhan ja sanoin, että pohdikaa itse, miten se jakautuu. Ja nopeesti he itse saivat nämä omassa ryhmässä oivallettua. -- (C1/9\*\_25)*

*C: Tuossakin meinasin sanoa, että tossa on nyysitty pois. Mutta taas se mielessä, että antaa heille mahdollisuuden. Tätähän se monesti on, opettaja sanoo tarpeettoman paljon vastauksia, jotka lapsetkin vois sanoa. (C3.5/7\_103)*

Vaikka opetus-opiskelu-oppimisprosessin eteneminen on usein Opettaja C:n vastuulla, on työskentely pääsääntöisesti luonteeltaan vuorovaikutteista opetusta, jolloin koko luokka toimii yhdessä aktiivisessa roolissa. Opettaja C perustelee tätä valintaansa vedoten edelleen siihen, että näin toimien hänen on mahdollista korostaa tiettyjä keskeisiä opiskeltavia sisältöjä ja niiden ominaispiirteitä sekä ennakoita ja auttaa opiskeluun liittyvissä ongelmakohtissa.

*C: Käsiteltiin tää asia yhdessä, koska se on vaikeeta, se tarkan mitan ottaminen, jos ei ole käytössä suoria linjoja. Siitä tulee jonkinlainen arvio ja sentin sisällä olevat heitot on sitten luonnossa 150 metriä. (C9.6/9\_277)*

*T: Tästä asiasta itse asiassa, otit sen [suhteen merkitseminen murtoluvun avulla] vielä taululla koko luokalle esiin. Oliko se sellanen asia, mitä olit ajatellut vai tuliks se näistä tilanteista?*

*C: Tää otettiin koko luokan kanssa yhdessä, että on ihan oikein merkitä suhde desimaalilukuna ja miksei laskeakin. Mutta niiden on hirmu vaikee lukee sitä desimaalilukua niin, että nolla kokonaista 25 sadasosaa. Ne lukee sen nolla piste 25. Se murtolukumalli antaa suoraan sen. Sitä ei pysty sanomaan muuten kuin "osa". (C8.5/7\_245)*

Opetus- ja opiskelutilanteiden vuorovaikutteisuus aktivoi lopulta myös oppilaita luokkana, jolloin he kykenevät yhdessä pohtimaan opiskeltavia asioita.

*C: Tässä podittiin yhdessä. Just nyt on siihen edelliseen tuntiin liittyen, että ei itse heti kohta sano, mistä ne tulee. Vaikka se syntyis osista se juttu, niin ne osat on tärkeitä ajattelun eteenpäin viemisessä. Ja päästään tavallaan yhteispäätelmän tuloksena siihen sääntöön. (C2.2/7\*\_45)*

## 6.2 Oppilaskeskeisyys

Opettajakeskeisyyden ohella Opettaja C arvostaa myös oppilaskeskeistä työskentelyä. Kun oppilaat ottavat itse vastuuta opiskelustaan, he ajattelevat ja toimivat aktiivisesti, mikä on Opettaja C:n mukaan ymmärtämisen ja oppimisen kannalta merkittävää ja mielekästä. Hän toteaa, että oppilaiden tulisi ottaa vastuuta omasta opiskelustaan myös koulun ulkopuolella, kuten kotona.

*C: -- Tässä on tietysti se, kun lasten kanssa tehdään, niin se pohjustus ja se havainnollistaminen ja ryhmän käyttö syö sitä laskun tekemisen aikaa. Mut ymmärtämisen kannalta sillä on joskus ihan keskeinen merkitys. (C2/9\*\_50&51)*

*C: -- Näillä ryhmätunneilla joskus on ihan mukava käyttää sitä, että tekee toisella menetelmällä toisen tunnin. Nyt toisella tunnilla oppilaat itse sai mittanauhan ja ryhmäpohdinnan kanssa tulla johtopäätöksiin. Molemmilla tunneilla varmaan opittiin asiat, mutta mielekkäämpi oli varmasti jälkimmäinen ryhmätunti, jolla oppilaat enemmän osallistuivat asiaan. (C1/9\*\_6)*

*C: Se, että kotitehtävät piti näyttää seuraavan päivänä, oli Eetulle sellanen heräte, että kotitehtävien merkitys on tärkeä ja vastuu on sulla. Nyt teet kolme niistä, koska seuraavan päivän tehtävät on rasitteena. Ja se tulikin näyttämään. -- (C5.1/9\_144)*

Se, että oppilailla on mahdollisuus ottaa vastuuta omasta opiskelustaan ja toimia aktiivisessa roolissa, tarjoaa heille myös tilanteita, jossa he voivat kokea osallisuutta ja arvostusta. Tämä on oppilaille merkityksellistä.

*C: Tossa just huomaa, että on itse kakasemas sen kultajyvän ja sit antaa sen mahdollisuuden lapselle. -- Sillä on iso merkitys lapselle. Hän sen tietää yhtä hyvin kuin opettaja. Se on sellainen tuki, että hän on mukana. Hän saa osallistua ja hänen tietonsa on arvokas. (C2.4/7\*\_64)*

Siitä huolimatta että, oppilaskeskeinen työskentely vaatii opettajalta tarkkaa ajankäytön suunnittelua, on siitä Opettaja C:n mukaan myös hänelle opettajana hyötyä. Opettaja C toteaa, että oppilaskeskeisyyden myötä opettaja voi itse oppia ajattelemaan asioita uudella tavalla. Lisäksi kokemuksen myötä opettajan usko oppilaiden kykyyn ottaa vastuuta ja toimia aktiivisesti voi vahvistua.

*C: Näitähän siellä tunnilla tulee aina, että ei ole itekään miettiny asiaa. Tulee jostain lapsen tekemisestä, joka lapsi onkin laskenut toisella lailla. Siitä pääsee sitten itekin... joutuu uuteen ajatteluun. (C5.1/9\_155)*

*C: -- Kyllähän se tunti sitten vie. Tulee joku, että "Ahaa, nuo tuolla ja toi kauraryynipaketti ja suola". Sitä intoutuu ja heittäytyy ittekin ja saa siihen paljon semmosta, mitä ei oo vielä tuntia aloittaessaan tiennyt ottavansa esille. Sehän on se viehätyks toisaalta. -- Kun siinä on itteki sisällä ja yrittää miettiä sitä lapsen ajatusmaailmaa. Miten sen vois puhuu, että se herättäisi heissä intohimoa tuohon juttuun. (C3/9\_108)*

*C: Nyt taas itellekin rohkaistu, että lapsi itse saa sen saman asian kuin itse valmiiksi sanoen. Kyllä se itselle varmistuu. -- (C2/9\*\_50&51)*

Samoin kuin koko luokan työskennellessä yhdessä, oppilaiden työskentely pareittain tai ryhmissä mahdollistaa Opettaja C:n näkemyksen mukaan matematiikan opiskeluun oleellisena seikkana kuuluvan yhteisen pohdinnan ja ajatus-ten vaihdon. Samalla oppilaat toimivat aktiivisesti ja joutuvat ottamaan itse vastuuta opiskelunsa etenemisestä. Toisaalta Opettaja C on havainnut, että usein oppilaat osaavat neuvoa ja aktivoida toisiaan paremmin kuin opettaja.

*C: Tehtiin ryhmissä, että tulee pohdiskelua ja porinaa. Matematiikka voi olla myös siitä, että yhdessä keskustellen päästään yhteisesti hyväksytyyn tulokseen. Tulis siitä, että toisten apu ja ajatukset ovat hyviä ja hyväksytyjä ja siitä voi hyödyntää. (C2.1/7\*\_41)*

*C: Tossa mulla on kesken Sepon kanssa, niin pistin Jaakon neuvomaan Eetiä. Jaakolle oli aamumietiskelyssä selvimmät juttu, ja usein on niin, että se joka on itselleen selviyttänyt jonkun asian, niin se auttaa kaveria. -- Se kokemus, kieli ja ongelma on lapsille yhteinen. Sitä ei välttämättä opettaja oivallakaan, mistä se kenkä puristaa. Heidän keskinäinen keskustelu voi aukaista solmun ja kaveri ymmärtää asian. (C6.2/5\*\*\_199)*

Oppilaiden aktiivisuus toimii myös motivoinnin keinona. Opettaja C kertoo havainneensa, että oppilaat seuraavat usein kiinnostuneempina toistensa työskentelyä kuin opettajan johdolla tapahtuvaa sisällön käsittelyä.

*C: Tossa on se, että joku saa tulla sinne luokan eteen kokeilemaan gramman painoo ja näyttämään siitä. Ja kun siellä on oppilaita ja se opettaja ei oo siellä koko ajan esillä, niin sen oppilastoverin toimintaa saattaa seurata uudesta näkökulmasta. (C4.2/9\_115)*

Vuorovaikutteisen opetuksen lisäksi Opettaja C:n oppilaat työskentelivät myös itsenäisesti annettujen tehtävien parissa. Etuna Opettaja C näkee tässä sen, että tavallisesti oppikirjan tehtävät kertaavat ja varmistavat opiskeltavan sisällön hallintaa ja osoittavat osaamisen puutteet. Lisäksi tehtävät kehittävät oppilaiden omaa ajattelua ja tiedon soveltamisen taitoja. Usein tehtävät tuovat esiin myös oppilaiden elämässä ja koulussa tapahtuvia ajankohtaisia asioita.

*C: Mekaaniset tehtävät antaa sen alkukipinän, että pääsee kiinni siihen juttuun ja varmistuu, että on oikea menetelmä hallussa, on ymmärretty ja saadaan onnistumisen elämyksiä. -- Sanallisten merkitys on sitten soveltaminen, lopullinen ymmärtäminen ja omatoiminen pohdiskelu. Sitä matemaattista ajattelua nimenomaan. (C9/9\_272&273)*

*C: Monisteissa on aika paljon helppoja ja nopeita ja sit vaikeempia tehtäviä. Mä niiden avulla saan itselleni vielä mahdolliset puutteet kontrolloitua. Ja heille tulee kuitenkin sitten onnistumisen elämyksiä tästä asiasta. (C6.2/5\*\*\_190&191)*

*C: Noissa tehtävissä on se suhde. Oppilailla on tiistaina viimeinen kerta suunnistusta, niin että se hyödyttäis vielä, kun tässä on saman mittakaavan kartta. -- (C9.6/9\_271)*

### 11.3.2 Didaktisen päätöksenteon jäsentyminen Opettaja C:n pedagogisessa ajattelussa

Kuvio 11.3 kuvastaa Opettaja C:n didaktisen päätöksenteon jäsentymistä hänen pedagogisessa ajattelussaan. Kuviossa yhtenäisellä viivalla piirretyt, tummat laatikot tarkoittavat kyseisen opettajan ajattelussa ilmenneitä matematiikan opetuksen ja opiskelun tavoitteita, kun taas katkoviivalla piirretyt, vaa-

leat laatikot ilmentävät niitä tekijöitä, jotka tukevat näiden tavoitteiden saavuttamista. Uloin kehys kuvaa sitä kontekstia, johon matematiikan opetus kokonaisuudessa opettajan ajattelussa sijoittuu. Lisäksi kunkin opettajan ajattelussa ominaisella tavalla painottuvat seikat on kirjoitettu tummennetulla tekstillä.

Opettaja C:n päätöksenteon jäsenitys muodostuu ennen kaikkea matematiikan opetuksen ja opiskelun tavoitteista, erityisesti ymmärtämisestä, sisällön hallinnasta ja matematiikan merkityksen tiedostamisesta, sekä niiden välisistä suhteista, mutta myös opiskelun ja oppimisen tukemiseen sekä kontekstiin liittyvistä tekijöistä.

Matematiikan opetuksen ja opiskelun tavoitteisiin liittyen Opettaja C:n ajattelussa merkittävä tekijä on ymmärrys, joka on kaiken uuden opiskelun perusta ja edellytys tiedon soveltamiselle. Ymmärryksen varaan rakentuvat myös kaksi vuorovaikutteista opiskelua ja oppimista edistävää kehää, joissa yksi matematiikan opetuksen ja opiskelun keskeisimmistä tavoitteista, perustietojen ja -taitojen hallinta, yhdistyy muihin tavoitteisiin: matemaattisen ajattelun kehittymiseen ja matematiikan merkityksen havaitsemiseen.

Opettaja C:n näkee, että erityisesti haasteelliset matemaattiset sisällöt sekä oppilaiden opiskelussaan tekemät virheet ovat perustietojen ja laskutaidon opiskelua sekä matemaattisen ajattelun kehittymistä yhdistäviä seikkoja. Omien ajattelu- ja ratkaisutapojen esittäminen ilmentää puutteita, joita sisällön hallinnassa esiintyy ja virheet puolestaan aktivoivat oppilaita ajattelemaan. Oppilaiden aktiivinen ajattelu taas edistää ymmärrystä, joka – kuten edellä jo kävi ilmi – on perusta uuden opiskelulle. Näin ollen ymmärrys, ajattelu ja perustietojen ja -taitojen opiskelu muodostavat Opettaja C:n ajattelussa dynaamisen opiskeluun ja oppimiseen vaikuttavan kolmikon.

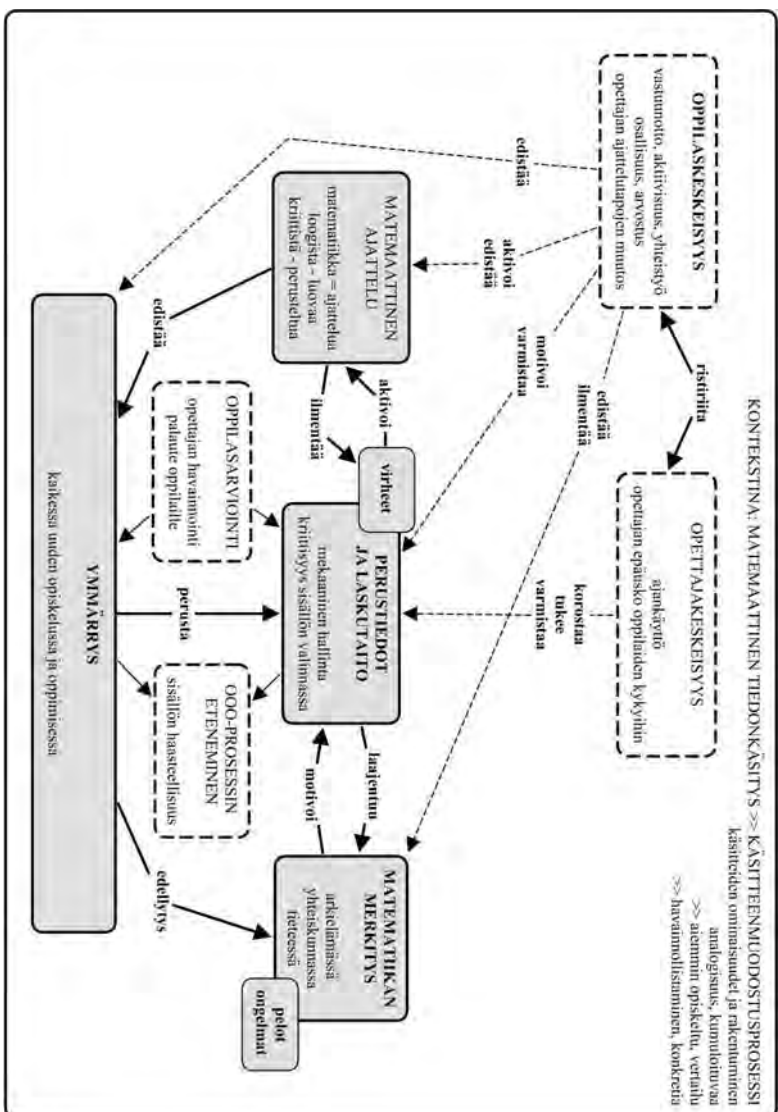
Matemaattisten perustietojen ja -taitojen opiskelu muodostaa vastaavasti suhteen myös matematiikan merkityksen kanssa. Opettaja C:n mukaan matematiikan tulee laajentua matematiikan abstraktista, symbolien ja laskutoimitusten piiristä myös sen todellisen elämän kontekstiin. Sen havaitseminen, että matematiikalla on merkitystä arkielämässä ja yhteiskunnassa yleensä sekä matematiikan ja muiden tieteenalojen piirissä, motivoi oppilaita taas opiskelemaan lisää myös perustietoja ja -taitoja. Tärkeänä Opettaja C pitää tässä sitä, että oppilaille ei saa muodostua pelkoja, jotka tulevaisuudessa haittaisivat matematiikan hyödyntämistä arkielämän tilanteissa.

Opiskelua ja oppimista tukevinä tekijöinä Opettaja C:n ajattelussa ilmevät erityisesti oppitunneilla vallitseva vuorovaikutus. Vuorovaikutuksen osalta Opettaja C pohtii paljon opettaja- ja oppilaskeskeisyyden välistä dilemmaa. Opettajan ottaessa vastuuta opetuksen ja opiskelun etenemisestä hänellä on mahdollisuus korostaa keskeisiä sisältöjä ja tukea opiskelun etenemistä tarkoituksenmukaisella tavalla ja tiettyjen ulkoisten tekijöiden, kuten ajankäytön, sallimissa rajoissa. Toisaalta taas opettajak keskeisyys vie oppilailta mahdollisuuden toimia ja ajatella aktiivisesti sekä ottaa itse vastuuta omasta opiskelustaan, mikä on oppimisen kannalta merkittävää. Oppilaskeskeiset toimintatavat myös motivoivat oppilaita ja luovat heille tärkeää osallisuuden

ja arvostuksen tunnetta. Lopulta Opettaja C päätyy pohtimaan omaa uskoaan oppilaiden kykyihin ja rohkeuttaan antaa oppilaille mahdollisuus ottaa vastuuta ja toimia aktiivisesti suhteessa opiskelun ja oppimisen etenemiseen.

Muita Opettaja C:n ajattelussa esiintyviä opiskelua ja oppimista edistäviä tekijöitä ovat arviointi ja opetus-opiskelu-oppimisprosessin toteutuminen. Arvioinnin kohteena ovat oppilaiden sisällön hallinta ja ymmärtäminen sekä heidän työskentelynsä. Opetus-opiskelu-oppimisprosessin etenee asetettujen tavoitteiden ja sisältöjen mukaan, mutta huomioiden myös oppilaiden omaksumiskyvyn ja osaamisen tason sekä oppituntien kulussa ilmenevät ennakoimattomat, oppilaiden kokemuksista ja ajattelutavoista esiin nousevat asiat.

Lopulta Opettaja C:n ajattelussa matemaattinen tieto jäsentyy ikään kuin opetus- ja opiskelutoiminnan kontekstiksi, joka näyttäytyy opetus-opiskelu-oppimisprosessin kulussa tavoitteiden lisäksi myös menetelmällisinä ratkaisuin. Matemaattisten käsitteiden analogisuus ja kumulatiivinen rakentumisen tapa huomioidaan käsitteenmuodostusprosessin lähtökohtana ja sen kulussa muutenkin, jolloin hyödynnetään myös havainnollistamista ja konkretiaa.



Kuvio 11.3. Didaktisen päätöksenteon jäsentäminen, Opettaja C.

## 11.4 Yhteenvedo luokanopettajan pedagogisesta ajattelutavasta matematiikan opetuksessa

Edellä, luvuissa 11.1–11.3, olen tarkastellut yksityiskohtaisesti kunkin luokanopettajan omaan pedagogiseen toimintaansa liittämiä näkemyksiä ja perusteita (tutkimuskysymys 2.1) sekä sitä, miten opettajat jäsentävät didaktista päätöksentekoaan (tutkimuskysymys 2.2). Tähän tarkasteluun perustuen määrittelen seuraavaksi kaikkia kolmea luokanopettajaa yhdistäviä sekä kullekin opettajalle ominaisia, matematiikan opetukseen liittyviä ajattelun tapoja. Näin esitän kokonaisuudessaan vastauksen tämän *tutkimukseni toiseen empiiriseen päätutkimuskysymykseen*:

### 2. Millaisena luokanopettajan pedagoginen ajattelu ilmenee matematiikan opetuksessa?

Kuten aiemmin on todettu, opettajan pedagogisen ajattelun tarkastelun tavoitteena on ollut syventää opettajan toiminnan luomaa alustavaa ymmärrystä kunkin opettajan matematiikan opetukseen liittyvästä opetuskäsityksestä. Siten seuraavat opettajien ajattelutapojen kuvaukset sisältävät myös pohdintaa siitä, miten tämä ymmärrys on ajattelun tarkastelun myötä muuttunut.

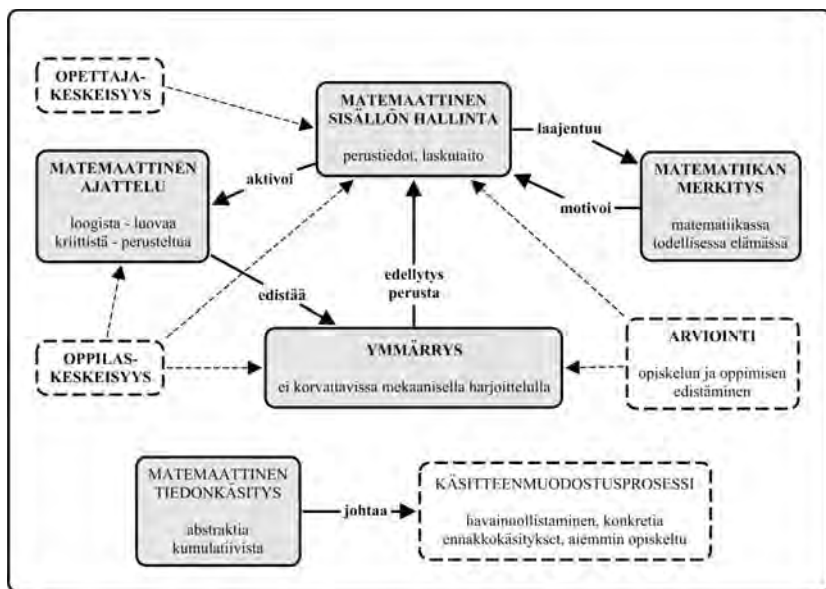
#### 11.4.1 Opettajia A, B ja C yhdistävät ajattelutavan piirteet

Kuvio 11.4 kuvaa Opettajia A, B ja C yhdistäviä pedagogisen ajattelun piirteitä sekä didaktisen päätöksenteon jäsentymistä. Jäsennys koostuu erityisesti matematiikan opetuksen ja opiskelun tavoitteista sekä opiskelua ja oppimista tukevista tekijöistä, mutta myös *opetus- ja opiskelutoiminnan järjestämiseen ja sen kontekstiin* liittyvistä seikoista.

Luonnollisesti kaikkien kolmen opettajan näkemyksen mukaan *matemaattisten perustietojen ja laskutaidon hallinnan* saavuttaminen on keskeisin matematiikan opetuksen ja opiskelun tavoite. Nämä tiedot ja taidot koostuvat erityisesti erilaisten matemaattisten *ratkaisutapojen* hallinnasta ja hyödyntämisestä sekä *kommunikoinnin* taidoista – matematiikan puhumisesta, kirjoittamisesta ja kuuntelemisesta sekä matemaattisen tiedon esittämisestä niin välineiden, kuvien kuin symbolienkin avulla. Matemaattisen sisällön hallinnassa on merkittävää kuitenkin opiskeltavien asioiden *ymmärtäminen*. Opettajat olivat yhtä mieltä siitä, että ymmärtäminen on kaiken uuden oppimisen edellytys eikä sitä voi korvata pelkällä mekaanisella harjoittelulla.

Matemaattisen sisällön hallinnan ohella keskeisinä matematiikan opetuksen ja opiskelun tavoitteina opettajien ajattelussa esiintyivät *matemaattisen ajattelun kehittyminen* sekä *matematiikan merkityksen havaitseminen*. Kolmannen kognitiivisen tavoitteen – matemaattisen *tiedonkäsityksen* rakentumisen – osalta kaikki opettajat totesivat *matemaattisen tiedon luonteen* vaikuttavan opetuksen ja opiskelun toteutumiseen. Tiedonkäsityksen ja tiedon luonteen merkitys jäsenyi kuitenkin eri opettajilla eri tavoin esiintyen joko ope-

tuksen ja opiskelun perustana ja tavoitteena, opiskelua ja oppimista tukevana tekijänä tai opetus- ja opiskelutoiminnan kontekstin roolissa.



**Kuvio 11.4.** Opettajia A, B ja C yhdistävät pedagogisen ajattelun piirteet ja didaktisen päätöksenteon jäsenytyminen.

*Matemaattisen ajattelun* opettajat näkivät *moninaisena*, jonka luonnetta kuvaavat osin keskenään *ristiriitaisetkin* määreet. Matematiikan oma symboliikki ja merkinätävät liittyvät matematiikan *täsmällisyyteen* ja *loogisuuteen*. Toisaalta taas opettajat kannustavat oppilaitaan ratkomaan matemaattisia ongelmia useita erilaisia ajattelu- ja ratkaisutapoja hyödyntäen, epätarkkoihin arvioihin perustuen tai jopa tietoisesti väärää laskutapoja apuna käyttäen. Näin he tuovat esiin matemaattisen ajattelun säännönmukaisuuden lisäksi sen *luovia* ominaisuuksia. Opettajat jakoivat yhteisen näkemyksen myös siitä, että matemaattinen ajattelu on aina *kriittistä* ja *perusteltua*. Oppilaita ohjataan suhtautumaan saamiinsa vastauksiin kriittisesti, arvioimaan niitä sekä esittämään niille perusteluita.

*Matematiikan merkitys* on ilmeinen sen omassa kontekstissaan. Matematiikka on opettajien näkemyksen mukaan laskemista, ja matemaattisia sisältöjä opiskellaan *matematiikan omiin tarpeisiin*. Kuitenkin he painottivat, että on oleellista huomata myös matematiikan laajempi, *todellisen elämän konteksti*, jossa sillä on usein välineellinen arvo arkielämän ongelmia ratkottaessa.

Edellä kuvattujen *sisällöllisten tavoitteiden* lisäksi matemaattisella ajattelulla ja matematiikan merkityksen tiedostamisella on opettajien ajattelussa oma tärkeä roolinsa myös *opetus- ja opiskelutoiminnan kannalta*. Omien ma-



temaattisten ajattelu- ja ratkaisutapojen ilmentäminen *aktivoi oppilaita pohtimaan* edelleen opiskeltavaa asiaa, mikä on merkittävää jo edellä mainitun ymmärtämisen ja siten oppimisen edistämisessä. Matematiikan todelliseen elämään ulottuvan laaja-alaisen merkityksen havaitseminen on puolestaan *oppilaita matematiikan opiskeluun motivoiva keskeinen tekijä*.

Pyrkiessään kohti edellä kuvattuja matematiikan opetuksen ja opiskelun tavoitteita opettajat järjestivät ohjaamansa opetus-opiskelu-oppimisprosessin siten, että opiskeltava matemaattinen sisältö jaettiin pienempiin osa-alueisiin, joiden haasteellisuus kasvoi prosessin edetessä. *Opetus-opiskelu-oppimisprosessin eteneminen ja matemaattisen sisällön rakentuminen* ovat opettajien näkemyksen mukaan riippuvaisia ennen kaikkea opiskelulle ja oppimiselle asetetuista *tavoitteista* sekä oppilaiden *ymmärryksen ja osaamisen tasosta*. *Oppitunneilla havaittavissa oleva opetus- ja opiskelutoiminta muotoutuu* – kuten jo edellä kävi ilmi – pitkälti *matemaattisen tiedon luonteen ehdoilla*: Opettajat hyödyntävät *konkreettisia* välineitä ja kuvia *havainnollistaakseen* abstrakteja matemaattisia käsitteitä. Lisäksi matemaattisen tiedon kumuloituvasta rakentumisen tavasta johtuen opetus ja opiskelu perustuvat lähtökohtaisesti oppilaiden *ennakkokäsityksille* sekä *aiemmin opiskelemille*, jo entuudestaan tulleille sisällöille.

Yksittäiset *oppitunnit* rakentuivat pääsääntöisesti uuden opetuksen ja harjoittelun varaan. Opiskeltavan *matemaattisen sisällön opetus* on lähes aina *opettajakeskeistä* toimintaa, jolloin kuitenkin koko luokka työskentelee aktiivisesti yhdessä keskustellen. Tällöin huomio kiinnittyy erityisesti *tietojen ja taitojen hallintaan* sekä jossain määrin myös muiden matematiikkaan liittyvien *kognitiivisten tavoitteiden saavuttamiseen*. Vuorovaikutukseltaan opettajakeskeistä toimintaansa kaikki kolme opettajaa perustelivat sillä, että näin toimien he voivat *ennakoida* oppilailla opiskelussaan mahdollisesti ilmeneviä ongelmia ja *varmistaa* opiskelun kohteena olevan sisällön osaamista.

*Harjoittelu* hallitsi ajallisesti opetus-opiskelu-oppimisprosessin kulkua kaikkien opettajien toiminnassa. Se on myös kaikista oppitunnin sisältämistä opetuksellisista vaiheista *oppilaskeskeisin*. Harjoittelu toteutui usein tehtäviä antavana opetuksena, jolloin oppilaat työskentelevät itsenäisesti tai parin kanssa oppikirjan tehtävien parissa. Opettajat totesivat, että tavoitteena tällöin on – uuden opetuksen tavoin – *sisällön hallinnan varmistaminen*, mutta myös matematiikan opetuksen ja opiskelun *tavoitteiden saavuttaminen laajemminkin*. Harjoittelun yhteydessä mahdollistuva oppilaskeskeinen toiminta edistää oppilaiden *matemaattisen ajattelun kehittymistä* ja *tuo ilmi matematiikan merkityksen* eri konteksteissa. Lisäksi *sosiaalis-affektiiviset seikat* – oppilaiden opiskelu- ja sosiaalisten taitojen kehittyminen sekä henkinen kasvu – tulevat harjoittellessa huomioiduksi merkittävämmiin kuin muissa oppitunnin sisältämissä opetuksellisissa vaiheissa. *Oppilaiden aktiivisuus* ja *vastuunotto* omasta opiskelustaan ovat opettajien näkemyksen mukaan oppimista keskeisesti edistäviä tekijöitä.

Edellä kuvatun perusteella voidaan todeta, että oppitunneilla ilmenevät *vuorovaikutuksen muodot* – niin opettajakeskeisyys kuin oppilaskeskeisyys-

kin – jäsentyvät kaikkien kolmen opettajan ajattelussa *opiskelua ja oppimista eri tavoin tukeviksi seikoiksi*. Opettaja toivat esiin myös *oppilasarvioinnin*, jolla on keskeinen merkitys opiskelun ja oppimisen tukemisessa. Arviointi kohdistuu pääasiassa oppilaiden *sisällön hallintaan* ja sen *ymmärtämiseen*, joita opettaja arvioi useimmiten havainnoimalla oppilaiden työskentelyä ja tehtävien ratkomista. Tavoitteena arvioidessa on ensisijaisesti opiskelun *ongelmakohtien havaitseminen* ja siten *kertaamisen tarpeen määrittely*. Opettajat olivat yhtä mieltä myös siitä, että oppilaiden tulee saada *palautetta osaamisestaan*, koska he sitä haluavat ja toisaalta, oman osaamisensa tiedostaminen on oppimisen kannalta tärkeää.

#### 11.4.2 Opettaja A:n ajattelutapa

Kaikille kolmelle opettajalle tyypilliseen tapaan niin Opettaja A:n toiminnassa kuin ajattelussakin *ymmärrystä* edellyttävä *matemaattisten sisältöjen ja ratkaisutapojen hallinta* on matematiikan opetuksen ja opiskelun keskeisin tavoite. Opiskeltavista tiedoista ja taidoista Opettaja A nosti erityisesti esiin *kommunikoinnin taidon*. Matematiikan kirjoittaminen ja puhuminen ovat taitoja, joita tarvitaan *arkielämän tilanteissa*, mutta hän näkee kielen myös ajattelun välineenä ja siten *ymmärrystä syventävänä* tekijänä. Lisäksi Opettaja A totesi, että matemaattinen kieli vaihtelee riippuen siitä kontekstista, jossa sitä käytetään. *Arkielämän tai oppilaiden oma matemaattinen kieli* voi poiketa *varsinaisesta matematiikan käsitteistöstä*.

Edelleen kahden muun opettajan tavoin, matematiikan opetuksen ja opiskelun tavoitteina Opettaja A:n ajattelussa esiintyivät myös *matemaattisen ajattelun kehittyminen* sekä *ymmärrys matematiikan merkityksestä*. Kuten jo edellä ilmeni, Opettaja A pitää kieltä merkittävässä asemassa ajattelun kannalta ja näin ollen hän luonnehti *matemaattista ajattelua* loogisen ja luovan sekä *kriittisen* ja *perustellun* lisäksi myös *käsitteelliseksi*. Vaikka matemaattisen ajattelun kehittyminen ei ilmennyt Opettaja A:n toiminnassa keskeisenä tavoitteena, ja ratkaisuksi tehtäviin riitti usein *pelkän vastauksen ilmoittaminen*, Opettaja A näkee *omien ajattelu- ja ratkaisutapojen esittämisen* ja *perustelemisen* kuitenkin merkittävänä asiana. Hänen mukaansa *perusteleminen on taito*, jota matematiikan opetuksen ja opiskelun yhteydessä tulee kehittää, koska sillä on ennen kaikkea tärkeä rooli *opiskelun ja oppimisen edistämisessä*. Kertoessaan pohdinnostaan ja ratkaisuistaan, oppilaat osoittavat *ajattelevansa aktiivisesti* opiskelun kohteena olevia asioita pelkän mekaanisen suorittamisen sijaan. Lisäksi Opettaja A totesi, että *opettajan on tärkeää kuunnella* oppilaitaan. Oppilaiden ajatukset ovat *mielenkiintoisia* ja *arvokkaita* ja niiden huomioiminen *ilmaisee opettajan kiinnostusta* oppilaiden oppimista kohtaan.

*Matematiikan merkityksen* tiedostaminen esiintyi puolestaan keskeisenä tavoitteena niin Opettaja A:n toiminnassa kuin ajattelussakin. Hän hyödyntää opetuksen ja opiskelun *lähtökohtana ja kontekstina todellisen elämän tilanteita* ja myöhemmin opiskelun edetessä ikään kuin *teoriassa opiskeltuja sisäl-*

töjä myös *sovelletaan käytännön tilanteissa*. Opettaja A:n näkemyksen mukaan matematiikan merkitys ilmenee matematiikan omaa kontekstia laajemmin juuri näissä *arkielämän ongelmanratkaisutilanteissa*, joissa matematiikalla on *välineellistä arvoa* ja tämä tulisikin huomioda yhtenä merkittävänä seikkana matematiikan opetuksessa ja opiskelussa. Lisäksi – kuten kaksi muutakin opettajaa olivat havainneet – Opettaja A totesi matematiikan opetuksen ja opiskelun liittämisen oppilaiden omaan elämään ja kokemuksiin olevan *oppilaita motivoiva ja aktivoiva* seikka.

Edellä kuvatut matematiikan opetuksen ja opiskelun tavoitteet – sisällön hallinta, matemaattisen ajattelun kehittyminen sekä matematiikan merkityksen tiedostaminen – ovat keskeisessä roolissa Opettaja A:n ajattelussa, mutta lopulta hänen huomionsa kohdistui erityisesti siihen, *miten kyseiset tavoitteet ovat saavutettavissa*. Tarkoituksenmukaisella tavalla *etenevän opetus-opiskelu-oppimisprosessin* ohella Opettaja A nosti esiin kaksi tekijää, jotka hänen näkemyksensä mukaan ovat opetus- ja opiskelutoiminnan järjestämisen kannalta merkittäviä: *matemaattisen tiedon luonteen huomioiminen* sekä *oppilaiskeskeiset työskentelyn tavat*.

Yleisesti ottaen Opettaja A pitää tärkeänä matematiikan opetuksen ja opiskelun toteutumista *monipuolisesti*, koska silloin lähtökohdiltaan *erilaiset oppilaat* tulevat huomioduiksi, samoin kuin opiskeltavaa *sisältöä* on mahdollista tarkastella *useista eri näkökulmista* käsin. Kuten kahden muunkin opettajan ohjaamien opetus-opiskelu-oppimisprosessien kulussa, myös Opettaja A jakoi *opiskeltavan sisällön pienempiin osiin*, joiden *haasteellisuus lisääntyi* prosessin edetessä. Samoin hän totesi, että prosessin eteneminen on riippuvaista asetetuista *tavoitteista* ja *oppilaiden taidoista*, mutta lisäsi kuitenkin, että prosessiin vaikuttavat myös *oppilaiden oikeus opiskella* uusia tietoja ja taitoja sekä *opettajan etukäteissuunnittelu* ja käytössä oleva *aika*.

Matemaattisen *tiedonkäsit*yksen kehittyminen ilmeni Opettaja A:n toiminnassa – matematiikan merkityksen ohella – toisena keskeisenä tavoitteena, mutta kuten jo edeltä kävi ilmi, Opettaja A:n ajattelussa tiedonkäsitys ei kuitenkaan jäsentynyt niinkään selkeänä tavoitteena kuin *opetus- ja opiskelutoiminnan järjestämiseen vaikuttavana seikkana*. Kaikkien kolmen opettajan mukaan matemaattisen tiedon luonne ja rakentumisen tapa antavat oman leimansa matematiikan opetuksen ja opiskelun toteutumiseen oppituntien kulussa: matemaattisen tiedon *abstraktius* ja *kumuloituvuus* johtaa *konkretian*, *havainnollistamisen* ja *toiminnallisuuden* hyödyntämiseen sekä oppilaiden *ennakkokäsitysten* selvittämiseen matemaattisen käsitteenmuodostusprosessin lähtökohdana. Opettaja A painotti konkretian ja toiminnallisuuden *kuuluvan ehdottomasti matematiikan opetukseen ja opiskeluun*, koska ne edesauttavat matematiikan opetuksen ja opiskelun *tavoitteiden saavuttamista laaja-alaisesti*. Opettaja A näkee, että hänen toiminnassaan erityisesti korostuvan havainnollistamisen ohella toiminnalliset työskentelyn tavat *motivoivat ja aktivoivat oppilaita osallistumaan ja pohtimaan* opiskelun kohteena olevia sisältöjä, mikä *edistää lopulta ymmärtämistä ja oppimista*. Oppilaiden ennakkokäsitysten selvittäminen – Opettaja A:lle ominaiseen tapaan – on oleellista puo-

lestaan siksi, että opetuksen ja opiskelun tavoitteena on näiden – mahdollisesti virheellisten – *käsitysten muuttuminen ja täydentyminen*. Lisäksi uuden opiskeltavan tiedon liittäminen oppilailla jo olemassa olevaan tietoon osoittaa heille *tiedon laajempaa ilmenemistä ja merkitystä*.

Kuten kaikille kolmelle opettajalle oli yhteistä, Opettaja A:n oppitunnit rakentuivat pääsääntöisesti opettajakeskeisen uuden opetuksen ja oppilaskeskeisen harjoittelun varaan, vaikkakin oppitunnin rakenne vaihteli opetus-opiskelu-oppimisprosessin vaiheen mukaisesti. Uuden opetukseen liittyen Opettaja A toteaa, että vaikka *opettajakeskeisesti* työskentelemällä on mahdollista *varmistaa oppilaiden sisällön hallintaa ja ymmärtämistä* sekä *ennakoida mahdollisia opiskelussa esiintyviä ongelmia*, hän sittenkin näkee *oppilaiden oman aktiivisen ajattelun ja toiminnan sekä vastuunoton* opiskelun ja oppimisen kannalta *tärkeämpänä*. Oppilaskeskeisen työskentelyn järjestäminen ei kuitenkaan ole Opettaja A:n mielestä ongelmatonta, sillä suuren *oppilasjoukon aktivointi on haasteellista ja aikaa vievää*. Silti hän pyrkii välttämään liiallista opettajakeskeisyyttä, koska oppilaille ei tule muodostua käsitystä, jonka mukaan opettaja on oikeassa. Oppilaat eivät myöskään aina opi kaikkea opettajan yrityksestä huolimatta.

*Opetusta ja opiskelua tukevinä ja oppimista edistävinä* seikkoina Opettaja A:n ajattelussa ilmenivät erityisesti *sosiaalis-affektiiviset tekijät ja arviointi*. Opettaja A:n mukaan sosiaalis-affektiiviset tekijät – opiskelu- ja sosiaaliset taidot sekä hänen toiminnassaan jatkuvasti korostuva *oppilaan henkinen kasvu* – ovat opiskelun ja oppimisen kannalta tärkeitä ominaisuuksia, mutta ne eivät aina ole oppilaille helppoja asioita. *Opettajan tehtävänä* onkin Opettaja A:n näkemyksen mukaan luoda sellainen *opiskeluympäristö*, joka *motivoi oppilaita* ja jossa heillä on *mahdollisuus itsetunnon vahvistamiseen ja vastuunoton* omasta opiskelustaan.

Opettaja A kohdistaa *arvioinnin* oppilaiden *sisällön hallinnan* ja *ymmärtämisen* lisäksi sekä *oppilaiden työskentelyyn* että *omaan toimintansa tarkoituksenmukaisuuteen* tukeakseen ja edistääkseen opiskelua ja oppimista. Ja kuten muutkin opettajat, arvioiessaan Opettaja A *havainnoi* oppilaiden työskentelyä ja esittää heille *kysymyksiä*, mutta tukeutuu myös *oppilaantuntemukseensa*. Kaiken kaikkiaan Opettaja A ajatteli muiden opettajien tavoin, että arvioinnin ja oppilaiden saaman palautteen tavoitteena ennen kaikkea *oppilaan opiskelun ja oppimisen edistämisen*.

Lopulta edellä kuvatut matematiikan opetuksen ja opiskelun tavoitteet, opetus- ja opiskelutoiminnan järjestäminen sekä oppilaiden opiskelun ja oppimisen tukeminen asettuivat Opettaja A:n ajattelussa *kontekstiin*, jossa keskeistä on *turvallisuus ja oppilaiden kaikinpuolinen henkinen hyvinvointi*. Opettaja A kertoi havainneensa, että oppilaat saattavat *ahdistua* opiskellessaan tai ajatella, että heidän *tulee selvitä opiskelustaan omin avuin*. Hänen näkemyksensä mukaan oppilaiden *virheitä* ei saa tarkoituksella korostaa eikä niistä saa rangaista. Virheet *kuuluvat kaikkeen uuden opiskeluun* ja ovat siksi sallittuja. Jälleen – kuten opiskelun ja oppimisen tukemisessakin – Opettaja A näkee, että *opettajalla on merkittävä rooli ja vastuu sellaisen opiskelu- ja op-*

*pmisympäristön luomisessa, missä oppilaat voivat henkisesti hyvin. Opettajan tulee olla turvallinen henkilö, jolle oppilaat saavat näyttää tunteensa ja jolta he saavat tarvittaessa apua.*

### 11.4.3 Opettaja B:n ajattelutapa

Opettaja B:n toimintaa ohjaavassa ajattelussa matematiikan opetuksen ja opiskelun keskeisin *tavoite* on ymmärrettävästi *matemaattisten tietojen ja taitojen hallinta*. Hän toi kuitenkin esiin näitä sisältöjä *monipuolisemmin* kuin kaksi muuta opettajaa ja määritteli niille kullekin omat merkityksensä matematiikan opetuksessa, opiskelussa ja ylipäätään matematiikan hallitsemisessa ja hyödyntämisessä. *Mekaanista harjoittelua* Opettaja B pitää välttämättömänä matemaattisten tietojen ja taitojen *automatisoimiseksi*. Hän totesi oman opetuksensakin olevan toisinaan mekaanista, sillä se on selkeää ja tietyt matemaattiset taidot ovat luonteeltaan hyvin teknisiä. *Ongelmanratkaisu ja tiedon soveltaminen* puolestaan osoittavat, että matematiikkaan kuuluu *pohtiminen* ja että *arkieliämän ongelmia* voidaan ratkoa matematiikan keinoin. Lisäksi ongelmanratkaisu *aktivoi* oppilaita *ajattelemaan* ja johtaa siten *syvempään oppimiseen*. *Kommunikoinnilla* – matematiikan kirjoittamisella ja puhumisella – Opettaja B näkee olevan merkitystä erityisesti opiskeltavien sisältöjen *muistamisessa* ja *ymmärtämisessä*. Hän totesi, että kommunikoidessa voi käyttää myös *itsekeksittyjä* termejä ja merkintätapoja, jos ne selkeyttävät opiskeltavaa sisältöä matemaattista käsitteistöä paremmin.

Muiden opettajien tapaan myös Opettaja B pitää *ymmärrystä* uuden opiskelun edellytyksenä, mutta asettaa myös *matemaattisen tiedon luonteen* toiseksi opiskelun ja oppimisen perustaksi ja lähtökohdaksi, joka on läsnä opetuksessa ja opiskelussa jatkuvasti. Hän painotti erityisesti matematiikan opiskelun *kiireettömyyttä* ja *huolellisuutta*, jolloin oppilaille muodostuva *tietopohja on vankka* ja sen *vara*an on *helpompi rakentaa uutta tietoa*. Matematiikan *abstraktista* ja *kumuloituvasta* luonteesta johtuvat opetuksen ja opiskelun tavat – *konkretian* käyttö ja *havainnollistaminen* sekä *toiminnallisuus* – ovat Opettaja B:n näkemyksen mukaan tarpeellisia erityisesti *heikkojen oppilaiden* opiskelun tukena, mutta niiden hyödyntäminen on myös kaikkia *oppilaita motivoivaa* toimintaa.

Matemaattisten sisältöjen hallinnan ja ymmärryksen ohella matematiikan opetuksen ja opiskelun tavoitteiksi määrittyivät Opettaja B:n ajattelussa *matemaattisen ajattelun kehittyminen*, joka ilmeni erityisen painokkaasti hänen toiminnassaan, mutta myös *matematiikan merkityksen tiedostaminen*. Kuten kaksi muuta opettajaa, Opettaja B:kin luonnehti *matemaattista ajattelua loogiseksi* ja *luovaksi* sekä *kriittiseksi* ja *perustelluksi*. Samoin, hän jakoi heidän kanssaan yhteisen näkemyksen siitä, että *matemaattisten ajattelu- ja ratkaisutapojen esittäminen ja perusteleminen* edistää *ymmärrystä* ja *oppimista*. Hän kuitenkin korosti omaa näkemystään, jonka mukaan ajattelu- ja ratkaisutapojen *perusteleminen on matemaattinen taito, joka johtuu ikään kuin itsestään-selvyytenä matematiikan loogisesta luonteesta*. Tämän vuoksi omien ajattelu-

ja ratkaisutapojen ilmentämistä *tulee opettaa oppilaille alusta alkaen* ja se kuuluu *olennaisena opiskelun tapana* läpi kaikkien opetuksellisten vaiheiden.

Edelleen Opettaja B näkee, kahden muun opettajan tavoin, *matematiikan merkityksellisenä* niin *matematiikan* kuin laajemmin *todellisenkin elämän* konteksteissa, vaikkei se ilmennytäkään hänen toiminnassaan erityisen keskeisessä asemassa. Lisäksi matematiikan opetuksen ja opiskelun *liittäminen oppilaiden omiin kokemuksiin* ja siten matematiikan merkityksen osoittaminen *motivoi* oppilaita ja *ilmentää opiskelun tärkeyttä* ja mielekkyyttä. Opettaessaan Opettaja B usein ensin *eritteli* uutta opiskeltavaa sisältöä ja opetuksen pääätteeksi toi esiin aiheen *laajentamisen* ja *soveltamisen* mahdollisuuksia.

Opettaja B toi painokkaasti esiin niin toiminnassaan kuin ajattelussaan *kin sosiaalis-affektiivisten tekijöiden* – opiskelu- ja sosiaalisten taitojen sekä erityisesti *oppilaan henkisen kasvun* – merkityksen *opiskelun ja oppimisen tukemisessa ja edistymisessä*, vaikka hän myös totesi, että kyseiset ominaisuudet *eivät esiinny itsestäänselvyyskinä* oppilaiden toiminnassa. Opettaja B:n näkemyksen mukaan opiskelu- ja sosiaaliset taidot ja henkinen kasvu ovat pääsääntöisesti riippuvaisia *oppilaiden luonteesta*, heidän *taidoistaan* ja *oppimisvaikeuksistaan*, vaikka *opettajakin* voi niiden kehittymistä *tukea* opetus- ja opiskelutilanteiden luonteen mukaisesti.

Muina opiskelua ja oppimista tukevina seikkoina Opettaja B:n ajattelussa ilmenivät erilaiset *vuorovaikutuksen muodot* sekä – muiden opettajien tapaan – *oppilasarviointi*. Opettaja B näkee sekä opettajakeskeisyydellä että oppilas-keskeisyydellä *omat arvonsa*. Kuten kaksi muuta opettajaa, Opettaja B totesi, että *opettajakeskeisesti* toimien on mahdollista *varmistaa* opiskeltavan *sisällön hallintaa* sekä *ennaltaehkäistä* opiskelun ja oppimisen *ongelmia*. Hän pohti erityisesti oppilaiden henkilökohtaisen ja koko luokan yhteisen opettamisen eroja. *Oppilaan kahdenkeskinen ohjaaminen* on Opettaja B:n mukaan *oppimisen kannalta tehokasta* – varsinkin, jos kyseessä ovat heikot oppilaat. Mutta toisaalta taas se voi *heikentää oppilaiden oma-aloitteisuutta ja vastuullisuutta*. *Yhteinen opetus* puolestaan *järkeistää opettajan työtä* oppilaiden ohjaamisen osalta. *Oppilaskeskeisyydelle* ominaisena Opettaja B pitää – jälleen muiden opettajien tavoin – matematiikan opetuksen ja opiskelun *tavoitteiden saavuttamista* mekaanista sisällön hallintaa *laajemmin*. Oppilaiden *aktiivinen toiminta yhdessä muiden kanssa* sekä *vastuun ottaminen* omasta opiskelustaan johtavat *haasteista selviämiseen* ja *onnistumisiin* ja ovat siten oppimisen kannalta merkittäviä.

*Oppilasarvioinnin* Opettaja B kohdistaa oppilaiden matemaattisen *sisällön hallinnan* ja *ymmärtämisen* ohella myös heidän *ajattelunsa kulkuun*, joka – kuten edeltä jo kävi ilmi – oli hänen opetuksessaan myös merkittävä tavoite. Sen lisäksi, että Opettaja B perustaa arviointinsa oppilaiden työskentelyn ja tuntiaktiivisuuden *havainnointiin* sekä oppilaiden ajattelu- ja ratkaisutapojen *kuuntelemiseen*, oppilaat myös itse arvioivat omaa osaamistaan. Opettaja B:n näkemyksen mukaan *itsearviointi on taito*, jota *harjoitellaan* vähän kerrassaan. Oleellista on, että oppilaiden itsearviointi on *realistista* opettajan ajatusten arvailun sijaan. Lisäksi itsearvioinnin, kuten myös oppilaiden opettajalta

saaman *palautteen*, tulee olla *positiivista* ja *kannustavaa*. Arvioinnin tavoitteena Opettaja B pitää, muiden opettajien tavoin, *ongelmien havaitsemista* ja *harjoittelun tarpeen* määrittämistä. Hän totesi, että virheistä poisoppiminen on hankalaa ja toisaalta onnistumisen kokemukset kohottavat oppilaiden itse-tuntoa ja -luottamusta. Opiskelun ja oppimisen edistämisen lisäksi Opettaja B näkee arvioinnilla myös *oppilaita vertailevan roolin*, johon arvosanojen antaminen kohdistuu.

Kaiken kaikkiaan edellä kuvatut matematiikan opetuksen ja opiskelun tavoitteet sekä opiskelun ja oppimisen tukemiseen liittyvät tekijät ilmenivät Opettaja B:n ajattelussa *mahdollisimman monipuolisesti toteutuvan matematiikan opetus-opiskelu-oppimisprosessin kontekstissa*. Sen lisäksi, että Opettaja B määritteli opiskelun kohteena olevat *matemaattiset sisällöt laaja-alaisesti*, tulee *opetuksen ja opiskelun* olla hänen mukaansa muutenkin *vaihtelevaa*. Hänen oppituntiansa rakentuivat eri tavoin riippuen siitä, mikä kyseisen oppitunnin opetuksellinen merkitys on koko prosessin kuluksa – toisaalta vaihtelua esiintyi myös tavoitteiltaan samanlaisten oppituntien kesken. Monipuolisesti toteutuva opetus-opiskelu-oppimisprosessi *vähentää sekä opettajan että oppilaiden näennäistä, mekaanista toimintaa* ja tekee näin *opetuksen ja opiskelun mielekkääksi*. Samoin kuin kaksi muutakin opettajaa, Opettaja B jakoi opiskeltavan matemaattisen *sisällön pienempiin osa-alueisiin*, joiden *haasteellisuus kasvoi* opetuksen ja opiskelun edetessä. Edelleen hän totesi, että opetuksen ja opiskelun eteneminen riippuu asetetuista *tavoitteista* sekä *oppilaiden osaamisen ja ymmärryksen tasosta*. Lisäksi prosessin etenemiseen vaikuttavat hänen mukaansa myös oppilaiden *motivaatio*, joka on vahvasti sidoksissa oppitunnin *ajankohtaan* sekä *ennakoimattomat, usein oppilaista lähtöisin olevat seikat*, kuten heidän kysymyksensä ja pohdintansa. Opettaja B:n mukaan opetus-opiskelu-oppimisprosessin toteutumisessa on oleellista myös oppilaiden *osaamisen varmistaminen kertaamalla ja eriyttämällä*, jotka vuorottelivatkin jatkuvasti opetus-opiskelu-oppimisprosessin kuluksa. Eriyttämisessä periaatteena on, että *heikot oppilaat* opiskelevat vain *perusasiat*, kun taas *taitavat oppilaat* saavat *haasteellisempia tehtäviä* ratkottavaksi.

#### 11.4.4 Opettaja C:n ajattelutapa

Opettaja C:n toiminnassa korostui erityisesti *tavoite matemaattisten perustietojen ja laskutaidon hallinnasta* ja yhtä lailla tämä tavoite ilmeni myös hänen ajattelussaan. Hän on kuitenkin samaa mieltä kahden muun opettajan kanssa siitä, että kaiken uuden *opiskelun ja oppimisen perustana* on viime kädessä *ymmärtäminen*. Lisäksi hän tarkensi, että ymmärrys on myös edellytys sille, että *tietoa kykenee soveltamaan* uusissa yhteyksissä. Tietojen ja taitojen hallintaan liittyen Opettaja C painotti erityisesti sitä, että *opiskeltaviin sisältöihin sekä työskentelytapoihin tulee suhtautua kriittisesti*. Hän pitää *arkielämän tarpeita* sekä matematiikan opetukselle ja opiskelulle asetettuja *tavoitteita* kokonaisuudessaan ja *oppilaiden taitoja* olennaisina kriteereinä sisällön ja työtapojen valikoinnissa.

*Matemaattisen ajattelun kehittyminen sekä matematiikan merkityksen havaitseminen* ilmenivät Opettajan C:n ajattelussa sisällön hallinnan ja ymmärryksen rinnalla muina keskeisinä matematiikan opetuksen ja opiskelun tavoitteina, kuten muillakin opettajilla. Sen lisäksi, että *matemaattinen ajattelu* näyttäytyy myös hänelle *loogisena* ja luovana sekä kriittisenä ja perusteltuna, hän määritteli *matematiikan itse asiassa olevan ajattelua ja monipuolista pohdintaa*. Tämän vuoksi matematiikan opetuksen ja opiskelun tärkeänä tavoitteena onkin *oppilaiden oman ajattelun aktivoituminen*. Opettaja C pitää erityisesti *ajattelun ilmentämiä virheitä* uuden opiskelun ja oppimisen kannalta merkittävinä tekijöinä. Hänen mukaansa virheet kuuluvat olennaisena osana elämään ja ne herättävät usein aktiivista keskustelua ja pohdintaa.

Opettaja C:n ajattelussa korostui muihin opettajiin nähden erityisesti *matematiikan merkityksen* painottaminen. Hän totesi, että matemaattiset ilmiöt esiintyvät *osana todellista elämää* ja ne ovat usein *ajankohtaisia arkielämän tapahtumia*, joten niistä tulee olla tietoinen. Matematiikalla on myös *välineellinen arvo* niin arkielämässä kuin muissa *matemaattisissa yhteyksissä* sekä muiden *tieteenalojen* piirissä. Opettaja C näkee matematiikan roolin myös ajan kuluessa tapahtuvan *yhteiskunnallisen muutoksen kuvaajana*. Samoin kuin kaksi muuta opettajaa, Opettaja C pitää tärkeänä sitä, että matematiikan opetus *ei ole vain laskemista*, vaan siinä tulee huomioida edellä kuvattu matematiikan *laajempi konteksti*. Opetuksen ja opiskelun liittäminen tähän oppilaita koskettavaan todellisen elämän kontekstiin on myös heitä *motivoiva* ja siten *opiskelua ja oppimista edistävä tekijä*. Opettajan tulee hänen näkemyksensä mukaan huolehtia myös siitä, että oppilaille *ei synny* sellaisia *ongelmia tai pelkoja*, jotka voisivat haitata heidän matematiikan hyödyntämistään arkielämän tilanteissa.

*Matematiikan opiskelua ja oppimista tukevinä tekijöinä* Opettaja C:n ajattelussa esiintyivät *vuorovaikutuksen eri muodot* sekä – kuten kahdella muullakin opettajalla – *oppilasarviointi*. Vuorovaikutuksen muotoihin liittyen Opettaja C pohti paljon erityisesti omassa toiminnassaan korostuvan opettajakeskisyyden sekä oppilaskeskisyyden välisiä eroja matematiikan opetuksen ja opiskelun tavoitteiden kannalta tarkasteltuina. Hän ajattelee samoin kuin muutkin opettajat, että *opettajakeskiset opetuksen ja opiskelun tavat* ovat perusteltuja silloin, kun halutaan *korostaa opiskeltavan sisällön ominaisuuksia, varmistua oppilaiden sisällön hallinnasta tai ennakoida* opiskelussa ilmeneviä mahdollisia ongelmia. Myös *ajankäytölliset seikat* johtavat helposti opettajakeskisiin opetus- ja opiskelutilanteisiin. Kuitenkin opettajakeskisyys *vie oppilailta mahdollisuuden ajatella ja toimia aktiivisesti sekä ottaa itse vastuuta* oman opiskelun etenemisestä, jotka ovat opiskelun ja oppimisen kannalta keskeisiä tekijöitä. Lisäksi Opettaja C näkee, että *oppilaskeskiset työskentelyn tavat motivoivat* oppilaita ja luovat heille merkittävää *osallisuuden ja arvostuksen tunnetta*. Lopulta Opettaja C pohti tätä opettajakeskisyyden ja oppilaskeskisyyden välistä dilemmaa omien uskomuksien kautta. Hän toi esiin *oman uskonsa oppilaiden kykyihin ja oman rohkeutensa järjestää oppilaille mahdollisuuksia toimia aktiivisesti ja ottaa itse vastuuta omasta oppimi-*



sestaan. Hän kuitenkin totesi, että positiivisten kokemusten kautta hän voi opettajana oppia ajattelevaan uudella tavalla ja vahvistaa omaa uskoaan oppilaiden taitoihin.

*Oppilasarviointi* kohdistuu Opettaja C:n ajattelussa muiden opettajien tavoin *sisällön hallintaan* sekä sen *ymmärtämiseen*, mutta myös oppilaiden *työskentelyyn ja tuntiaktiivisuuteen* ja siten kaiken kaikkiaan *opetussuunnitelman tavoitteiden toteutumiseen*. Arviointinsa Opettaja C perustaa *kyselemiseen* sekä *havainnoilleen* ja yleisen luokassa vallitsevan *ilmapiirin* aistimiseen. Kuten kaksi muutakin opettajaa, Opettaja C näkee oppilasarvioinnin tavoitteena *opiskelun ja oppimisen tukemisen*. Kuitenkin arvioinnilla on hänen näkemyksensä mukaan myös *oppilaita vertaileva merkitys*, jonka vuoksi arvioidessa oppilaille annetaan arvosanat. Lisäksi oppilaiden saama *palaute* on tärkeää, koska oppilaat sitä *haluavat saada* ja *oman osaamisensa tiedostaminen* on myös oppimista edistävä tekijä.

Viimein Opettaja C:n ajattelussa *matemaattinen tieto* jäsenyi koko matematiikan *opetus-opiskelu-oppimisprosessin* kontekstiksi. Hän luonnehti matemaattista tietoa käsitteineen *analogiseksi* ja niiden rakentumisen tapaa – kahden muun opettajan tavoin – *kumulatiiviseksi*. Sijoituessaan tähän kontekstiin edellä kuvatut tavoitteet sekä opiskelua ja oppimista tukevat seikat saavat matematiikan opetukselle ja opiskelulle ominaisia piirteitä. Erityisesti matemaattinen *käsitteenmuodostusprosessi* rakentuu lähtökohtaisesti oppilaiden *aiemmin opiskelemien sisältöjen* varaan. Lisäksi matemaattisia käsitteitä ja niiden rakentumista havainnollistetaan *konkreettisten välineiden ja analogioiden* avulla, jotka tukevat lopulta *tiedon rakenteen oivaltamista* ja ymmärtämistä.



## V JOHTOPÄÄTÖKSET

### *Kohti matematiikan opetuksen teoriaa*

*Tutkimukseni viidennessä osassa siirryn tapauksen tasolla tapahtuneesta matematiikan opetuksen empiirisestä tarkastelusta pohtimaan tutkimustulosten merkitystä ilmiön tasolla matematiikan opetuksen laadun sekä teoreettisen käsitteellistämisen näkökulmasta. Näin toimien vastaan tutkimukseni kolmeen jälkimmäiseen – luonteeltaan käytäntöä käsitteellistävään ja teoreettiseen – tutkimuskysymykseen.*

*Määrittelen ensin edellä kuvattuihin opettajien toiminta- ja ajattelutapoihin perustuen kunkin opettajan matematiikan opetukseen liittyvän opetuskäsityksen. Kuten edellä toiminta- ja ajattelutapojen määrittelyn yhteydessä, tarkastelen myös opetuskäsityksen osalta niin kaikille opettajille yhteisiä kuin heitä toisistaan erottavia käsitysten piirteitä. Toiseksi pohdin matematiikan opetuksen laatua, jolloin vertaan opettajien opetuskäsitysten välittämää kuvaa matematiikan opetuksesta suhteessa nykyiseen opetussuunnitelma-ajatteluun. Kolmanneksi kokoan tutkimustulokset teoreettisen ns. ”matematiikan opetuksen mallin” muotoon, jonka tavoitteena on lopulta käsitteellistää didaktisen kolmion sisältämää didaktista suhdetta (ks. Kansanen & Meri, 1999; luvut 3.2.3 ja 5.2 tässä tutkimuksessa). Tämä didaktisen suhteen uudelleenmallinnus ilmentää niitä tekijöitä, joiden avulla opettaja hahmottaa ammattinsa ydintä – oppilaan opiskelun ja oppimisen ohjaamista – erityisesti matematiikan opetuksen kontekstissa.*



## 12 Luokanopettajan matemaattinen opetuskäsitys

Puolimatka (2002, s. 11) toteaa, että pyrkiessään tiedostamaan toimintansa lähtökohtia opettaja joutuu ottamaan kantaa opetusta koskeviin teoreettisiin kysymyksiin, jotka liittyvät didaktisen teorian ohella myös erilaisiin tieto- ja oppimisteorioihin sekä ylipäättään käsitykseen todellisuuden luonteesta ja ihmisestä, arvoista ja moraalista. Hänen mukaansa nämä kannanotot ovat opetuksessa aina läsnä, vaikkei opettaja olisikaan niistä tietoinen (ks. myös Patrikainen, 1997). Tässä käsillä olevassa tutkimuksessa opettajien pedagogisen ajattelun ja toiminnan piirteitä käsitteellistetään soveltaen erityisesti opetus- ja oppimisteorioihin liittyvää käsitteistöä. Pedagogisessa keskustelussa on tyyppillistä – opetusta ja oppimista koskevan ajattelun historiallisiin vaiheisiin viitaten – tehdä selkoa toisaalta opetuksen behavioristisista ja toisaalta konstruktivistisista piirteistä. Tätä dimensiota hyödynnetään opettajia yhdistävien opetuskäsityksen piirteiden selkeyttämisessä. Opettajakohtainen opetuskäsityksen määrittely tarkoittaa puolestaan tämän matematiikan opetuksen yhteisen ”ytimen” painottamista ja eriytymistä kullekin opettajalle omalaatuisella tavalla. Näin *vastaan tutkimukseni kolmanteen päätutkimuskysymykseen:*

### 3. Millaisilla teoreettisilla käsitteillä luokanopettajan pedagogisen ajattelun ja toiminnan ilmentämää opetuskäsitystä voidaan kuvata?

Yleisenä huomiona opetuskäsitysten rakentumisesta voidaan todeta, että ne koostuvat elementeistä, jotka liittyvät 1) matematiikan opetuksen ja opiskelun tavoitteisiin, 2) opetus-opiskelu-oppimisprosessi kontekstiin, 3) opetustapahtuman yleiseen kulkuun ja siihen vaikuttaviin seikkoihin, 4) opiskelua ja oppimista tukeviin tekijöihin sekä 5) opettajan rooliin.

#### 12.1 Opettajia A, B ja C yhdistävä konstruktiiivinen opetuskäsitys

Kaikkia kolmea opettajaa yhdistävä opetuskäsitys piti sisällään – edellä mainittua opetus- ja oppimisteoreettista käsitteistöä käyttäen – *niin behavioristisia kuin konstruktivistisiakin piirteitä*. Rungas opettajan pedagogisen ajattelun ja toiminnan tutkimus sekä opetuksen piirissä tehty uskomustutkimus tukee tämänkaltaista havaintoa opettajan ajattelun ja toiminnan monimuotoisuudesta (ks. luku 1.3.3): Opettajien uskomusjärjestelmät voivat koostua monenlaisista, jopa keskenään ristiriitaisista uskomuksista. Myöskään opettajan ajattelun ja opetustapahtuman kuluksa havaittavan toiminnan suhde ei ole suoraviivainen. Lisäksi opettajan toimintaa rajoittavat luonnollisesti myös lukuisat muut opetus- ja opiskeluympäristössä vaikuttavat tekijät, joihin hän ei itse pysty juurikaan vaikuttamaan. Tämän tutkimuksen piirissä tukeudutaan mm. Patrikaisen (1997) esittämään näkemys siinä, että lopulta opettajan nähdään tarvitsevan laaja-alaista ymmärrystä monenlaisista opetus-opiskelu-oppimisprosessia ohjaavista käsityksistä. Viime kädessä opetuskäsityksessä

kuitenkin *painoutuivat konstruktivistiset opetuksen ja opiskelun ominaisuudet*. Tämä voidaan todeta vertaamalla kyseistä opetuskäsitystä esimerkiksi Raustevon Wrightin ja von Wrightin (1994) sekä Tynjälän (1999) esittämiin näkemyksiin konstruktivistisen oppimiskäsityksen pedagogisista seuraamuksista (ks. luku 4.2.2). Tähän havaintoon perustuen määrittelen kaikkia opettajia yhdistävän opetuskäsityksen *konstruktiviseksi opetuskäsitykseksi*. Käytän tässä – erityisesti opetuksen käsitteen määrittämässä – yhteydessä termiä ”konstrukttiivinen” erotuksena yleisesti käytössä olevasta termistä ”konstruktivistinen”, joka liitetään leimallisesti tiedon- tai oppimiskäsityksen yhteyteen eikä niinkään opetuskäsitykseen.

Opetuskäsityksen *behavioristiset* piirteet ilmenivät erityisesti *sisällön rakentumiseen* ja *oppitunnin kulkuun* liittyen. Opiskeltava *matemaattinen sisältö* oli jaoteltu *sisällöllisiin osa-alueisiin*, joita käsiteltiin tietyssä järjestyksessä ja joiden *haasteellisuuden taso* kasvoi opetus-opiskeluprosessin edetessä. Opettajan tehtävänä oli jatkuvasti *arvioida oppilaiden osaamisen ja ymmärryksen tasoa* ja siten *määritellä riittävä harjoittelun ja kertaamisen tarve*. Harjoittelu olikin oppituntien kulussa ajallisesti hallitsevin opetuksellinen vaihe. Behavioristiselle ajattelutavalle on ominaista, että monimutkaisetkin ilmiöt voidaan jakaa pienempiin osiin, ja riittävän harjoittelun avulla oppiminen etenee yksinkertaisten tietojen ja taitojen omaksumisesta monimutkaisten tietorakennelmien ja toimintojen hallintaan. (Ks. esim. Tynjälä, 1999; Puolimatka, 2002.) Tämä ajattelutapa perustuu *staattiseen tiedonkäsitykseen*, jolloin tieto nähdään valmiina, sopivan kokoisista osista koostuvana struktuurina, jonka ajatellaan olevan sellaisenaan siirrettävissä oppilaiden päähän. Matemaattisen tiedon luonnetta eriteltäessä ja opettajien matematiikkauskomuksia tutkittaessa tällaista näkemystä nimitetään *platonistiseksi* (ks. luku 1.3.4). Matemaattinen tieto nähdään silloin staattisena ja formaalina rakenteena, jota luonnehtii absoluuttisuus, eksaktius, erehtymättömyys ja objektiivisuus (ks. esim. Dossy, 1992; Thompson, 1992; Philipp, 2007; Kupari, 1999; Perkkilä, 2002).

Kokonaisuudessaan *matematiikan oppitunnit* noudattelivat ns. ”*suoran opetuksen*” kaavaa (ks. Kupari, 1999, ss. 41–42). Mahdollisen johdannon jälkeen opettaja opetti uuden asian, jota lopputunnin ajan harjoiteltiin – usein ensin yhteisesti ja sitten itsenäisesti oppikirjan tehtäviä ratkoen. Tämä tulos on samansuuntainen muutamien aiempien matematiikan opetusta tarkastelleiden tutkimusten kanssa (ks. esim. Patrikainen, 2001; Perkkilä, 2002). Esimerkiksi Norris ym. (1996) kuvailivat suomalaisen matematiikan oppitunnin toteutuvan perinteisenä opettajakeskeisenä frontaaliopetuksena. Käsillä olevan tutkimuksen mukaan opetus oli kuitenkin *opettajakeskeisyydestään* – tai pikemminkin opettajajohtoisuudestaan – huolimatta luonteeltaan pitkälti *vuorovaikutteista, opettajan ja koko luokan yhteistä kyselevää ja keskustelevaa kanssakäymistä*. Esittävää opetusta ilmeni erittäin harvoin ja vain vähäisessä määrin. Pehkonen ja Krzywacki-Vainio (2007, s. 160) toteavatkin, että vaikka opetuskysely ja -keskustelu tai oppilaiden itsenäinen työskentely eivät sinällään ole kovin nykyaikaisia tai innovatiivisia opiskelumenetelmiä, edellyttävät ne silti – konstruktivistisen periaatteiden mukaisesti – oppilaiden omaa

aktiivista ajattelua, toimintaa ja vastuunottoa oppimisestaan. Tätä ajatusta tukee myös tässä tutkimuksessa ilmenevä opettajien pohdinta siitä, miten merkittävässä roolissa oppilaiden opiskelu- ja sosiaaliset taidot sekä henkiset kyvyt ovat opiskelun ja oppimisen edistämisessä. Näin ollen opettajien ajattelun ja toiminnan ilmentämässä opetuskäsityksessä oppilasta ei lopulta asetettu passiiviseen tiedon vastaanottajan asemaan, vaan hänen oma aktiivisuutensa nähtiin merkittävänä tekijänä matematiikan opiskelussa ja oppimisessa.

Edellä kuvatuista behavioristisista matematiikan opetuksen ja opiskelun piirteistä huolimatta kaikkia opettajia yhdistävässä opetuskäsityksessä painotuitvat viimein *konstruktivistiset ominaisuudet*. Ne ilmenivät erityisesti – kuten aiemmin jo todettiin – *oppilaan aktiivisen roolin* sekä *tiedon rakentumisen periaatteiden ja hyödyntämisen* korostamisena sekä *ymmärryksen* näkemisenä matematiikan opiskelun ja oppimisen keskeisenä edellytyksenä. Toisaalta – samoin kuin Perkkilä (2002) on opettajien uskomuksia tutkiessaan todennut – nämä konstruktivistiset piirteet ilmenivät tässä tutkimuksessa voimakkaammin opettajien ajattelussa – heidän omaan toimintaansa liittämissä näkemyksissä ja perusteissa – kuin oppitunneilla selkeästi havaittavissa olevina toiminnan elementteinä.

Opettajia yhdistävän konstruktivisen opetuskäsityksen mukaan *oppilaskeskeisyys* edistää matematiikan opetuksen ja opiskelun tavoitteiden saavuttamista *opettajakeskeisiä* menetelmiä laaja-alaisemmin. *Opettajan rooli* nähdään merkittävänä opiskeltavan sisällön *osaamisen varmistamisessa* ja *ongelmien ennaltaehkäisemisessä*, kun taas *oppilaiden oma aktiivisuus* oppimisensa suhteen johtaa matemaattisen sisällön hallinnan lisäksi syvälliseen *ymmärrykseen* sekä matemaattisen *ajattelun kehittymiseen*. Opetuskäsityksen mukaan matematiikan opiskelun ja oppimisen perusta onkin viime kädessä matemaattisten sisältöjen ja ilmiöiden ymmärtäminen, vaikka mekaaninenkin laskutaito välttämätöntä. Tätä näkemystä kuvaa osuvasti Kuhsin ja Ballin (1986) erittely matematiikkauskomuksista johdettavista mahdollisista matematiikan opetus- ja opiskelukäytänteistä (ks. luku 1.3.4). Kuhs ja Ball erottavat jaottelussaan sisältökeskeisen, tehtävien suorittamista painottavan sekä sisältökeskeisen, mutta käsitteellistä ymmärtämistä painottavan opetuksen. Tehtävien suorittamista painottava sisältökeskeinen näkemys nostaa opetuksen keskiöön matemaattisen sisällön, jolloin ohjaava periaate on matemaattisten sääntöjen ja ratkaisutapojen hallinta – välineellinen näkökulma. Toisaalta korostettaessa matemaattisten käsitteiden ymmärtämistä merkittävää ei ole niinkään matemaattisten proseduurien mekaaninen käyttö, vaan ymmärrys matemaattisista ajattelutavoista, käsitteistä ja niiden välisistä suhteista.

Edelleen, konstruktivistisia periaatteita noudatellen, matematiikan opetus-opiskelu-oppimisprosessi rakentui huomioiden sekä *matemaattisen tiedon luonteen*, *oppilaiden aiemmat tiedot ja kokemukset* että *matemaattisen tiedon merkityksen elämässä yleensä* (ks. esim. Tynjälä, 1999; Puolimatka, 2002; Siljander, 2005). Matemaattinen tieto nähdään luonteeltaan *kumuloituvana* ja *abstraktina*. Siten konstruktivistisen opetuskäsityksen mukaan matemaattisen käsitteenmuodostusprosessin lähtökohtana on oppilaiden jo olemassa oleva

tietorakenne. Opiskeluprosessia tuetaan abstrakteja matemaattisia käsitteitä *havainnollistavilla* ja *konkretisoivilla* välineillä. Tässäkin keskeistä on oppilaiden oma aktiivisuus. Toiminnalliset ja oppilaiden kokemuksiin perustuvat opetuksen ja opiskelun keinot mahdollistavat omien ajatteluprosessien ilmentämisen ja niiden perustelemisen. Tämä puolestaan johtaa syvällisempään ajatteluun ja ymmärrykseen opiskeltavasta sisällöstä. Lisäksi sisältöjen yhdistäminen *todellisen elämän tilanteisiin* ja *oppilaiden omiin kokemuksiin* osoittaa heille matemaattisen tiedon elinkelpoisuutta ja toimivuutta käytännössä sekä toimii siten myös opiskelumotivaatiota ylläpitävänä voimana.

Näin ollen konstruktiviseen opetuskäsitykseen kuuluu oppilaan näkeminen aktiivisena tiedon ja oman ymmärryksensä rakentajana. Matemaattinen tieto ei ole vain valmiiksi muotoiltuja laskukaavoja, vaan myös toimintaa ja erilaisia ajattelutapoja, joiden ilmentäminen ja perusteleminen johtaa matemaattisten ilmiöiden syvälliseen ymmärtämiseen. Tämä ajattelutapa edustaa – vastakohtana staattiselle, platonistiselle näkemykselle – *dynaamista tiedonkäsitystä*, ja sitä voidaan nimittää *aristoteliseksi* näkemykseksi (ks. luku 1.3.4). Tällöin matemaattinen tieto ymmärretään prosessiksi ja inhimillisen kekseliäisyyden tuotteeksi, jolle on tyypillistä erehtyminen, muuttuminen ja kehittyminen. (ks. esim. Dossey, 1992; Thompson, 1992; Philipp, 2007; Kupari, 1999; Perkkilä, 2002). Lisäksi tässä kuvatun opetuskäsityksen mukainen käsitys matematiikasta tuo esiin matematiikan *instrumentaalista* arvoa. Matematiikkaa on ikään kuin työkalupakki, jota voidaan hyödyntää arkielämän ongelmanratkaisutilanteissa. (Ks. esim. Ernest, 1989a; 1989b; Pehkonen, 2001.)

Kuten aiemmin tämän tutkimuksen teoreettisia lähtökohtia kuvatessa todettiin, konstruktivismi ei ole luonteeltaan yhtenäinen vaan pikemminkin laaja ja moninainen oppimista (ja opetusta) koskeva näkemysten joukko (ks. luku 4.2.2). Näkemykset vaihtelevat sen suhteen, tarkastellaanko oppimista yksilön vai yhteisön tasolla sekä toisaalta liittyen objektiivisen tiedon mahdollisuuteen. Tässä tutkimuksessa ilmenevän matematiikan opetukseen ja opiskeluun liittyvän opetuskäsityksen voi nähdä edustavan *yksilökeskeistä* ja *heikkoa konstruktivismia*. Kuten edellä on todettu, opetuskäsityksen mukaan matematiikan opetus-opiskelu-oppimisprosessi on pitkälti opettajakeskeistä vuorovaikutteista opetusta. Yhteistoiminnalliset työskentelyn muodot, jolloin ymmärrystä opiskeltavasta sisällöstä rakennetaan aidosti sosiaalisissa ja vuorovaikutuksellisissa prosesseissa, ovat harvinaisia. Opetus toteutuu pääsääntöisesti opetuskyselynä tai -keskusteluna, johon – kylläkin – koko luokka osallistuu, mutta jossa tiedon rakentaminen on Terhartin (2003) sanoin pikemminkin opettajan johdolla tapahtuvaa tiedon uudelleen löytämistä (*re-discovering*) eikä niinkään tiedon keksimistä (*invention*) oppilaiden muodostamassa sosiaalisessa opiskeluyhteisössä. Opetuskäsityksessä huomio kiinnittyy lopulta *yksittäisten oppilaiden kognitiivisiin prosesseihin* eikä yhteisölliseen tiedon hankintaan ja prosessointiin.

Lisäksi, pitkälti matemaattisen tiedon luonteeseen vedoten, opettajia yhdistävä opetuskäsitys ilmensi pikemminkin *heikkoa, tiedon objektiivisuuden sallivaa* kuin radikaalia, tiedon ainutlaatuisuutta korostavaa konstruktivistista



näkemyistä. Matemaattista tiedon luonnetta kuvasi vahvasti staattisuus, täsmällisyys ja loogisuus, vaikkakin jossain määrin tuotiin esiin myös matemaattisen tiedon luovaa ja epämääräistä, arvioihin ja omiin tai ”vääriin” ratkaisutapoihin perustuvaa puolta. Heikon konstruktivismin edustajat suhtautuvat tiedon ainutkertaisuuteen ja tulkinallisuuteen maltillisesti, mutta ymmärtävät oppimisen silti tiedon konstruointiprosessina (ks. esim. Ernest, 1991).

Konstruktivistinen ajattelutapa on saanut osakseen myös kritiikkiä (ks. luku 4.2.2). Tämän tutkimuksen kannalta osuvaa kritiikkiä esittää mm. Lehto (2005), joka toteaa, että *konstruktivismi ei huomioi riittävästi oppilaiden erilaisia persoonallisuuden piirteitä ja opiskeluvaihtoehtoja*. Konstruktivismin näkee hänen mukaansa oppilaiden aktiivisuuden ja motivaation ikään kuin valmiina ominaisuutena, joka vain otetaan käyttöön. Edellä jo todettiin, että tässä tutkimuksessa opettajat kuitenkin mainitsevat *oppilaiden opiskelu- ja sosiaaliset taidot sekä henkisen kasvun merkittävänä opiskeluun ja oppimiseen vaikuttavina seikkoina*. Oppilaskeskeisyyden periaatteiden noudattaminen ei aina ole ongelmatonta opetustapahtuman kulussa. Ja toisaalta nämä sosiaalis-affektiiviset tekijät ovat matemaattisen sisällön hallinnan ja muiden kognitiivisten tavoitteiden ohella yhtälailla opiskelun ja oppimisen kohteena.

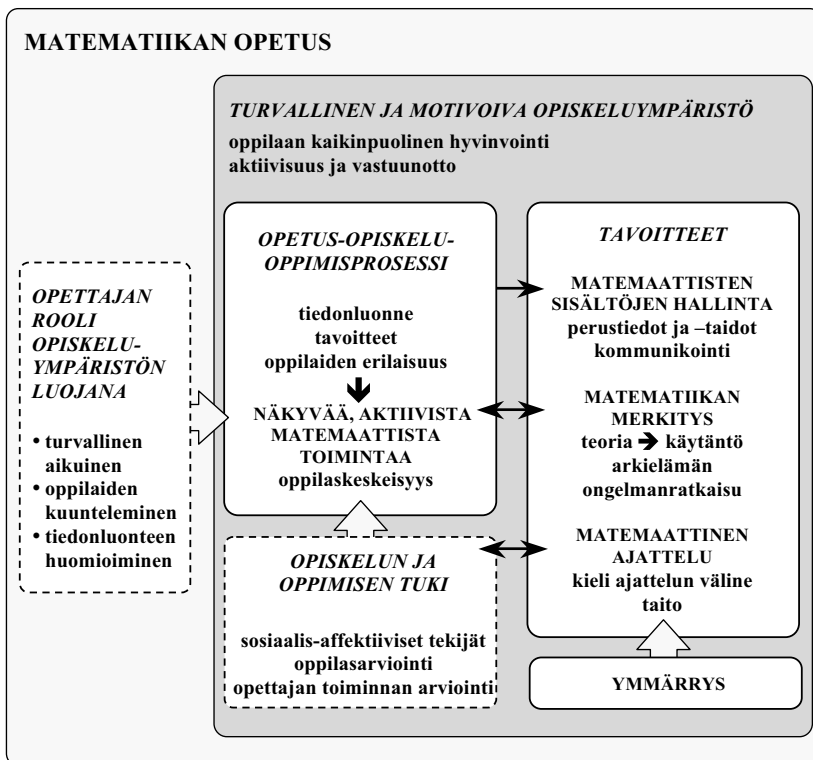
Tästä seikasta seuraa myös toinen konstruktivismiin – erityisesti sen radikaaliin muotoon – kohdistuva kritiikin aihe, joka on syytä nostaa esiin käsillä olevan tutkimuksen puitteissa. Jussila (1999) ja Terhart (2003) muistuttavat ettei konstruktivismin – tiedon subjektiivisuuden ja oppilaiden oman aktiivisuuden – nimissä voi kuitenkaan *kyseenalaistaa koulun ja opettajan merkitystä*. Koulu ja opettaja ovat keskeisessä ja vastuullisessa roolissa oppilaan kasvaessa ja kehittyessä yhteiskunnan täysivaltaiseksi jäseneksi. Nykypäivänä lapsi elää jatkuvasti lisääntyvän tietomäärän ja moninaisten arvojen keskellä. Opettajaa tarvitaan avuksi tarkoituksenmukaisten tietojen, taitojen ja ajattelutapojen omaksumiseen, josta lapsi yksin tuskin selviäisi. Tässä tutkimuksessa määrittävän opetuskäsityksen mukaan opettaja on selkeästi se henkilö, jonka tehtävänä on huolehtia opetus-opiskelu-oppimisprosessin etenemisestä tavoitteiden suunnassa sekä oppilaiden osaamisen varmistamisesta ja mahdollisten ongelmien havaitsemisesta. Vaikka – aiemmin kuvattuun tapaan – oppilaiden aktiivisuus ja vastuunotto ovat oppimisen kannalta tärkeää, *opettajalla on viime kädessä vastuullinen rooli suhteessa opiskeltavan sisällön valintaan että oppilaiden opiskelun ja oppimisen tukemiseen*.

Yhteenvedona voidaan todeta, että oleellista edellä kuvatussa – opettajien pedagogisen ajattelun ja toiminnan ilmentämisessä – konstruktivisessa opetuskäsityksessä on erityisesti oppilaan näkeminen aktiivisena oman oppimisensa edistäjänä sekä matematiikan opetus-opiskelu-oppimisprosessin perustaminen lähtökohtaisesti oppilaan aiemmille tiedoille ja omakohtaisille kokemuksille. Tässä prosessissa huomioidaan myös matemaattisen tiedon ominaisluonne. Tieto on kumuloituvaa, mutta myös abstraktia, joten opiskeluna tukena käytetään matemaattisia käsitteitä havainnollistavia välineitä ja muita toiminnallisia menetelmiä. Matemaattisen sisällön hallinnan lisäksi opetuksen ja opiskelun tavoitteena on matemaattisen ajattelun kehittyminen ja matematiikan merki-

tyksen havaitseminen. Nämä seikat toimivat samalla myös opiskeluun motivoivina ja oppimista syventävinä tekijöinä. Viimein keskeisenä matematiikan opetuksen ja opiskelun tavoitteena pidetään pikemminkin opiskeltavien sisältöjen ymmärtämistä kuin mekaanista ulkooppimista. Tämän opetuskäsityksen mukaan opettajalla on vastuullinen rooli tarkoituksenmukaisen opiskelu- ja oppimisympäristön laatijana sekä edellä kuvatun matematiikan opiskelu- ja oppimisprosessin ohjaajana ja tukijana.

## 12.2 Opettaja A:n humanistis-konstruktiivinen opetuskäsitys

Kuvio 12.1 tiivistää edellä luvuissa 10 ja 11 kuvatun tarkastelun Opettaja A:n pedagogisesta ajattelusta ja toiminnasta. Kuvion lähtökohtana on ollut opetuksen perustekijöitä ilmentävä kuvio 3.1 (ks. luku 3.2.2), mutta lopullisen muotonsa se on saanut kyseisen opettajan toiminta- ja ajattelutapojen jäsentymisen ja niiden ominaispiirteiden mukaan.



Kuvio 12.1. Pedagoginen ajattelu ja toiminta, Opettaja A.

Opettaja A:n pedagogisessa ajattelussa ja toiminnassa on merkittävää – kahden muuhun opettajaan verraten – erityisesti *turvallisen ja oppilaita motivoivan opiskeluympäristön* vaaliminen, minkä Opettaja A näkee olevan *opettajan vastuullinen tehtävä*. Itse matematiikan opetus ja opiskelu näyttäytyy ennen kaikkea matematiikan tiedonluonteen, opiskelun tavoitteiden ja oppilaiden erilaisuuden huomiovana *toimintana*, jossa oleellista on *oppilaiden oma aktiivisuus ja vastuunotto*. Tätä toimintaa tukevat toisaalta *sosiaalis-affektiiviset* tekijät – oppilaiden henkinen kasvu sekä opiskelu- ja sosiaaliset taidot – ja toisaalta opettajan jatkuva *arviointi* ja oppilaille antama palaute. Viime kädessä matematiikan opetuksen ja opiskelun tavoitteena on *ymmärtämiseen* perustuva matemaattisten *sisältöjen hallinta* sekä *matematiikan merkityksen* havaitseminen ja *matemaattisen ajattelun* kehittyminen, joilla on merkitystä myös matematiikan oppilaita motivoivina ja aktivoivina tekijöinä.

Opettaja A:n pedagogista ajattelua ja toimintaa on kuvattu käsillä olevassa tutkimuksessa seikkaperäisesti ja useista näkökulmista käsin. Tähän kuvaukseen perustuen määrittelen Opettajan A:n matematiikan opetukseen liittyvän opetuskäsityksen tarkemmin *humanistis-konstruktivistiseksi opetuskäsitykseksi*.

Opettaja A:n humanistispainotteisen, konstruktivisen opetuskäsityksen mukaan *oppilas on aktiivinen ja vastuullinen toimija* suhteessa omaan opiskeluunsa. Opetus-opiskelu-oppimisprosessin kulussa hänellä on oikeus saada opetusta ja opiskella uusia asioita. Lopulta on tärkeää, että oppilas myös tiedostaa sen, mitä on oppinut.

Matematiikkaan liittyvien *sisällöllisten tietojen ja taitojen* lisäksi tavoitteena on oppilaiden *opiskelu- ja sosiaalisten taitojen* – kuten oma-aloitteisuuden, keskittymisen, sääntöjen noudattamisen ja yhteistyötaitojen – kehittyminen. Edelleen tärkeää on oppilaan *henkinen kasvu*, johon sisältyy motivaatio, itseluottamus ja vastuunotto. Kuitenkin Opettaja A toteaa, että oppilaiden luonne ja kyvyt sekä asennoituminen ja mahdolliset pelot matematiikan opiskelua kohtaan vaikuttavat näiden sosiaalis-affektiivisten tavoitteiden saavuttamiseen. Ne eivät suinkaan ole oppilaille itsestään selviä ja helposti noudatettavissa.

Matematiikan *opetus-opiskelu-oppimisprosessi* koostuu tämän opetuskäsityksen mukaan oppilaita motivoivasta ja aktivoivasta, *mielekkäästä toiminnasta*. Opetuksessa tulee huomioida lähtökohtaisesti *oppilaiden erilaisuus* ja tarjota heille valinnan mahdollisuuksia opiskelunsa suhteen. Lisäksi matematiikan opetuksen ja opiskelun tulee tarjota oppilaille *mahdollisuuksia ottaa itse vastuuta* oppimisestaan ja siten *toimia ja ajatella aktiivisesti*. Opettaja A näkee, että opetus- ja opiskelutapahtuman vuorovaikutteisuus mahdollistaa sen, että opettaja voi huomioida oppilaiden ajattelua ja heidän työskentelynsä tuloksia sekä puuttua opiskelussa mahdollisesti ilmeneviin ongelmakohtiin.

Opettaja A:n pedagogisen ajattelun ja toiminnan ilmentämä humanistis-konstruktivinen opetuskäsitys pitää *opettajaa vastuullisena ja turvallisena aikuisena*, joka auttaa oppilaita opiskelussa, ja jolle oppilaat saavat ilmaista kaikenlaiset tunteensa. Opettajan tehtävänä on *tukea oppilaita matematiikan*

*opiskelun ja oppimisen ongelmakohdissa.* Opettajan avun tulee olla riittävää ja pitkäjänteistä. Hän ei saa jättää oppilaita yksin heidän kohtaamisensa ongelmien kanssa eikä rankaista tehdyistä virheistä. Tämän opetuskäsityksen mukaan virheet kuuluvat kaikkeen opiskeluun ja ovat siksi sallittuja. Opettajan *kannustaa ja rohkaisee* oppilaitaan sekä antaa heille positiivista palautetta. Hänellä on lähtökohtaisesti *positiivinen asenne* oppilaiden kykyjä ja kehittymismahdollisuuksia kohtaan.

Humanistis-konstruktiiiviselle opetuskäsitykselle on Opettaja A:n ajattelun ja toiminnan mukaan ominaista, että *opettaja osoittaa kiinnostustaan ja arvostustaan oppilaita kohtaan.* Hän huomioi oppilaiden ajatuksia kuunnellen niitä ja keskustellen niistä oppilaiden kanssa. Opettaja *ottaa huomioon myös oppilaiden tunteet* ja pyrkii ehkäisemään heidän matematiikan opiskelua kohtaan tuntemaansa ahdistusta sekä muistuttaa heitä siitä, ettei heidän tarvitse selvittää opiskelustaan yksin.

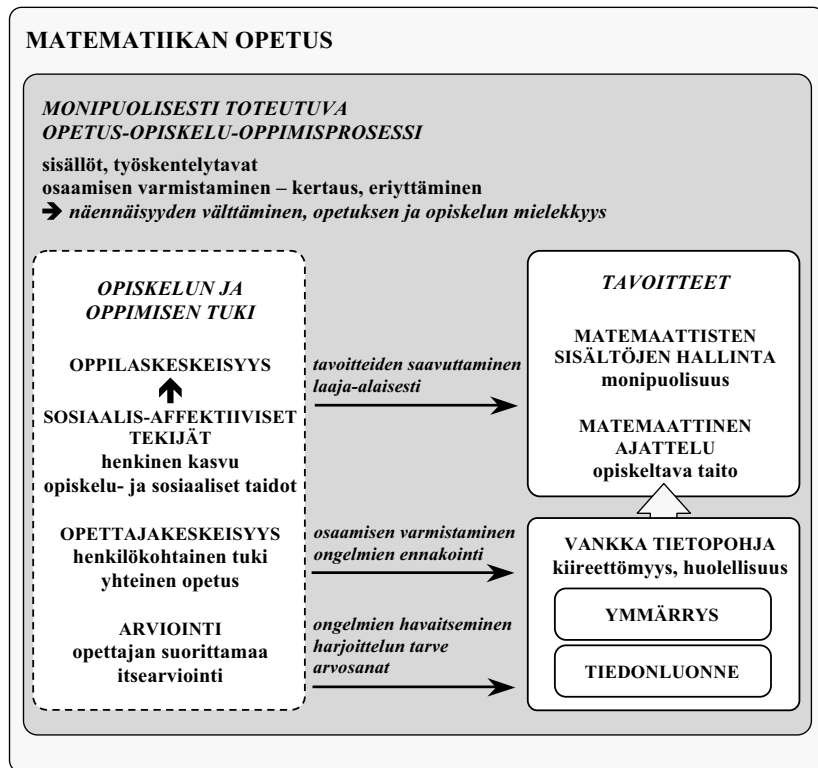
Kaiken kaikkiaan Opettaja A:n ajattelun ja toiminnan ilmentämän humanistis-konstruktiiivisen opetuskäsityksen voidaan tulkita osoittavan opettajan läheistä ja empaattista suhtautumista oppilasta kohtaan (vrt. Patrikainen, 1999; ks. myös Rauste-von Wright & von Wright, 1994). Oppilaan omaa ajattelua ja itsenäisyyttä kunnioitetaan. Matematiikan opetuksen ja opiskelun tavoitteena on oppilaan oppimisen ja ihmisenä kasvamisen tukeminen. Opetuksessa ja opiskelussa korostuu oppilaan yksilöllisyys ja ainutlaatuisuus sekä hänen itsemääräämisen tarve. Toisaalta tämä vapaus tuo mukanaan myös vastuuta, jolloin merkittävää on oppilaan aktiivisuus, tavoitteisuus ja itseohjautuvuus. Näitä oppilaan ominaisuuksia ja kykyjä ei voida kuitenkaan pitää itsensänselvyyksinä ja ne asettavatkin matematiikan opetukselle ja opiskelulle sisällön hallintaa laajemmat tavoitteet omine haasteineen. Opettajan tehtävänä on turvallisen sekä oppilaan hyvinvointia ja kaikinpuolista kehittymistä tukevan opiskelu- ja oppimisympäristön luominen, jonka puitteissa oppilaalla on mahdollisuus kehittää edellä mainittuja inhimillisiä kykyjään, taitojaan ja ominaisuuksiaan. Opettaja on ennen kaikkea vastuullisesti toimiva ja turvallinen aikuinen, joka kunnioittaa oppilasta ja osoittaa olevansa hänestä kiinnostunut sekä auttaa opiskelun edistämisessä ja ottaa vastaan kaikenlaiset tunteiden osoitukset.

### 12.3 Opettaja B:n kognitiivis-konstruktiiivinen opetuskäsitys

Kuvio 12.2 tiivistää edellä luvuissa 10 ja 11 kuvatun tarkastelun Opettaja B:n pedagogisesta ajattelusta ja toiminnasta. Kuvion lähtökohtana on ollut opetuksen perustekijöitä ilmentävä kuvio 3.1 (ks. luku 3.2.2), mutta lopullisen muotonsa se on saanut kyseisen opettajan toiminta- ja ajattelutapojen jäsentymisen ja niiden ominaispiirteiden mukaan.

Opettaja B:n pedagogisessa ajattelussa ja toiminnassa keskeiseen asemaan – kahteen muuhun opettajaan verraten – nousee mahdollisimman *monipuolisesti toteutuva matematiikan opetus-opiskelu-oppimisprosessi*, jonka tavoitteena on matemaattisten *sisältöjen hallinnan* ohella erityisesti matemaattisten

*ajattelun taitojen kehittyminen.* Matematiikan opetuksessa ja opiskelussa tulee huolehtia *vankan tietopohjan* syntymisestä, joka rakentuu huolellisesti ja kii-  
reettömästi opiskellen sekä matemaattisen *tiedon ominaisuuteen* ja *ymmär-  
ryksen* vaateet huomioiden. Oleellista tässä opetus-opiskelu-oppimisproses-  
sissa on juuri sen monipuolisuus suhteessa opiskeltaviin sisältöihin ja käytet-  
tyihin työmuotoihin sekä oppilaiden osaamisen varmistaminen riittävän kerta-  
tamisen ja tarkoituksenmukaisen eriyttämisen avulla. Näin Opettaja B pyrkii  
välttämään opettajan ja oppilaiden toiminnan näennäisyyden ja luomaan sen  
sijaan *mielekkäitä* opetus- ja opiskelutilanteita. Edelleen merkittävään rooliin  
matematiikan opiskelussa Opettaja B asettaa *sosiaalis-affektiiviset tekijät* –  
oppilaiden henkisen kasvun sekä opiskelu- ja sosiaaliset taidot. Näistä, oppi-  
laiden henkilökohtaisista ominaisuuksista, kyvyistä ja taidoista riippuu pit-  
kälti heidän opiskelunsa ja oppimisensa laatu. Opettajan roolin Opettaja B nä-  
kee vahvasti *opiskelun ja oppimisen tukijana, varmistajana ja arvioijana.*



**Kuvio 12.2.** Pedagoginen ajattelu ja toiminta, Opettaja B.

Opettaja B:n pedagogista ajattelua ja toimintaa on kuvattu tämän tutkimuksen kulussa yksityiskohtaisesti sen eri näkökohtia analysoiden. Tähän kuvaukseen

perustuen määrittelen Opettajan B:n matematiikan opetukseen liittyvän opetuskäsityksen tarkemmin *kognitiivis-konstruktiviseksi opetuskäsitykseksi*.

Opettaja B:n kognitiivis-konstruktivisessa opetuskäsityksessä huomio kiinnittyy ensisijaisesti *oppilaan mielensisäisiin kognitiivisiin prosesseihin*. Matematiikan opiskelu ja oppiminen on pääsääntöisesti ajattelua ja pohdintaa ja viimein matemaattisten ilmiöiden ymmärtämistä ja opitun tiedon soveltamista uusissa yhteyksissä.

Matematiikan opetuksen ja opiskelun tavoitteena on siis *matemaattisen ajattelun kehittyminen*, jossa keskeistä on pikemminkin ajattelun strategiat kuin oikeaan vastaukseen päätyminen. Oleellista on, että oppilas oppii pohtimaan sekä kertomaan ja perustelemaan omia ajattelu- ja ratkaisutapojaan. Näitä taitoja tavoiteltaessa on syytä välttää mekaanista laskutaitoa, koska se ei Opettaja B:n mukaan edistä *ajattelustrategioiden* kehittymistä ja *ymmärtämistä* samalla tavoin kuin esimerkiksi ongelmanratkaisu ja voi johtaa virheelliseen ja pinnalliseen oppimiseen. Matemaattiseen ajatteluun kuuluu läheisesti myös *matemaattinen kielellinen ilmaisu*. Merkittävää lopulta on opitun tiedon tai taidon *soveltaminen* edelleen uusissa tilanteissa ja uusia ongelmia ratkottaessa.

Matemaattisen tiedon prosessointi ja ongelmanratkaisu koostuu kognitiivis-konstruktivisen opetuskäsityksen piirissä ongelman havaitsemisesta, olennaisen tiedon tunnistamisesta, ongelman tarkemmasta muotoilusta sekä saadun ratkaisun merkityksen tulkinnasta. Tämä *matemaattinen tiedonkäsitteilyprosessi* vaatii usein täsmällisiä, loogisia ja johdonmukaisia ajattelustrategioita, mutta myös luovempia keinoja, jolloin matemaattinen ajattelu näyttäytyy erilaisten tai jopa epämääraisten ratkaisutapojen hyödyntämisenä. Lisäksi oleellista tämän opetuskäsityksen mukaan on *omien ajattelumallien perusteleminen*. Matematiikka on luonteeltaan täsmällistä ja loogista, joten myös hyödynnettyjen ratkaisutapojen tulee olla samanlaisia ja perusteltuja. Ajattelu- ja ratkaisutapoihin tulee suhtautua *kriittisesti*. Niitä tulee perustella ja saatujen vastauksia arvioida, jotta niiden oikeellisuudesta voidaan varmistua.

Matemaattisen ajattelun välineenä toimii sekä *puhuttu* että *kirjoitettu kieli*. Matematiikan täsmällinen kirjoittaminen ja puhuminen edistävät opiskeltavien sisältöjen mieleen painamista ja ennen kaikkea niiden ymmärtämistä. Ajattelun ja opiskelun tukena hyödynnettävä kieli voi Opettaja B:n opetuskäsityksen mukaan sisältää myös itse keksittyjä termejä ja merkintätapoja, jos ne edistävät oppimista virallista tai opettajan käyttämää kieltä tarkoituksenmukaisemmalla tavalla. Myös *konkreettisia, havainnollistavia välineitä ja kuvia* voidaan käyttää oman ajattelun tukena. Viime kädessä matematiikan opiskelu ja oppiminen edellyttävät oppilaalta myös *metakognitiivisten tietojen ja taitojen* harjoittelua ja omaksumista. Niiden avulla oppilas voi arvioida itse omia ajattelu- ja ratkaisutapojaan sekä omaa osaamistaan.

Opettaja B:n pedagogisen ajattelun ja toiminnan ilmentämä kognitiivis-konstruktivinen opetuskäsitys asettaa *oppilaan* ennen kaikkea *tiedonprosessioijan rooliin*. Oppilas nähdään ympäristönsä havainnoijana, aktiivisena ajattelijana sekä konstruoimansa tiedon soveltajana. Oppimisen kannalta merkit-

tävää on oppilaan *aktiivisuus* ja *vastuunotto* omasta opiskelustaan, mikä jotta usein onnistumisiin. Oppilaalta odotetaan myös oma-aloitteisuutta ja kykyä itsenäiseen työskentelyyn. Opiskelu vaatii itseluottamusta ja uskoa omaan kykyihinsä. Oppilaan on oltava sitkeä ja sietävä opiskelussa eteen tulevia epäonnistumisia. Riittävän vahvalla motivaatiolla on suuri merkitys oppilaan aktiivisuuden lisääntymisessä.

Opettaja B on havainnut, että *oppilaiden asenteeseen* ja *motivaatioon* matematiikan opiskelua kohtaan vaikuttavat opiskeltavan asian tärkeyden ymmärtäminen sekä sen yhteyksien havaitseminen oppilaalle jo entuudestaan tuttuihin asioihin, kuten myös erilaisten ratkaisutapojen tai sopivasti haasteellisten tehtävien pohtiminen. Oppilas ei kuitenkaan aina kykene täysin asettumaan siihen rooliin, jota tässä kuvattu opetuskäsitys häneltä odottaa, Opettaja B toteaa. Oppilaiden kykyihin ja asenteisiin vaikuttavat annetut opiskelutehtävät sekä oppilaan luonne ja persoona. Aiemmin opittujen tietojen ja taitojen soveltaminen uusissa yhteyksissä ei ole aina helppoa. Oppilaat voivat myös turhautua, jos eivät saa riittävästi tuoda omaa ajatteluaan esille. Toisaalta oppilaat eivät aina viitsi toimia oma-aloitteisesti ja ottaa vastuuta omasta oppimisestaan, vaan pyrkivät suoriutumaan tehtävistään vain näennäisesti. Tähän voivat vaikuttaa oppilaiden heikot opiskelutaidot ja siten heikko itseluottamus. Myös opettajan henkilökohtainen ohjaaminen voi heikentää oppilaiden aktiivisuutta.

Pohdittaessa *matematiikan opetus-opiskelu-oppimisprosessin* kulkua kognitiivis-konstruktiiivisen opetuskäsityksen mukaan uuden opiskelun *lähtökohdana* tulee olla *aiemmin opiskellut matemaattiset sisällöt*, koska matemaattinen tieto on luonteeltaan kumuloituvaa. Näin ollen opettajan on aluksi selvitettävä oppilaiden ennakkokäsityksiä. Lisäksi myös oppilailla ilmenevät mahdolliset virheelliset käsitykset tai ajattelutavat voivat olla kiinnostava lähtökohta uusille pohdintoille. Luonnollisesti opetuksen ja opiskelun etenemiseen vaikuttavat oppilaiden osaamisen ja ymmärryksen taso. Opettaja B korostaa, että matemaattiset sisällöt tulee opiskella huolella ja kiireettömästi, jotta *tietoperustasta tulee vankka* ja oppilaiden on sen avulla helpompi opiskella taas uusia asioita.

Tämän kognitiivisesti painottuneen opetuskäsityksen piirissä opetus-opiskelu-oppimisprosessi ymmärretään – yksilöllisen tiedonprosessoinnin lisäksi – myös *sosiaalisena tapahtumana*. Vuorovaikutteinen opetus ja opiskelu yhdessä opettajan ja muiden oppilaiden kanssa aktivoivat oppilasta pohtimaan käsiteltävää asiaa syvemmin ja keskustelemaan siitä. Oppilaat kokevat yhteistyön muiden kanssa erityisen toimivaksi silloin, kun he kokevat hyötyvänsä ja oppivansa siitä. Vuorovaikutteisen opiskelun ongelmana on kuitenkin se, että jotkut oppilaat voivat häiriintyä suuressa oppilasryhmässä ilmenevästä hälinästä. Eikä yhteistyö ole aina edes mahdollista, kuten esimerkiksi perinteisissä koetilanteissa. Tämän Opettaja B näkee oleellisena ristiriitana. Viime kädessä matematiikan opetuksen ja opiskelun tulee toteutua monipuolisesti ja oppilaita aktivoiden. Opettaja B:n mukaan *oppilaskeskeiset* ja *toiminnalliset* työmuodot ovat oppilaita motivoivia ja siten aktivoivia opiskelun tapoja. Ne

myös mahdollistavat oppilaiden omakohtaisen vastuunoton sekä tarjoavat mahdollisuuksia oppilaiden väliselle yhteistyölle.

Opettajan tehtävänä tässä kognitiivis-konstruktivisen opetuskäsityksen mukaisessa matematiikan opetus-opiskelu-oppimisprosessissa on erityisesti *ohjata oppilaita ajattelemaan ja pohtimaan aktiivisesti*. Lisäksi hänen vastuullaan on luonnollisesti havainnoida oppilaiden virheellisiä ajattelumalleja, varmistaa osaamista kertauksen ja eriyttämisen avulla sekä antaa oppilaille palautetta.

Yhteenvetona Opettajan B:n pedagogiseen ajatteluun ja toimintaan perustuvan kognitiivis-konstruktivisen opetuskäsityksen voidaan tulkita painottavan tiedon prosessointia ja sen vaatimia kognitiivisia ajatteluprosesseja (vrt. esim. Rauste-von Wright & von Wright, 1994; Patrikainen, 1999). Tämän opetuskäsityksen mukaan opiskelu ja oppiminen määritellään aktiiviseksi tiedon prosessoinniksi. Tietoa ei voida suoraan siirtää, vaan oppijan on se itse konstruoitava. Oleellista tässä on opiskelun ja oppimisen perustuminen aiemmin opituille asioille. Matemaattinen tiedon prosessointi etenee ristiriidan tai ongelman havaitsemisesta sen pohdinnan ja tarvittavan tiedon hankinnan kautta saadun ratkaisun merkityksen tulkintaan. Matematiikan opetuksen ja opiskelun tavoitteena viime kädessä on jäsentynyt ajattelu ja sitä selittävät periaatteet sekä matemaattisten ilmiöiden ymmärtäminen ja opitun tiedon soveltaminen uusissa tilanteissa. Oppilas nähdään näin ollen aktiivisena tiedon prosessoijana ja itsenäisenä ajattelijana. Erityisenä mielenkiinnonkohteena ovat hänen mielensisäiset ajatteluprosessinsa. Huomioitavaa on myös tämän matemaattisen ajattelun luonne, joka on toisaalta loogista ja toisaalta luovaa sekä myös kriittistä ja perusteltua. Oppilaalta edellytetään kykyä oma-aloitteiseen ja aktiiviseen toimintaan sekä oman toiminnan tiedostamiseen ja arviointiin. Opettajan tehtävänä on puolestaan ohjata ja tukea oppilaiden työskentelyä – edistää oppilaiden aktiivista ajattelua ja pohdintaa, antaa palautetta ja lopulta varmistaa ja vahvistaa opittua. Lopulta opetuksen ja opiskelun tulee toteutua monipuolisesti, huolellisesti ja kiireettömästi. Erityisesti oppilaskeskeisten työmuotojen nähdään edistävät oppilaiden omaa aktiivista ajattelua ja toimintaa. Opiskelu ja oppiminen voi toteutua myös sosiaalisena ja vuorovaikutuksellisenä prosessina, vaikka huomio kiinnittyykin usein yksilön kognitiivisiin prosesseihin. Tavoitteena on vankka tietopohja, jonka varassa oppilaiden on helppoa opiskella jälleen uusia asioita.

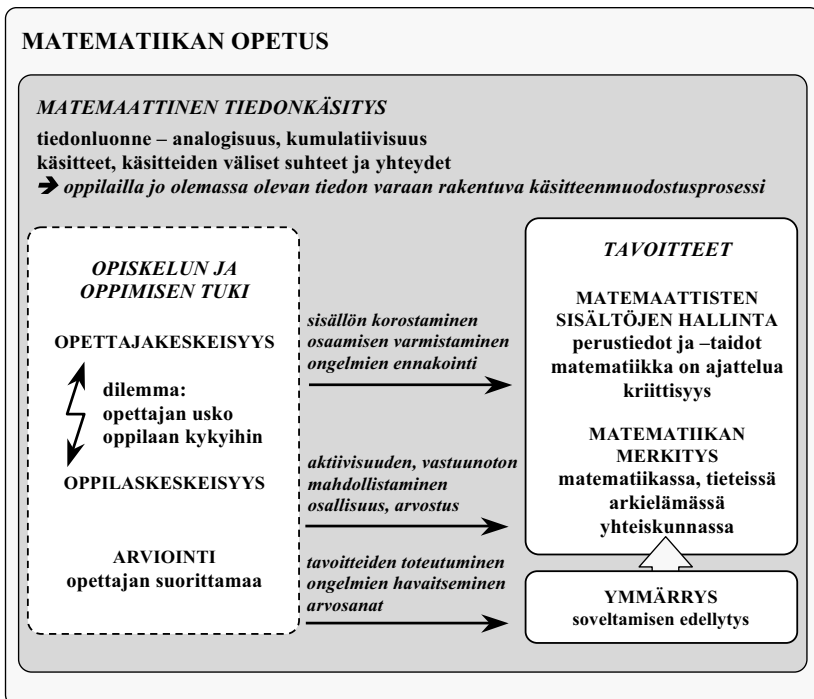
#### **12.4 Opettaja C:n kontekstuaalis-konstruktivinen opetuskäsitys**

Kuvio 12.3 tiivistää edellä luvuissa 10 ja 11 kuvatun tarkastelun Opettaja C:n pedagogisesta ajattelusta ja toiminnasta. Kuvion lähtökohtana on ollut opetuksen perustekijöitä ilmentävä kuvio 3.1 (ks. luku 3.2.2), mutta lopullisen muotonsa se on saanut kyseisen opettajan toiminta- ja ajattelutapojen jäsentymisen ja niiden ominaispiirteiden mukaan.

Opettaja C:n pedagogisessa ajattelussa ja toiminnassa korostuu – kahteen muuhun opettajaan verraten – matematiikan opetuksen ja opiskelun tavoitteet:



matemaattisten *sisältöjen hallinta*, mutta erityisesti näiden opiskeltujen tietojen ja taitojen hyödyntäminen ja soveltaminen, jonka ehtona on ymmärtäminen. Toisin sanoen Opettaja C pyrkii *matematiikan merkityksen laaja-alaiseen ilmentämiseen*, jolloin valotetaan matematiikan roolia niin sen omassa kontekstissa kuin muillakin tieteenaloilla sekä arkielämässä ja laajemmin myös yhteiskunnan kehittymisen tasolla. Tämänkaltaisen *yhteyksien osoittaminen* ilmenee – edellä mainitun matemaattisen tiedon hyödyntämisen lisäksi – myös opetuksen ja opiskelun kontekstina näyttäytyvässä matemaattisessa *käsitteenmuodostusprosessissa*. Oleellista tässä on matemaattisten käsitteiden välisten suhteiden ja mahdollisten analogioiden havaitseminen, joka lähtökohdaisesti rakentuu oppilailla jo olemassa olevien tietojen ja kokemusten varaan. Opiskelun ja oppimisen tukemisessa Opettaja C tasapainoilee toisaalta *opettajakakeskeisyyden* ja toisaalta *oppilaskeskeisyyden* välillä. Opettajana hänen on välillä vaikeaa luottaa oppilaiden kykyihin ja siirtää vastuuta heille itselleen, vaikka se luokin oppilaille osallisuuden ja arvostuksen tunnetta. Opettajan tehtävänä onkin lopulta *tuoda opiskeltava sisältö* tarkoituksenmukaisella tavalla *esille, ennakoida mahdollisia ongelmia* sekä *arvioida* osaamisen tasoa.



Kuvio 12.3. Pedagoginen ajattelu ja toiminta, Opettaja C.

Opettaja C:n pedagogista ajattelua ja toimintaa on kuvattu käsillä olevan tutkimuksen piirissä seikkaperäisesti ja nostaan esiin sen eri puolia. Tähän kuvaukseen perustuen määrittelen Opettajan C:n matematiikan opetukseen liittyvän opetuskäsityksen tarkemmin *kontekstuaalis-konstruktiiviseksi opetuskäsitykseksi*.

Opettaja C:n kontekstuaalis-konstruktiivisessa opetuskäsityksessä keskeiseksi huomion kohteeksi nousee *ymmärrys matematiikan laaja-alaisesta merkityksestä*, jota tarkastellaan sekä matematiikan omassa kontekstissa että koulu-elämän ulkopuolisessa, *yhteiskunnallisessa ja jokapäiväisessä elämässä*.

Tämän opetuskäsityksen piirissä matematiikan *opiskelu, oppiminen ja opitun hyödyntäminen* kiteytyvät kolmeen toisiinsa yhteydessä olevaan teki-jään – matemaattiseen *ajatteluun*, *ymmärtämisen* saavuttamiseen sekä tiedon *merkityksen* havaitsemiseen ja sen soveltamiseen: Omien matemaattisten ajattelutapojen ilmentäminen ja niiden perusteleminen edistää opiskeltavien ilmiöiden ymmärtämistä. Ymmärtäminen puolestaan on niin mekaanisen osaamisen perusta kuin edellytys matemaattisen tiedon soveltamiselle ja hyödyntämiselle uusissa tilanteissa ja erilaisissa konteksteissa.

Opettaja C:n ajattelussa ja toiminnassa näinä erilaisina *konteksteina* – joissa opiskeltavaa matemaattista sisältöä tarkastellaan sekä opittuja tietoja ja taitoja edelleen hyödynnetään – ilmenevät *matematiikka itsessään* sekä matematiikan *laajempi, todellisen elämän konteksti*. Molemmissa konteksteissa matemaattisen *tiedon luonteella* on merkittävä vaikutus sen suhteen millaiseksi matematiikan opetus-opiskelu-oppimisprosessi muotoutuu. Tässä tarkasteltavan opetuskäsityksen mukaan matemaattisen tiedon rakentuminen ymmärretään luonteeltaan *kumuloituvaksi* – uudet sisällöt rakentuvat jo olemassa olevien käsitteiden, tietojen ja taitojen varaan. Matemaattisille ilmiöille ja käsitteille on ominaista myös se, että niiden ominaisuuksia tarkemmin tarkasteltaessa voidaan havaita toisaalta samankaltaisuuksia ja analogisia piirteitä. Lisäksi samaa matemaattista ilmiötä tai ongelmaa voidaan kuvata useilla erilaisilla käsitteillä, ratkoa usein eri keinoin ja soveltaa useissa erilaisissa yhteyksissä – ja toisaalta myös päinvastoin. Toisin sanoen matemaattista tietoa voidaan tarkastella ja pohtia erilaisten *suhteiden ja yhteyksien* sekä *vertailuiden ja analogioiden* avulla.

Näin ollen sekä matematiikan omassa kontekstissa että sen laajemmissa elämän yhteyksissä matematiikan opetuksen ja opiskelun *lähtökohtana* ovat – kontekstuaalis-konstruktiivisen opetuskäsityksen mukaan – oppilaiden *aiemmin opiskelemat tiedot ja taidot* sekä heidän *oma kokemusmaailmansa*. Lisäksi opiskeltavia *sisältöjä valitessa* tulee valintaa pohtia suhteessa siihen, mikä asema yksittäisellä sisällöllä on *koko matemaattisen ilmiön tai tietorakenteen* kannalta. Toisaalta tulee huomioida myös sisällön merkitys *arkielämän ongelmanratkaisutilanteissa*.

Matematiikan merkitys sen *omassa – oppiaineen tai tieteenalan – kontekstissa* ilmenee Opettaja C:n ajattelussa ja toiminnassa pääsääntöisesti opetustapahtuman toteutumiseen liittyvänä tekijänä, erityisesti matematiikan *opiskelun ja oppimisen tukijana*. Matemaattisen tiedon luonteeseen viitaten

opetuksessa huomio voidaan kiinnittää yksittäiseen ilmiöön tai käsitteeseen, koska se toimii *havainnollisena erimerkkinä* matemaattisten käsitteiden *ominaisuuksista* ja käsitteiden välisistä *suhteista* yleensäkin. Samoin tarkastellaan käsitteiden välisiä *analogioita*. Lisäksi käsitteiden ominaisuuksia ja suhteita opiskellessa voidaan hyödyntää *konkreettisia välineitä ja piirroksia*. Kaikki nämä seikat *ilmentävät ja havainnollistavat matemaattisen tiedon luonnetta ja rakentumista*. Toisaalta viittaukset oppilaille entuudestaan tuttuihin sisältöihin ovat uuden opiskelua ylipäättään selkeyttävä ja nopeuttava seikka.

Opettaja C:n edustaman kontekstuaalis-konstruktivisen opetuskäsityksen mukaan *matematiikan merkitys* matematiikan omaa kontekstia ja kouluopiskelua *laajemmin* on ilmeistä. Matematiikka on *osa elämää*, ja oppilaiden on syytä olla siitä *tietoisia*. Matemaattiset ilmiöt esiintyvät niin jokapäiväisessä elämässä kuin yhteiskunnassa yleisestikin. Usein matematiikkaan liittyvä ilmiöt ovat – myös oppilaiden näkökulmasta – hyvinkin *ajankohtaisia asioita*. Opettaja C näkee, että matemaattisella tiedolla on käytännöllistä ja yhteiskunnallista merkitystä myös sen vuoksi, että se ilmentää toisaalta *yhteiskunnan muutosta* ja toisaalta myös itse *matematiikan kehittymistä* tieteenalana ajan kulussa. Lähelle jokaista ihmistä matematiikka tulee osoittaessaan käyttökelpoisuutensa *arkielämässä hyödynnettävänä välineenä*. Matemaattisia tietoja ja taitoja sovelletaan monissa käytännön elämän tilanteissa. Näin ollen on Opettaja C:n mielestä tärkeää, ettei oppilaille jää matematiikan opiskelusta ikäviä muistoja tai pelkoja, jotka voisivat haitata matematiikan käyttöä jokapäiväisessä elämässä. Jokapäiväiseen arkielämään ja yhteiskuntaan liittyvä matemaattinen tieto ja sen merkityksen havaitseminen on lopulta myös oppilaita *motivoiva* ja siten heidän aktiivisuutta ja ymmärrystä lisäävä tekijä.

Opettajan ja oppilaiden rooli tämän opetuksen ja opiskelun kontekstia painottavan opetuskäsityksen osalta muotoutuu pitkälti konstruktivistisia periaatteita noudatellen. *Oppilas* nähdään *aktiivisena ja vastuullisena toimijana* oman ymmärryksensä ja osaamisensa edistämisessä. Vuorovaikutteinen opetus ja opiskelu edistävät tätä oppilaiden motivaatiota, aktiivisuutta ja vastuunottoa sekä yhteistyötä muiden oppilaiden kanssa. *Opettajan* tehtävänä on tyypillisesti *ennakoida* opiskelussa mahdollisesti ilmeneviä *ongelmia* sekä *auttaa* oppilaita heidän opiskelussaan.

Viimein Opettaja C painottaa *opettajakeskeisyyden* merkitystä. Siten opettajalla on – oppilaiden auttamisen ja ohjaamisen lisäksi – mahdollisuus *korostaa* opiskeltavien matemaattisten sisältöjen keskeisiä ominaisuuksia sekä käsitteiden välisiä yhteyksiä, jonka hän näkee edistävän ymmärtämistä ja oppimista. Opettajakeskeisyyden huonona puolena on kuitenkin se, että se *vie oppilailta mahdollisuuden* omaehtoiseen *aktiiviseen toimintaan ja oivaltamiseen*. Oppilaiden oma aktiivisuus tuottaa heille myös osallisuuden ja arvostuksen tunteen, joka on tärkeää. Opettaja C:n on välillä vaikea uskoa oppilaiden omiin kykyihin toimia aktiivisesti ja ottaa vastuuta. Hän kuitenkin näkee, että positiivisten kokemusten myötä opettajan usko oppilaiden kykyihin voi vahvistua, ja opettaja voi itsekin oppia ajattelemaan asioista uudella tavalla.

Kokonaisuudessaan Opettaja C:n pedagogiseen ajatteluun ja toimintaan perustuvan kognitiivis-konstruktivisen opetuskäsityksen voidaan tulkita korostavan matematiikan erilaisten ilmenemiskontekstien ja eri yhteyksien tarkastelua, joka osoittaa matematiikan laaja-alaista merkitystä. Matematiikka on muutakin kuin laskemista – sillä on moninaista tieteellistä ja yhteiskunnallista sekä jokaista ihmistä henkilökohtaisesti koskettavaa arvoa. Oleellista kouluelämässä on sekä opettajan että oppilaiden irrottautuminen koulu- ja opiainesidonnaisuudesta, jotta matematiikan merkitys voidaan havaita ja ymmärtää erilaisissa konteksteissa – matematiikassa ja muilla tieteenaloilla, yhteiskunnassa yleensä ja jokapäiväisissä arkielämän tilanteissa. Opettajan ja oppilaiden rooleissa sekä heidän välisessä kanssakäymisessään ilmenee tasapainoilu opettajan vastuun ja oppilaiden oman aktiivisuuden välillä. Viime kädessä opettaja asettuu ohjaajan ja tietynlaiseen huolenpitäjän asemaan. Hän pyrkii varmistamaan, että oppilaat havaitsevat ja ymmärtävät matematiikan merkityksen ja kykenevät käyttämään sitä hyödykseen myös koulun ulkopuolisessa elämässä ja tulevaisuudessaankin asti.

### 13 Matematiikan opetuksen laatu

Edellä olen kuvannut tässä tutkimuksessa osallisena olevien opettajien pedagogisen ajattelun ja toiminnan ilmentämää konstruktivistista opetuskäsitystä, joka on tarkentunut opettajakohtaisesti humanistis-konstruktiviseksi, kognitiivis-konstruktiviseksi ja kontekstuaalis-konstruktiviseksi käsitykseksi matematiikan opetuksesta. Opetuskäsitysten tarkastelussa hyödynnettiin opetus- ja oppimisteoreettista käsitteistöä, joka perustuu pitkälti behavioristisen ja konstruktivistisen ajattelutavan muodostamalle ulottuvuudelle. Näiden opetus- ja oppimisteoreettisten käsitteiden avulla on mahdollista pohtia myös matematiikan opetuksen toteutumista suhteessa opetussuunnitelmaan. Nykykäsityksen mukaan matematiikan opetuksen ja opiskelun tulisi toteutua erityisesti sosio-konstruktivistisia periaatteita noudatellen. Näihin pohdintoihin tukeutuen esitän kokonaisuudessaan vastauksen *tutkimukseni neljänteen päätutkimuskysymykseen*:

#### 4. Millaisena matematiikan opetuksen laatu ilmenee suhteessa opetussuunnitelma-ajatteluun?

Pohdittaessa matematiikan opetuksen laatua verrataan edellä määriteltyjä opetuskäsityksiä opetussuunnitelman perusteissa esitettyyn käsitykseen eräällä tapaa ideaalista matematiikan opetuksesta. Peruskoulun opetussuunnitelman perusteita 1994 on aiemmin tässä tutkimuksessa luonnehdittu ajattelutavaltaan *konstruktivistiseksi* ja vuoden 2004 Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteita puolestaan – näkökulmaa tarkentaen – *sosio-konstruktivistiseksi* (ks. luku 4.2.3). Tämän tutkimuksen opettajia yhdistävän konstruktivistisen opetuskäsityksen voi sanoa noudattelevan hyvin pitkälle näissä opetussuunnitelman perusteissa määriteltyjä matematiikan opetuksen ja opiskelun tavoitteita ja periaatteita, vaikka keskeisiä eroja on myös havaittavissa. Tämä havainto konkretisoi aiemmin tässä tutkimusraportissa esitettyjä Kansanen (2003; 2004) ja Uljensin (1997) näkökantoja opetussuunnitelmasta opettajan työtä ohjaavana tekijänä (ks. luku 3.2.1). Kansanen pitää opetussuunnitelmaa opettajan työtä ensisijaisesti ohjaavana dokumenttina, jonka – yhteiskunnasta johtuvan – arvomaailman opettajan tulee sisäistää. Uljens puolestaan näkee opetussuunnitelman yhtenä opetuksen historiallisen ja kulttuurisen kontekstin osana, jonka toteutumista luokahuoneessa opettaja itse – kuin osaltaan myös oppilaat – lopulta pitkälti säätelee.

Konstruktivistisen opetussuunnitelma-ajattelun mukaisesti oppiminen nähdään aktiivisena tiedon konstruomisena, jossa oppilaalla itsellään on merkittävä rooli. Kaikkien kolmen opettajan ajattelun ja toiminnan kuvastamassa konstruktivisessa opetuskäsityksessä opiskelua ja oppimista tarkastellaan useimmiten *yksittäisen oppilaan toiminnan, kognitiivisten ajatteluprosessien sekä persoonallisten luonteenpiirteidensä ja kykyjensä* näkökulmasta. Opiskelun ja oppimisen näkeminen sosiaalisena ja oppilaidenkin keskuudessa tapahtuvana vuorovaikutuksellisenä prosessina ei tässä opetuskäsityksessä juuri-

kaan ilmene. Tältä osin opetuskäsitys muistuttaa siis pikemminkin Peruskoulun opetussuunnitelman perusteiden 1994 mukaista, yksilökeskeistä konstruktivismia kuin Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden 2004 painottamaa sosiaalista näkökulmaa. Siten matematiikan opetuksessa ja opiskelussa näkyy edelleen *perinteinen, itsenäisen opiskelun kulttuuri* yhteistoiminnallisten työskentelyn muotojen sijaan. Toisaalta tämä seikka voi johtua osittain siitä, että tutkimuksen aineiston on kerätty vuosina 2003–2005, jolloin uudet opetussuunnitelman perusteet (2004) eivät olleet vielä käytössä (Opettajat A ja B) tai olivat vasta tulleet voimaan (Opettaja C).

Opetussuunnitelman perusteissa matematiikan opetus, opiskelu ja oppiminen määritellään myös tavoitteellisena ja kontekstisidonnaisena prosessina. Opettajia yhdistävässä konstruktivisessa opetuskäsityksessä *tavoitteisuus* toteutuu selkeästi *opettajan työskentelyä ohjaavana tekijänä*, mutta oppituntien kulussa opetuksen ja opiskelun tavoitteet eivät ilmene oppilaille yhtä näkyvästi ja suoraan. Suomalaisessa opetuksen tutkimuksessa erityisesti Uljens (1997) on nostanut keskeisesti esiin myös oppilaiden intentiot ja heidän tavoitteellisen toimintansa (ks. luku 3.2.1). Uljens toteaa, että opiskelu on oppilaiden tietoista pyrkimistä jonkin heidän määrittelemänsä kompetenssin saavuttamiseksi. Hän näkee, että pedagogisesta vuorovaikutuksesta puhuminen on mahdotonta, ellei ajatella, että opetustapahtuman molemmat osapuolet – opettaja ja oppilaat – ovat intentionaalisia toimijoita. Yrjönsuuri (1991; 1993) puolestaan ottaa vielä jyrkemmän kannan ja toteaa, ettei opetuksesta voida edes puhua, ellei sekä opettajan että oppilaiden intentiot kohdistu toisiinsa. Tosin hän puhuu opetuksesta yleensä, sitomatta sitä koulutodellisuuteen, jossa kyseisen vaatimuksen toteutuminen on usein mahdotonta. Kansanen (2003; 2004) toteaaakin, että vaikka opetuksen tavoitteisuus koskee yhtäläillä oppilaita kuin opettajaakin, vaatii oppilaiden huomion suuntaaminen opetussuunnitelman tavoitteisiin opettajalta usein suostuttelua ja motivointia.

*Kontekstisidonnaisuus* ilmenee konstruktivisessa opetuskäsityksessä puolestaan *arkielämän tilanteiden ja oppilaiden omien kokemusten hyödyntämisinä* opetustapahtuman lähtökohtana. Usein myös opiskelun kulussa *ratkottavat tehtävät sijoittuvat oppilaille tuttuihin, todellisen elämän tilanteisiin*. Sen sijaan opiskeltujen matemaattisten sisältöjen laaja-alainen soveltaminen tai monipuolinen integroiminen muihin oppiaineisiin tai elämän ilmiöihin oli opetus- ja opiskeluprosessin kulussa harvinaisempaa. Vesterinen (2011) – mediakasvatusta tutkiessaan – tuo esiin erilaisia näkökulmia opetuksen ja opiskelun ainedidaktiseen tarkasteluun. Hän puhuu toisaalta ainedidaktiikasta, joka rakentuu opiskeltavan sisällön ympärille ja toisaalta taas näkökulmasta, jossa ainedidaktiikka ymmärretään oppiainerajat ylittävänä eheyttämisenä huomion kiinnittyessä kasvatuksen peruskysymyksiin. Vesterisen esittämää ajattelutapaa hyödyntäen käsillä olevan tutkimuksen piirissä opetuskäsitys ei juurikaan huomioi matematiikan laajempia sovellysyhteyksiä tai eheyttämisen kysymyksiä. Tarkastelu jää lähinnä matematiikan soveltamiseen muissa matemaattisissa yhteyksissä ja arkielämän tilanteissa. Kuitenkin – jos irrottaudutaan matematiikan opetuksen ja opiskelun sisällöllisistä ja kognitiivisista ta-

voitteista – oppilaiden toimintaan liittyvät sosiaalis-affektiiviset tekijät mieltäytyivät opettajia usein, ja siten matematiikan opiskelun kautta saavutettavat yleiset kasvatukselliset tavoitteet nousivat mielenkiinnon kohteeksi.

Konstruktiivisen opetuskäsityksen ilmentämän matematiikan opetuksen laatua voidaan pohtia myös suhteessa opetussuunnitelman perusteissa määriteltuihin *matematiikan opetuksen ja opiskelun tavoitteisiin*. On tietysti ilmeistä, että keskeisimmäksi tavoitteeksi nousee *matemaattisten perustietojen ja -taitojen hallinta* niin opetussuunnitelmassa kuin konstruktiivisessa opetuskäsityksessäkin. Opetussuunnitelma-ajattelun hengessä abstrakteja matemaattisia käsitteitä opiskeltaessa opettajat suosivat havainnollistavien ja konkreettisten oppimateriaalien käyttöä sekä toiminnallisia työskentelyn menetelmiä. Viime kädessä opetuskäsityksessä korostetaan *ymmärtämisen* merkitystä opiskeltavien sisältöjen mekaanisen hallinnan perustana, johon mm. matemaattisen tiedonluonteen havainnollistaminenkin tähtää. Opetussuunnitelman perusteissa tuodaankin selkeästi esiin tavoite matemaattisten käsitteiden ja käsite rakenteiden ymmärtävästä oppimisesta, joka luo vankan pohjan edelleen uusien sisältöjen opiskelulle.

*Matemaattisen ajattelun* kehittymisen osalta opettajia lähtökohtaisesti yhdistävässä konstruktiivisessa opetuskäsityksessä tuodaan opetussuunnitelma-ajattelun mukaisesti esiin ajattelun *kaksitahoista* – toisaalta loogista ja toisaalta taas luovaa – *luonnetta*. Lisäksi korostetaan *kommunikoinnin taitojen* – matematiikan kirjoittamisen ja puhumisen – osuutta ajattelua aktivoivana ja syventävänä tekijänä. Huomattavaa kuitenkin on, että ongelmanratkaisu ei tällaista asemaa saa, vaikka opetussuunnitelmassa se tuodaan vahvasti esiin opetuksen ja opiskelun periaatteena. Opetus-opiskelu-oppimisprosessin kulussa ongelmanratkaisu näyttäytyy satunnaisten ongelmatehtävien ratkomisena, muttei esimerkiksi ongelmanratkaisustrategioiden opiskeluna tai opetuksen ja opiskelun ongelmakeksisyytenä ja työskentelymenetelmänä. Yleisessä koulua koskevassa keskustelussa matematiikan opetuksen kritiikki kohdistuu juuri näihin kahteen seikkaan. On tutkimustuloksiin vedoten todettu, että matematiikan opetuksessa ei juurikaan kyetä kehittämään oppilaiden matemaattista ajattelua ja ongelmanratkaisutaitoja (ks. esim. Kupari, 1999; Pehkonen & Seppälä, 2007; luku 1.1 tässä tutkimuksessa).

Kuten edellä on useaan kertaan tuotu esiin, *matematiikan merkitys* on opettajien ajattelun ja toiminnan ilmentämän konstruktiivisen opetuskäsityksen keskeisiä elementtejä niin tavoitteena kuin opiskeluun motivoivanakin tekijänä. Opetussuunnitelman perusteissa tämä tavoite on vuoden 1994 ja 2004 perusteita selkeästi erottava seikka (ks. luku 4.2.3; taulukko 4.2). Peruskoulun opetussuunnitelman perusteissa 1994 matematiikan merkitystä valotetaan usealta eri kannalta: yksilön ja yhteiskunnan, tieteen ja arkielämän sekä matematiikan tuottaman hyödyn ja toisaalta mielihyvän näkökulmasta. Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa 2004 matematiikan merkitystä tuodaan esiin lähinnä vain yksilön näkökulmasta matematiikan välineellistä arvoa korostaen. Tämän tutkimuksen piirissä matematiikan merkitys tuotiin esiin erityisesti *matematiikan omassa kontekstissa* sekä *arkielämän kannalta*. Toisaal-

ta opettajia yhdistävä konstruktiivinen opetuskäsitys ei sisältänyt juurikaan viittauksia matematiikan laajempiin yhteyksiin muiden tieteenalojen tai yhteiskunnan osalta. Myöskään matematiikkaan kuuluvien älyllisten haasteiden tai matematiikan kauneuden tuottamaa mielihyvää ei opettajien ajattelussa tai toiminnassa ilmennyt.

Viimein opetussuunnitelman perusteissa todetaan, että matematiikan opiskelu ja sen merkitys on nähtävä laskutaitojen opiskelua laajemmin. Matematiikka vaikuttaa oppilaan henkiseen kasvuprosessiin sekä edistää hänen tavoitteellista toimintaa ja sosiaalista vuorovaikutusta. Nämä matematiikan opetuksen ja opiskelun *sosiaalis-affektiiviset tavoitteet* kuuluivat myös opettajien ajatteluun ja toimintaan perustuvaan konstruktiiviseen opetuskäsitykseen. Oppilaan opiskelu- ja sosiaalisilla taidoilla sekä henkisellä kasvulla nähdään olevan merkitystä matematiikan opetus-opiskelu-oppimisprosessin toteutumiseen erityisesti sen osalta, kuinka opettaja- tai oppilaskeskeisesti opetus- ja opiskelutoimintaa voidaan toteuttaa.

Kaiken kaikkiaan tässä tutkimuksessa kuvatussa matematiikan opetuksen laadun osalta voidaan todeta, että kaikkea kolmea opettajaa yhdistävä konstruktiivinen opetuskäsitys noudattelee pääsääntöisesti konstruktivistisen opetussuunnitelma-ajattelun periaatteita. Toisaalta opetussuunnitelma-ajattelun ja opettajia yhdistävän opetuskäsityksen välillä on havaittavissa myös jotain merkittäviä eroja. Tätä kuvaa matematiikan opetuksen laadusta täydentävät kuitenkin eritavoin painottuvat opettajakohtaiset opetuskäsitykset, jotka korostavat ominaisella tavallaan matematiikan opetuksen humanistista, kognitiivista ja kontekstuaalista luonnetta.

Keskeisimpinä yhdistävinä seikkoina esiin nousevat oppilaan aktiivisen roolin korostaminen sekä opetuksen ja opiskelun sitominen lähtökohtaisesti ja kontekstiltaan oppilaiden aiempiin tietoihin ja arkielämän kokemuksiin. Tämä ilmeni selkeästi myös kaikissa opettajakohtaisesti määrittyneissä opetuskäsityksissä.

Kuitenkin opettajia yhdistävässä konstruktiivisessa opetuskäsityksessä korostuu pikemminkin yksilökeskeinen ja itsenäinen opiskelu kuin yhteisöllinen tiedon konstruointi. Ominaisesti vain Opettaja B:n kognitiivis-konstruktivistiseen opetuskäsitykseen sisältyi ajatus opiskelun ja oppimisen sosiaalisesta ja vuorovaikutteisesta luonteesta. Lisäksi – vaikka oppilaille tutut arkielämän tilanteet olivat opetuksessa usein läsnä – jää matemaattisten ilmiöiden tarkastelu laajemmissa elämän yhteyksissä tai muiden tieteenalojen ja oppiaineiden piirissä vähälle. Myös opiskeltujen tietojen ja taitojen monipuolinen soveltaminen on vähäistä ja se rajautuu usein vain oppikirjan tehtäviin tai muihin matematiikan tunnin aktiviteetteihin. Poikkeuksen tästä kuitenkin tekee Opettaja C:n ajatteluun ja toimintaan perustuva kontekstuaalis-konstruktiivinen opetuskäsitys. Tämän opetuskäsityksen piirissä korostuu erityisesti matematiikan merkityksen laaja-alainen ilmentäminen niin eri tieteenaloilla kuin yhteiskunnallisesti ja jokaista ihmistä henkilökohtaisesti koskettavana elämän ilmiönä.



Matematiikan opetuksen ja opiskelun tavoitteiden osalta merkittävin yhdistävä tekijä on erityisesti matemaattisen sisällön – perustietojen ja -taitojen – hallinnan tavoittelu. Tässä mekaaninen laskutaito nähdään välttämättömänä, mutta viime kädessä sisältöjen oppimisen perustana on matemaattisten ilmiöiden ymmärtäminen. Matemaattisen käsitteenmuodostusprosessin tukena käytetään abstrakteja käsitteitä havainnollistavia ja konkretisoivia välineitä sekä omakohtaisia kokemuksia tuottavia toiminnallisia työmuotoja.

Muina samansuuntaisina tavoitteina esiintyvät toisaalta täsmällisen ja loogisen ja toisaalta taas luovan matemaattisen ajattelun kehittyminen sekä matematiikan merkityksen havaitseminen. Keskeisimpinä eroina näitä tavoitteita tarkastellessa havaitaan erityisesti opettajien konstruktivisessa opetuskäsityksessä heikkoon asemaan jäävä opetuksen ja opiskelun ongelmakeskeisyys sekä matematiikan merkityksen rajautuminen lähinnä vain sen välineelliseen arvoon matematiikan harrastamisen tuottaman mielihyvän jäädessä huomiotta.

Kuitenkin – kuten edeltä jo kävi ilmi – Opettaja C:n kontekstuaalis-konstruktiviselle opetuskäsitykselle on ominaista matematiikan monipuolisen ilmenemiskontekstien sekä laaja-alaisen merkityksen painottaminen. Matemaattinen ajattelu esiintyi puolestaan keskeisenä elementtinä erityisesti – Opettaja B:n kognitiivis-konstruktivisessa opetuskäsityksessä. Tämän opetuskäsityksen mukaan huomio opetus-opiskelu-oppimisprosessissa kiinnittyy ensisijaisesti oppilaiden kognitiivisiin ajatteluprosesseihin. Oppiminen ymmärretään tiedon monipuolisena käsittelynä ja oppilas nähdään siten tiedonprosessoija ja itsenäinen ajattelija. Opettajan tehtävänä on edistää ja ohjata oppilaiden aktiivista ajattelua ja pohdintaa.

Konstruktivisessa opetuskäsityksessä tuodaan esiin myös se keskeinen seikka, että matematiikan myötä voidaan tavoitella myös oppilaan kaikinpuolista persoonallisuuden kasvua niin oppijana kuin ihmisenäkin. Tämä näkökulma matematiikan opetukseen ja opiskeluun oli merkittävässä asemassa erityisesti Opettaja A:n humanistis-konstruktivisessa opetuskäsityksessä. Tämän opetuskäsityksen piirissä korostuu opettajan ja oppilaan läheinen suhde. Opetuksessa kunnioitetaan oppilaan yksilöllisyyttä ja itsensä toteuttamisen tarvetta. Opettajan vastuulla on turvallisen ja oppilaan kaikinpuolista hyvinvointia edistävän opiskelu- ja oppimisympäristön luominen.

## 14 Didaktisen suhteen käsitteellistäminen ja uudelleen mallintaminen

Edellä luvussa 12 olen tarkastellut tutkimukseni empiirisistä tuloksista johdettuja opettajien opetuskäsityksiä sekä esittänyt ne käsitteellisessä muodossa määritellen kaikkia opettajia yhdistävän sekä jokaiselle heille ominaisen opetuskäsityksen. Tähän määrittelyyn perustuen esitän seuraavaksi tutkimustuloksiani viime kädessä tiivistävän synteesin. Synteesin avulla pyrin käsitteellistämään ja mallintamaan opettajien opetuskäsitysten ilmentämää didaktisen kolmion sisältämää didaktista suhdetta, jonka tämän tutkimuksen piirissä nähdään edustavan teoreettisesti tutkittavaa ilmiötä – matematiikan opetusta sekä siihen liittyvää opettajan pedagogista ajattelua ja toimintaa. Näin esitän kokonaisuudessaan vastauksen *tutkimukseni viidenteen päätutkimuskysymykseen*:

### 5. Millaisena käsitteellisenä mallina didaktista suhdetta voidaan kuvata erityisesti matematiikan ainedidaktisessa kontekstissa?

On tavallista, kuten didaktisen kolmion ahkera hyödyntäminen opetuksen tutkimuksessa osoittaa, että opetustapahtumaa kuvataan usein kolmen tekijän avulla: opettaja, oppilas ja sisältö. Kuitenkin tämä kolmiosainen käsitys opetuksen perustekijöistä on saanut osakseen myös kritiikkiä. Yhtenä keskeisimmistä kritiikin aiheista on se, että tällöin ei eksplisiittisesti huomioida opetustapahtuman kontekstisidonnaisuutta, erityisesti sen yhteiskunnallisia sidoksia ja yhteiskunnasta oikeutuksensa saavaa merkitystä (ks. esim. Uljens, 1997; Klingberg, 1995). Tähän kritiikkiin on vastannut mm. Kansanen (2003; 2004), joka huomauttaa opetuksen laajemman kontekstin tulevan huomioitua didaktisen kolmion sisältökulman kautta. Opetuksen sisältö laajenee opetussuunnitelmaan ja viimein yhteiskuntaan. Näin hän katsoo kontekstin olevan automaattisesti mukana opetuksen tarkastelussa.

Käsillä olevan tutkimuksen piirissä päädyn puolestani – toisaalta kritiikkiin vastaten ja toisaalta kritiikin kritiikistä huolimatta – laajentamaan opetuksen tarkastelun neljän tekijän muodostamaksi kokonaisuudeksi. Didaktisen kolmion sisältämän opettajan, oppilaan ja sisällön lisäksi neljäntenä tekijänä esitän ”elämänpiirin” -käsitteen. Näin ollen didaktinen kolmio laajenee neljännen kärkipisteensä kautta tetraedrin muotoon, jolloin myös didaktinen suhde näyttäytyy aiempaan monimuotoisempana (ks. kuvio 3.3).

Elämänpiirin käsitettä kuvataan ja määritellään tarkemmin myöhemmin tässä luvussa, mutta tässä kohtaa esitän muutamia perusteita elämänpiirin käsitteen tarpeellisuuden puolesta. Edellä mainittu kritiikki didaktisen kolmion kontekstisidonnaisuuden vähäistä näkyvyyttä kohtaan näyttäytyy käsillä olevan tutkimuksen empiirisen aineiston ja siitä tehtyjen tulkintojen valossa aiheelliselta. Jokaisen tutkimukseen osallistuneen opettajan opetuskäsityksessä tuotiin vahvasti esille matematiikan, peruslaskutaitoa laajempi, ilmeneminen

ja merkitys ihmisen jokapäiväisessä elämässä sekä yhteiskunnassa yleisemminkin. Matematiikan yhteydet todelliseen, käytännön elämään nähtiin niin matematiikan opetuksen ja opiskelun tavoitteena kuin myös opetus-opiskelu-oppimisprosessin lähtökohtana ja sisällön tarkastelun viitekehyksenä. Opettajat pitivät tärkeänä sitä, että jokainen oppilas ymmärtää matematiikan arvon omassa elämässään. Matematiikan arkielämän sekä laaja-alaisempien yhteiskunnallisten yhteyksien ja merkityksen havaitseminen on myös oppilaita matematiikan opiskeluun erityisesti motivoiva seikka.

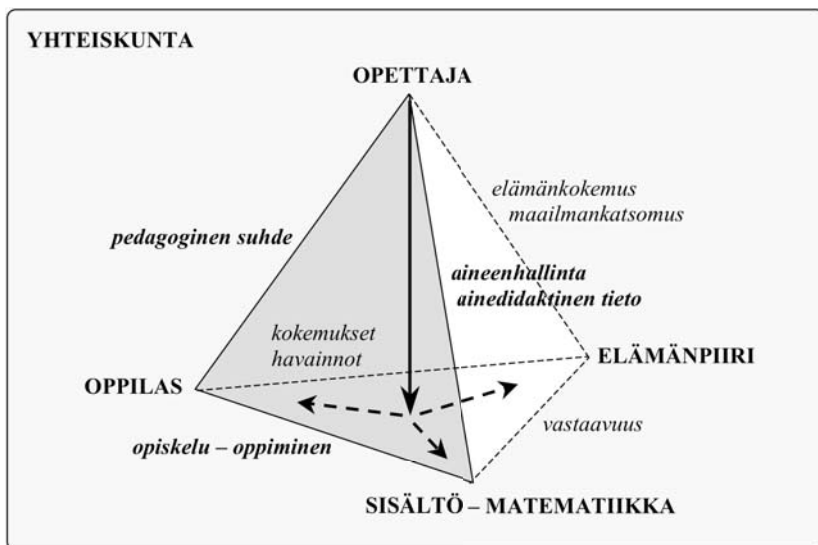
Aiemmin tässä tutkimusraportissa on tuotu esiin myös opetussuunnitelman perusteissa esitetyt matematiikan opetuksen ja opiskelun tavoitteet. Opetussuunnitelmassakin luonnollisesti korostetaan matematiikan laaja-alaista merkitystä (ks. luku 4.2.3). Opetussuunnitelmassa nostetaan esiin yhteiskunnallisten ilmiöiden ymmärtämisen ja arkielämän ongelmanratkaisuun liittyvän välittömän hyötynäkökulman lisäksi myös matematiikan arvo oppilaan henkilökohtaisessa kasvussa ja kehityksessä sekä yksilönä että sosiaalisen yhteisön jäsenenä. Matematiikan opetuksen ja opiskelun periaatteena todetaan, että ”matematiikan merkitys on nähtävä laajasti – se vaikuttaa oppilaan henkiseen kasvamiseen sekä edistää oppilaan tavoitteellista toimintaa ja sosiaalista vuorovaikutusta” (Opetushallitus, 2004; ks. myös 1994).

Edellä todettuun perustuen, näen siis tarpeelliseksi nostaa eksplisiittisesti ja tietoisesti esiin elämänpiirin käsitteen neljänneksi tekijäksi opettajan, oppilaan ja sisällön rinnalle – senkin uhalla, että opetuksen tarkastelu voi muuttua niin visuaalisessa kuin verbaalissakin muodossaan monimutkaisemmaksi. Esitän tutkimustulokseni kahden toisiaan täydentävän kuvion muodossa (ks. kuvat 14.1 ja 14.2). Tämä empiirisiin tutkimustuloksiin sekä niiden analyttiseen pohdintaan perustuva synteesi pyrkii teoreettisella tasolla käsitteellistämään ja mallintamaan didaktisen kolmion sisältämää didaktista suhdetta matematiikan opetuksen kontekstissa (ks. luvut 3.2.3 ja 5.2).

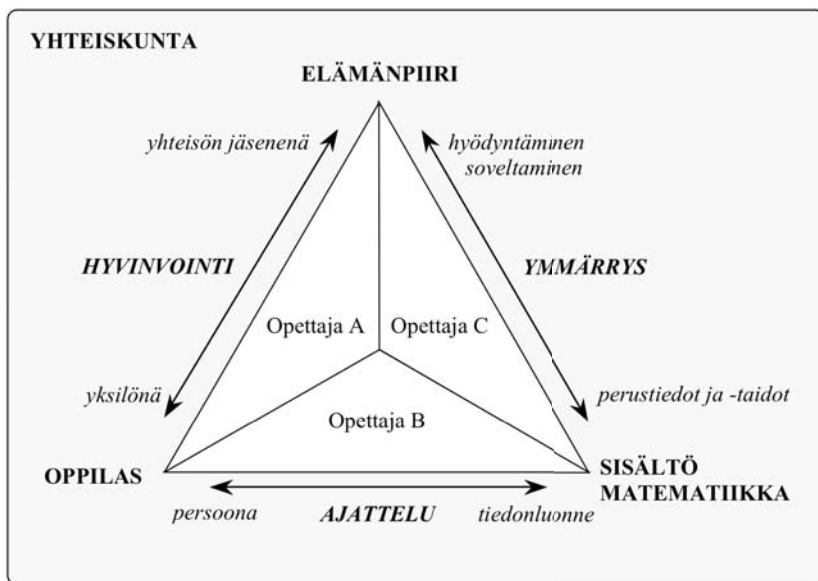
Kuvio 14.1 mallintaa matematiikan opetuksen tarkastelua neljän tekijän – opettajan, oppilaan, sisällön ja elämänpiirin – kautta rakentuvana tetraedrinä. Samoin kuin didaktisessa kolmiossa, myös tässä kuviossa tetraedrin kärkipisteiden väliset sivut ilmentävät näiden tekijöiden välille muodostuvia suhteita. Tässä yhteydessä tetraedrin ylimpänä kärkenä on opettaja, koska se on käsillä olevan tutkimuksen näkökulma. Tetraedriä voidaan kuitenkin pyörittää didaktisen kolmion tavoin ja nostaa siten tarkasteluun muitakin opetustapahtuman puolia. Didaktinen suhde määrittyy tässä kuviossa didaktisen kolmion välittämää kuvaa laaja-alaisempaan – opettajan suhteena oppilaan, sisällön ja elämänpiirin muodostamaan tasoon.

Kuvio 14.2 mallintaa puolestaan tätä matematiikan opetuksen kontekstissa ilmenevää didaktista suhdetta erityisesti opettajan näkökulmasta tarkasteltuna eli ikään kuin ylhäältä, tetraedrin huipulta tähyillen. Tällöin eri tekijöiden – oppilaan, sisällön ja elämänpiirin – välisten suhteiden tarkastelu on yksityiskohtaisempaa. Kutakin suhdetta kuvataan kahden ääripään välisenä ulottuvuutena sekä tällä ulottuvuudella ilmenevänä välittävänä prosessina. Ajatus

kuvion 14.2 sisältämistä ulottuvuuksista on lähtöisin Künzlin (1998; 2000; ks. luku 3.2.3 tässä tutkimuksessa) esittämästä didaktisen kolmion sovelluksesta.



**Kuvio 14.1.** Matematiikan opetuksen malli: Didaktinen suhde opettajan suhteena oppilaan, sisällön ja elämänpiiriin muodostamaan tasoon.



**Kuvio 14.2.** Didaktinen suhde opettajan näkökulmasta – ulottuvuudet ja välittävät prosessit.

## 14.1 Matematiikan opetuksen malli

Kuvion 14.1 ilmentämän neljän tekijän muodostaman kokonaisuuden – tetraedrin – ajatellaan tämän tutkimuksen piirissä mallintavan matematiikan opetusta kokonaisuudessaan ja sitä nimitetään *matematiikan opetuksen malliksi*.

Tarkasteltaessa tätä matematiikan opetuksen mallia on syytä lähtökohtaisesti tuoda esiin siinä ilmenevät erilaiset *kontekstit*. Malli sisältää yhä edelleen opettajan, oppilaan ja sisällön muodostaman didaktisen kolmion, jolle ominaista on sen sijoittuminen erityisesti *opetussuunnitelman* piiriin. Huomattavaa on myös se, että elämänpiiri ei välttömästi kuulu tähän opetussuunnitelmalliseen kontekstiin, vaan sen ajatellaan sijoittuvan ikään kuin kouluelämän ulkopuolelle, jokaisen ihmisen – opettajan tai oppilaan – *muun henkilökohtaisen elämän* yhteyteen. Viimein sekä didaktisen kolmion sisältävä opetussuunnitelmallinen konteksti että kunkin yksilön oma elämänpiiri ovat osa edelleen laajempaa *yhteiskunnallista* kontekstia. Näitä eri konteksteja ja niiden välisiä yhteyksiä on kuviossa 14.1 esitetty eri värein ja erilaisin viivoin. Didaktista kolmiota on korostettu tummalla värillä ja yhtenäisillä viivoilla, kun taas elämänpiiri on tietoisesti erotettu tästä opetussuunnitelmallisesta kontekstista kuvaten tätä katkoviivaa hyödyntäen.

### *Tekijät – opettaja, oppilas, sisältö ja elämänpiiri*

Kuviossa 14.1 esitetyn matematiikan opetuksen mallin tarkastelua jatketaan määrittelemällä ja kuvailemalla sen neljää keskeistä tekijää – opettajaa, oppilasta, sisältöä ja elämänpiiriä – sellaisena kuin ne tämän tutkimuksen empiiriseen aineistoon perustuen näyttäytyvät.

Mallissa ylipäätänsä on *opettaja*. Opettajan rooli määrittyy matematiikan opetus-opiskelu-oppimisprosessin ohjaajana ja tukijana. Opettajan arvioi jatkuvasti eri keinoin oppilaiden opiskelun ja oppimisen edistymistä ja pyrkii ennaltaehkäisemään opiskelussa mahdollisesti ilmeneviä ongelmia tai auttamaan oppilaita niistä selviämisessä. Opettaja on opetustapahtuman kulussa aikuinen, jolla on viime kädessä vastuu prosessin etenemisestä ja oppimisen varmistamisesta.

*Oppilas* nähdään aktiivisena toimijana, jolla on myös vastuullinen rooli, erityisesti suhteessa omaan opiskeluunsa ja oppimiseensa. Oppilaalta odotetaan opetus-opiskelu-oppimisprosessin kulussa henkisiä valmiuksia sekä opiskelu- ja sosiaalisia taitoja, koska oppiminen ymmärretään pikemminkin omakohtaisina kokemuksina ja tiedon konstruointina kuin opettajan toimesta tapahtuvan valmiin tiedon siirtämisenä. Matematiikan opetuksen mallissa oppilaasta puhutaan yksikössä, mutta luonnollisesti opetustapahtumassa on useimmiten läsnä oppilasryhmä.

Matematiikan opetuksen *sisältö* määrittyy pitkälti opetussuunnitelman perusteissa esitettyjen matematiikan opetuksen ja opiskelun tavoitteiden avulla. Siten sisällön käsite tulee ymmärtää laajasti käsittäen varsinaisen oppiaineksen lisäksi myös oppilaan persoonalliseen kasvuun ja kehitykseen liittyviä

yleistavoitteita (vrt. Kansanen, 2004, ss. 26–27, 29–31; ks. luku 3.2.1 tässä tutkimuksessa). Ilmeisintä sisältöä on matemaattisten perustietojen ja -taitojen hallinta. Tämän lisäksi sisältö määrittyy matematiikan opetuksen ja opiskelun kognitiivisina tavoitteina – ymmärrys matemaattisen tiedon elementeistä ja rakentumisesta, matemaattinen ajattelu, matematiikan merkityksen havaitseminen – sekä sosiaalis-affektiivisina tavoitteina – opiskelu- ja sosiaaliset taidot, henkinen kasvu.

Matematiikan opetuksen mallin neljäntenä tekijänä on *elämänpiiri*. Koskenniemi ja Hälinen (1970) sisällyttävät opetuksen määritelmäänsä yhtenä pääkohtana ”koulun elämänpiirin”. Kansanen (2004, ss. 40–41) erittelee tätä käsitettä toteamalla koulun elämänpiirin viittaavan kouluopiskelun ja koulumaailman muodostamaan kokonaisuuteen, jolloin tarkoitetaan myös opetussuunnitelmaa. Koulun elämänpiiri ei siis rajoitu vain oppitunteihin ja oppisisältöihin, vaan se sisältää kaikki oppilaiden koulumaailman kokemukset mukaan lukien myös sosiaaliset suhteet. Siten myös oppilaiden omakohtainen, piilo-opetussuunnitelmallinen kulttuuri luetaan koulun elämänpiiriin. Näin ymmärrettynä koulun elämänpiirin laajuus voidaan Kansanen mukaan hahmottaa vain teoreettisesti, käytännössä sen hallitseminen on liian vaativaa.

Kansanen (2004, s. 42) jatkaa ja toteaa elämänpiirin (*Lebenkreis*) käsitteen tulevan Koskenniemen ja Hälinen (1970) opetuksen määritelmään saksalaisesta reformipedagogiikasta. Sillä on läheinen yhteys fenomenologiseen suuntaukseen ja sellaisenaan se kuuluu tiettyyn filosofiseen koulukuntaan. Matti Koskenniemi omaksui elämänpiirin käsitteen saksalaiselta reformipedagogilta Peter Peterseniltä, jonka tutkimuksissa didaktiikan keskiössä olivat oppilaan kokemusmaailma ja elämänpiiri. Koskenniemen ja Hälinen opetuksen määritelmässä tämä käsitteen alaa rajoitetaan kuitenkin kouluun, jolloin Kansanen mukaan sen fenomenologiset yhteydet hämärtyivät ja siitä tuli enemmän yleiskieltä, epäselvää tulkintaa opetussuunnitelmasta (Kansanen, 2012, henkilökohtainen tiedonanto).

Käsillä olevan tutkimuksen piirissä elämänpiiri-käsite erotetaan tietoisesti koulun elämänpiiri -käsitteestä ja erityisesti sen opetussuunnitelmallisesta kontekstista. Elämänpiiri-käsitettä ei myöskään määritellä mihinkään tiettyyn taustafilosofiaan liittyvänä terminä. *Elämänpiiri tässä tutkimuksessa viittaa kunkin yksilön – oppilaan, opettajan, ihmisen yleensä – koulumaailman ulkopuoliseen elämään, jossa hän toimii yhteiskunnan jäsenenä omassa elinympäristössään. Elämänpiiri koostuu yksilön henkilökohtaisista kokemuksista sekä sosiaalisista vuorovaikutussuhteista, jotka vähitellen rakentavat hänen maailmankatsomustaan.* Elämänpiiri-käsite ymmärretään siis sisällöllisesti pitkälti samankaltaisena kuin koulun elämänpiiri -käsite, mutta kontekstinsa puolesta ne eroavat merkittävästi. Toisaalta elämänpiiri-käsite erotetaan myös muista sellaisista käsitteistä kuin esimerkiksi yhteiskunta, ympäristö tai konteksti, koska tässä halutaan korostaa juuri yksilön persoonallisia ja hänen jokapäiväisessä elämässä kartoitettavia elämäkokemuksia, joiden luonnetta on edellä mainittujen yleisten, neutraalien tai mekaanisten käsitteiden avulla hankala tavoittaa.

Kun elämänpiiriä pohditaan tutkimukseen osallistuneiden opettajien pedagogisen ajattelun ja toiminnan valossa, voidaan sitä kuvata vielä tarkemmin. Oppilaiden elämänpiirin huomioiminen esiintyy matematiikan opetus-opiskelu-oppimisprosessin organisointiin liittyvänä tekijänä – lähtökohtana tai motivoinnin keinona – mutta ennen kaikkea matematiikan opetuksen ja opiskelun tavoitteisiin liittyen. Opetuksen tavoitteena viime kädessä on huolehtia siitä, että oppilaat voivat hyödyntää koulussa oppimiaan tietoja ja taitoja omassa elämässään – nyt ja tulevaisuudessakin. Kliseisyydestään huolimatta ilmaus ”ei koulua, vaan elämää varten” kuvaa tätä ajatusta osuvasti. Toisaalta oppilaiden, kuin myös opettajan, elämänpiirin nähdään vaikuttavan vastavuoroisesti myös kouluelämään (vrt. Uljens, 1997, ss. 83–84; ks. luku 3.2.1 tässä tutkimuksessa).

### *Tekijöiden väliset suhteet*

Kuvion 14.1 osalta on syytä tarkastella vielä lyhyesti edellä kuvattujen tekijöiden – opettajan, oppilaan, sisällön ja elämänpiirin – välisiä suhteita, joita didaktisen kolmion sisältämät periaatteet pitkälti määrittelevät (ks. luku 3.2.3). Seuraavassa nimetään myös ne kolmea uutta suhdetta, jotka syntyvät opettajan, oppilaan ja sisällön suhteista elämänpiiriin. Lisäksi tuodaan esiin tämän tutkimuksen piirissä ilmeneviä suhteiden ominaisia piirteitä.

Kuten aiemmin tämän tutkimuksen teoriataustassa on todettu, koko opetustapahtuma tähtää opetussuunnitelman tavoitteiden saavuttamiseen ja siten opetus-opiskelu-oppimisprosessissa tärkeintä on oppilaan ja opiskeltavan sisällön välinen yhteys. Luonnollisesti tämä *oppilaan ja sisällön välinen suhde* määrittyy siis oppilaan *opiskeluna* ja siitä mahdollisesti seuraavana *oppimisena*. Tässä tutkimuksessa opettajan vastuu opetustapahtuman ohjaajana on ilmeinen, mutta opiskelu ja oppiminen ymmärretään viime kädessä oppilaan omana aktiivisena toimintana ja ajatteluna, jossa uuden tiedon konstruointi perustuu aiemmin opituille tiedoille ja taidoille sekä omakohtaisille kokemuksille. Oleellista opiskelussa ja oppimisessa on matemaattisten ilmiöiden ymmärtäminen, joka on perusta ja edellytys matemaattisen sisällön hallinnalle.

Myös opettajalla on suhde sisältöön. *Opettajan ja sisällön välinen suhde* ymmärretään ensisijaisesti opettajan *aineenhallintana* ja *asennoitumisena* matematiikkaa sekä sen opettamista ja opiskelua kohtaan, mutta myös hänen *ainedidaktisena tietämyksenään*. Käsillä olevan tutkimuksen puitteissa opettajan suhdetta sisältöön – matematiikkaan – tuovat ilmi erityisesti heidän matemaattiset tiedonkäsitelynsä (ks. luku 7.2). Matematiikka määrittyy opettajan näkökulmasta sekä tieteenalana että koulun oppiaineena ja arkielämään liittyvänä ilmiönä. Kaiken kaikkiaan matematiikka on loogista ja täsmällistä ajattelua, johon kuuluvat kumuloituvat tietorakenteet, ratkaisumallit ja oma kieli. Toisaalta matematiikka voi olla luonteeltaan myös luovaa ja epätasällista ongelmien pohdintaa. Matemaattisen tiedon nähdään olevan hyödyllistä erityisesti sen välineellisen arvon vuoksi.

*Opettajan ja oppilaan välistä suhdetta* nimitetään – didaktisen kolmion mukaisesti – *pedagogiseksi suhteeksi*. Tässä opettajan ja oppilaan välisessä inhimillisessä vuorovaikutuksessa painottuu opettajan oppilaan kokonaispersoonallisuutta arvostava asenne ja sen kehittymistä tukeva toiminta. Kuitenkin myös oppilaan odotetaan suhtautuvan positiivisesti ja motivoituvan matematiikan opiskeluun.

Didaktiseen kolmioon verrattuna uusina suhteina kuvion 14.1 ilmentämässä matematiikan opetuksen mallissa esiintyvät opettajan, oppilaan ja sisällön suhteet mallin neljänteen tekijään, elämänpiiriin. Sekä opettajan että oppilaan suhdetta elämänpiiriin kuvaavat *kokemukset*. Näiden erona voidaan kuitenkin nähdä se, että *opettajan ja elämänpiirin suhde* on ymmärrettävästi pitkäikäisempi ja siten luonteeltaan kehittyneempi ja vakaampi. Voidaan puhua opettajan *elämäkokemuksesta* ja *maailmankatsomuksesta*. *Oppilaan ja elämänpiirin suhteessa* oppilaan *kokemukset* ja niistä kumpuavat *havainnot* ovat puolestaan vasta karttumassa ja henkilökohtainen maailmankatsomus kehittymässä. Pedagogisen suhteen yhteydessä on aiemmin tuotu esiin sen asymmetrinen luonne, joka viittaa opettajan oppilaan erilaiseen asemaan pedagogisessa vuorovaikutuksessa (ks. luku 3.2.3). Opettaja on kypsä aikuinen sekä opiskeltavan sisällön ja opetuksen asiantuntija. Oppilas taas nähdään epäkypsänä suhteessa täysivaltaisuuteen ja kasvuun, ja häneltä odotetaan pyrkimystä opiskeltavan sisällön hallintaan. Tämän saman ajattelutavan mukaisesti voidaan luonnehtia myös edellä kuvattua eroa opettajan ja oppilaiden kokemusten välillä. Oleellista on ymmärtää – niin pedagogisessa suhteessa kuin tässä kokemuksellisessa suhteessa elämänpiiriin – se, ettei opettajan ja oppilaan välinen asymmetria ole uhka heidän tasa-arvoisuudelleen.

*Sisällön ja elämänpiirin suhdetta* ei voida pitää niin ilmeisenä kuin edellä kuvattua opettajan ja oppilaan suhdetta elämänpiiriin. Sisällön ja elämänpiiriin välinen suhde muodostuu pitkälti välillisesti omassa elämänpiirissään elävien ihmisten kautta. Tässä yhteydessä sisällön ja elämänpiirin välillä nähdään kuitenkin olevan, ainakin teoreettisesti määriteltävissä oleva yhteys, jota nimitetään *vastaavuudeksi*. Tällä viitataan kahteen asiaan: Ensinnäkin koulussa opettettavilla oppiaineilla sekä niiden taustalla vaikuttavilla tieteenaloilla nähdään olevan, muodossa tai toisessa, vastine todellisessa elämässä. Käsillä olevan tutkimuksen piirissä korostuu matematiikan ilmeneminen elämän ilmiöinä sekä matematiikan merkityksen oivaltaminen käytännöllisten ongelmien hahmottamisessa ja ratkaisemisessa. Samankaltainen vastaavuus voidaan omalla tavallaan määritellä myös muunlaisen sisällön osalta. Matematiikan opiskelun tavoitteena ovat esimerkiksi opiskelu- ja sosiaaliset taidot, jotka yhtälailla ovat koulun ulkopuolisiin vuorovaikutussuhteisiin sisältyviä piirteitä. Toiseksi vastaavuudella voidaan viitata yhteiskunnan arvojen ja opetussuunnitelman väliseen vastaavuuteen. Edellä teoriaosan luvussa 3.2.1 on Kansasen (2004, s. 29) toimesta todettu, että opetussuunnitelmaan on valikoitunut se osa yhteiskunnan kulttuuriperinnöstä, jonka katsotaan olevan kyllin arvokasta kasvavan sukupolven omaksuttavaksi ja edelleen kehitettäväksi. Sisällön ja elämänpiirin suhde voidaan siis tulkita myös koulussa opiskeltavien sisältöjen ja yh-



teiskunnan odotusten välisenä yhteytenä. Koulussa ei opiskella mitä tahansa, vaan yhteiskunnallisesti arvokkaana koettavia tietoja ja taitoja.

## 14.2 Didaktinen suhde matematiikan opetuksessa

Kuvio 14.2 tarkentuu määrittelemään matematiikan opetuksen mallin sisältä-mää didaktista suhdetta. Kuvio tuo esiin didaktisen suhteen luonnetta ja elementtejä erityisesti opettajan näkökulmasta tarkasteltuna, ikään kuin tetraedrin huipulta katsoen, kuten aiemmin jo todettiin. Näin ollen kuvion 14.2 avulla pyritään vastaamaan kysymykseen ”Miten opettaja hahmottaa didaktisen suhteen?” (ks. luku 5.2).

Seuraavassa kuvataan didaktista suhdetta oppilaan, sisällön ja elämänpiirin muodostamana, kolmionmuotoisena tasona. Näitä kolmea tekijää tarkastellaan pareittain, jolloin kunkin parin välille muodostuu kahden ääripään väliin jäävä ulottuvuus sekä tällä ulottuvuudella toimiva ns. välittävä prosessi. Kuvioon 14.2 on sijoitettu myös tähän tutkimukseen osallistuneet kolme opettajaa, joiden kunkin opetuskäsityksen ajatellaan edustavan yhtä kolmion sivuista. On huomattava, että tämä luokittelu on yksinkertaistava ja kategorinen. Käytännössä, kuten empiirisen tutkimusaineiston ja siitä esittämäni tulokintojen perusteella voi helposti havaita, opettajien opetuskäsitykset sisälsivät lopulta kaikkia kuvion ilmentämiä näkökohtia, vaikkakin määrällisesti eri tavoin painottuneena.

Opettaja B:n kognitiivis-konstruktiiivinen opetuskäsitys edustaa *oppilaan ja sisällön* välistä näkökulmaa didaktiseen suhteeseen. Tällöin näiden tekijöiden välin jäävän ulottuvuuden ääripäinä määrittyvät yhtäältä *oppilaan persoona* – hänen luonteesta, kykynsä ja opetustapahtuman kulussa ilmenevä toimintansa – ja toisaalta opiskeltavan sisällön eli matematiikan *tiedonluonne*. Välittävänä prosessina ilmenee *ajattelu*. Tämä didaktisen suhteen osa-alueen voidaan tulkita edustavan opetuksen olemukseen liitettävää *tavoitteisuutta* opiskelussa ja oppimisessa tärkeänä pidettävien *sisältöjen* näkökulmasta. Tällöin pohditaan, *mitä* opetuksella ja opiskelulla erityisesti tavoitellaan. Tämän tutkimuksen piirissä tullaan siihen päätelmään, että keskeisintä matematiikan opetuksessa ja opiskelussa on matemaattisen ajattelun kehittyminen, jolloin merkittävää on huomioida sekä oppilaan persoona että opiskeltavalle sisällölle ominainen tiedonluonne. Oppilaan ja sisällön välisellä ulottuvuudella – opiskelussa ja oppimisessa – voidaan painottaa joko matematiikan tiedonluonteesta johdettavia toiminnan periaatteita tai nostaa keskiöön oppilaiden henkilökohtaiset luonteenpiirteet, kyvyt ja taidot. Viime kädessä kyse on kuitenkin oppilaan omakohtaisesta ja aktiivisesta ajattelusta.

Opettaja C:n kontekstuaalis-konstruktiiivisen opetuskäsityksen avulla voidaan tarkastella erityisesti *sisällön ja elämänpiirin* välisen suhteen tuottamaa näkökulmaa didaktiseen suhteeseen. Tällä kolmion sivulla ulottuvuuden ääripäinä ilmenevät toisaalta opiskeltavaan sisältöön liittyvät matemaattiset *perustiedot ja -taidot* ja toisaalta näiden tietojen ja taitojen *hyödyntäminen ja soveltaminen* jokaisen oppilaan omassa arkielämässä. Tällä ulottuvuudella vä-

littäväksi prosessiksi määrittyy *ymmärrys*. Tätä didaktisen suhteen osa-alueen voidaan tulkita viittaavan opetuksen olemukseen liitettävään *tavoitteisuuteen*, mutta myös *kontekstisidonnaisuuteen* opiskelun ja oppimisen *merkityksen* näkökulmasta. Tällöin pohditaan, *miksi* koulua käydään ja mikä yhteys opetus-suunnitelmassa esitetyillä sisällöillä ja oppilaan elämänpiirissä kohtaamillaan tapahtumilla on. Tämän tutkimuksen luoman kuvan mukaan koulussa opiskellaan ennen kaikkea elämää varten. Tärkeänä nähdään se, että kukin oppilas varustetaan sellaisilla tiedoilla ja taidoilla, jonka avulla he selviävät jokapäiväisestä elämästään ja siinä kohtaamistaan tilanteista ja ongelmista. Edellytyksenä koulussa opittujen matemaattisten sisältöjen hyödyntämiselle käytännössä – tai toisaalta käytännön elämän ongelmien matemaattisessa mallintamisessa – on ymmärtäminen. Ymmärtäminen on matematiikan opiskelun, oppimisen ja opitun hyödyntämisen perusta.

Opettaja A:n humanistis-konstruktiivinen opetuskäsitys ilmentää ominaisimmillaan *oppilaan ja elämänpiirin* välistä suhdetta. Tässä suhteessa ulottuvuus muodostuu oppilaan ymmärtämisestä toisaalta *yksilönä* ja toisaalta taas *yhteisön jäsenenä*. Tässä tarkastelussa välittävänä prosessina on *hyvinvointi*. Tätä didaktisen suhteen osa-aluetta voidaan tulkita opetuksen olemukseen liitettävää *vuorovaikutuksen* ja sen luonteen näkökulmasta. Tällöin pohditaan, *miten* opetus- ja opiskeluympäristö tulisi rakentaa sosiaalis-affektiiviset tekijät huomioiden. Käsillä olevassa tutkimuksessa korostuu opettajan vastuu turvallisuuden tunteen luomisesta ja oppilaan kaikinpuolisen kasvun ja kehityksen tukemisesta, oppilaan hyvinvoinnin varmistamisesta. Oppilasta arvostetaan ja hänestä ollaan kiinnostuneita ainutkertaisena yksilönä, mutta myös aktiivisena sosiaalisen yhteisönsä toimijana.

Yhteenvetona edellä esitetystä matematiikan opetuksen mallin (kuvio 14.1) sekä didaktisen suhteen tarkastelusta (kuvio 14.2) voidaan todeta, että matematiikan opetus hahmottuu kaiken kaikkiaan neljän tekijän – opettajan, oppilaan, sisällön ja elämänpiirin – muodostamana kokonaisuutena, josta voidaan määrittää myös näiden tekijöiden välisiä suhteita. Edelleen tarkastelu voidaan kohdentaa mallin sisältämään didaktiseen suhteeseen, jolloin pyritään ymmärtämään sitä, miten opettaja hahmottaa oman pedagogisen ajattelun ja toimintansa kohteena olevan oppilaan, sisällön ja elämänpiirin muodostaman kentän. Näiden tekijöiden muodostamassa kentässä ja niiden kahdenvälisissä suhteissa opettajan huomio voi painottua eri tavoin. Kuitenkin keskeisinä opettajan ajattelua ja toimintaa sekä matematiikan opetusta ja opiskelua ohjaavina tavoitteina tässä eri tekijöiden ja ulottuvuuksien muodostamassa kokonaisuudessa eli opetuksessa ovat ajattelu, ymmärrys ja hyvinvointi. Tämän käsillä olevan tutkimuksen kulussa tarkastellun matematiikan opetuksen olemusta voi kuvata tavoitteiseksi, vuorovaikutukselliseksi ja kontekstisidonnaiseksi ja sen pohdinta voidaan viime kädessä tiivistää kysymyksiksi: Mitä? Miten? Miksi?

## VI POHDINTA

*Tutkimusraportin viimeisessä eli kuudennessa osassa keskityn pohtimaan tutkimukseni luotettavuuteen liittyviä kysymyksiä sekä tutkimukseni käytettävyyttä.*

*Käsillä olevan tutkimusraportin kulussa olen pyrkinyt kaiken aikaa kuvailemaan ja perustelemaan tekemiäni tutkimuksellisia ratkaisuja osoittaakseni niiden pätevyyden ja toisaalta tuodakseni esiin niitä kriittisiä tekijöitä, joilla on merkitystä tutkimuksen luotettavuuden arvioinnissa. Näin ollen enää tässä tarkastelussa palaa näihin yksityiskohtiin, vaan pyrin esittämään ne kokoaavasti. Sen sijaan tässä yhteydessä keskityn pohtimaan tarkemmin muutamia tutkimukseni kokonaisuuden kannalta oleellisia luotettavuuteen liittyviä näkökohtia.*

*Tämä tutkimusraportti päättyy tutkimukseni käytettävyyden tarkasteluun. Pohdin edellä esittämiäni keskeisimpiä tutkimustuloksia kuin myös tutkimukseni sisältämää menetelmällistä kehittelyä sekä tämän tutkimuksen omassa kontekstissa että laajemmin suhteessa matematiikan opetusta koskevaan aiempaan tutkimustietoon ja yleiseen keskusteluun. Keskittän huomioni erityisesti siihen, millaista käyttöarvoa ja millaisissa tilanteissa näillä tutkimukseni tuottamilla tuloksilla ja menetelmällisellä kehittelyllä opetuksen ja opettajakoulutuksen sekä opetuksen tutkimuksen saralla on sekä millaisia jatkotutkimusaiheita tutkimukseni perusteella voitaisiin nostaa esiin. Sisällytän tähän tutkimuksen käytettävyyden arviointiin myös pohdintojani siitä, miten tässä raportissa kuvaamani tutkimusprosessi on kehittynyt minua itseäni ammatillisesta näkökulmasta tarkasteluna.*



## 15 Luotettavuustarkastelu

Laadullisen tutkimuksen yleistymisen myötä on ollut oleellista pohtia myös keinoja sen luotettavuuden arviointiin. Perinteisesti, erityisesti määrällisessä tutkimuksessa, tutkimuksen luotettavuutta on arvioitu validiteetin – tutkimustulosten toistettavuus – käsitteillä. Tuomi ja Sarajärvi (2004, s. 133) toteavat, että laadullisen tutkimuksen piirissä näitä käsitteitä on kuitenkin kritisoitu, koska ne ovat syntyneet lähinnä määrällisen tutkimuksen tarpeita vastaaviksi. He viittaavat erityisesti Lincolnin ja Guban (1985) esittämään kommenttiin, jonka mukaan kyseiset käsitteet perustuvat oletukseen yhdestä konkreettisesta totuudesta, jota tutkimuksessa tavoitellaan. Tämänkaltaisen oletus sitoutuu totuuden korrespondenssiteoriaan ja uskoon objektiivisen tiedon mahdollisuudesta. Lincolnin ja Guban mielestä sosiaalinen todellisuus ilmenee kuitenkin erilaisina konstruktioina yhden todellisuuden sijaan ja tutkimus tuottaa mielenkiinnon kohteena olevasta ilmiöstä tietyn näkökulman.

Edellä kuvatun kritiikin myötä laadullisessa tutkimuksessa perinteiset luotettavuuden tarkasteluun tarkoitetut käsitteet on osin hylätty tai niitä on tulkittu uusin tavoin. Tämän käsillä olevan tutkimuksen luotettavuustarkastelu perustuu Lincolnin ja Guban (1985) näkemyksiin perinteisten luotettavuuskäsitteiden soveltamisesta laadulliseen tutkimukseen sen ominaispiirteet huomioon ottaen. Tynjälä (1991) suomentaa laadullisen tutkimuksen luotettavuutta käsittelevässä artikkelissaan heidän esittämänsä käsitteet vastaavuudeksi, siirrettävyydeksi, tutkimustilanteen arvioinniksi ja vahvistettavuudeksi.

### 15.1 Vastaavuus

Tynjälä (1991, s. 390) käyttää Lincolnin ja Guban (1985) esittämästä käsitteestä ”*credibility*” suomenkielistä termiä vastaavuus. Määrällisen tutkimuksen piirissä tämä käsite voitaisiin rinnastaa sisäiseen validiteettiin. Lincoln ja Guba viittaavat vastaavuuden käsitteellään laadullisen tutkimuksen totuusarvon kriteeriin. Tutkijan on osoitettava, että tutkimuksen tuottamat rekonstruktiot tutkittavien todellisuuksista vastaavat alkuperäisiä konstruktioita. Mahdollisimman hyvään vastaavuuteen voidaan päästä erilaisin tutkimuksessa sovellettavin periaattein ja tekniikoin, joista Tynjälä (1991, ss. 392–395) mainitsee erityisesti metodisen triangulaation sekä määrällisten ja laadullisten menetelmien erilaiset yhdistelmät. Lisäksi hän korostaa luokittelu- ja tulkintasääntöjen tarkkaa selvittämistä sekä tutkijan reflektiivisen otteen merkitystä tutkimustyössä.

Tässä tutkimuksessa olen pyrkinyt tulosten mahdollisimman hyvään vastaavuuteen moninaisen triangulaation ja tutkimuksen huolellisen raportoinnin keinoin. Toisaalta oma tutkijan taustani sekä tutkimukseen osallistuneiden opettajien asennoituminen tutkimusprosessiin ovat osaltaan myös vaikuttaneet tulosten vastaavuuteen ja siten luotettavuuteen.

Tutkimuksen tavoitteena oli kuvata opettajan pedagogista ajattelua ja toimintaa erityisesti matematiikan ainedidaktisessa kontekstissa ja siten lopulta ilmentää matematiikan opetuksen olemusta myös käsitteellistään ja mallintaa. Tähän tavoitteeseen pyrin lähestymällä tutkimaani ilmiötä – matematiikan opetusta – useista eri näkökulmista käsin ja usein eri keinoin. Lähtökohtaisesti ilmiötä tarkasteltiin niin opettajien luokkahuoneessa näkyvän toiminnan kuin heidän ajattelunsa kautta. Aineiston keruussa käytin kahta eri menetelmää: opettajien toimintaa ilmentämää videohavainnointia sekä heidän ajatteluaan paljastavaa stimulated recall -haastattelumenetelmää, joiden näen tarkoituksenmukaisella tavalla täydentävän toisiaan ja paikkaavan toistensa puutteita. Näillä keinoin tarkastelun kohteena olevaa matematiikan opetus-opiskelu-oppimisprosessia pyrittiin siis valottamaan useampien tulkitsijoiden toimesta: toisaalta ulkopuolisen tutkijan silmin ja toisaalta taas opetustapahtumaan osallistuvien opettajien sisäisestä näkökulmasta käsin. Myös aineiston analyysi toteutui monipuolisesti. Hyödynsin analyysissäni pääsääntöisesti laadullisia menettelyitä – teorialähtöistä sekä teoriasidonnaista analyysia – mutta myös määrällisiä keinoja. Analyysin tuloksia pohdin puolestaan sekä empiirisesti ja käytännönläheisesti että käsitteellisellä tasolla jo olemassa olevaa teoriaa hyödyntäen. Tätä pyrkimystäni tutkittavan ilmiön monipuoliseen kuvaamiseen ja siten syvempää ymmärtämiseen ilmentää tiivistetysti luvussa 6 esittämäni tutkimusasetelma (ks. kuvio 3.1).

Tulosten vastaavuuden varmistamiseksi olen myös pyrkinyt huolelliseen aineiston keruu-, käsittely- ja analyysiprosessin toteuttamiseen sekä sen seikkaperäiseen raportointiin. Relevantin aineiston hankkimiseksi tutkimus on toteutettu mahdollisimman luonnollisessa opetustapahtuman kontekstissa ja aineistonkeruu jakson pituus on varmistanut sen, että opettaja ja oppilaat ovat päässeet alkujännityksestään ja mahdollisesta heille epätyypillisestä toiminnastaan eroon. Käsillä olevan tutkimusraportin kuluissa olen kuvannut hyödyntämiäni menetelmällisiä keinoja ja menettelytapoja niiden hyvine ja huonoine puolineen sekä pyrkinyt perustelemaan kaikki menetelmälliset valintani. Niin aineiston keruun, käsittelyn kuin analyysinkin osalta olen liittänyt raporttiini tutkimuksen empiiristä toteutusta ilmentäviä aineisto- ja analyysiesimerkkejä. Tutkimusprosessin edetessä kaikki ei kuitenkaan aina ole sujunut suunnitelmien mukaisesti. Olen tässä raportissani tuonut esiin myös niitä ongelmia, joita erityisesti aineiston analyysissä ilmeni sekä esittänyt niihin ongelmiin löytämäni ratkaisut.

Lisäksi näen, että tulosten mahdollisimman hyvään vastaavuuteen pyrittäessä myös tutkijan omalla taustalla ja tutkimushenkilöiden asennoitumisella on oleellinen merkitys. Olen johdantoluvussa kuvannut omaa tutkijan rooliini vaikuttavaa taustaa matematiikan, opetuksen sekä matematiikan opetuksen ja opiskelun kuin myös opiskelijan, opettajan, opettajankouluttajan ja tutkijan näkökulmista. Näen, että tämän monipuolisen kokemukseni ja ymmärrykseni myötä pystyn pitkälti havaitsemaan tutkimani ilmiön kannalta oleellisia seikkoja. Toisaalta hyödyntämäni tutkimusmenetelmät – videohavainnointi ja stimulated recall -haastattelu – olivat minulle entuudestaan tuttuja, joten nii-

den käyttö tämän tutkimusprosessin kulussa oli varmaa. Suurena apuna olivat myös tutkimushenkilöni, jotka kaikki osoittivat aktiivisuutta ja mielenkiintoa tutkimusprosessia kohtaan.

Tulosten vastaavuutta tämän tutkimuksen piirissä puolestaan heikentävät luonnollisesti tutkimusmenetelmälliset ongelmat, kuten videohavainnoinnin ja stimulated recall -haastattelumenetelmän hyödyntämiseen liittyvät tekniset ja aineiston laatuun vaikuttavat tekijät, aineistonkeruun työläys ja siihen liittyvä väsymys ja kiire sekä tutkijan rooli aineistonkeruun yhteydessä. Näitä ongelmia mahdollisine ratkaisuineen olen pohtinut seikkaperäisesti jo edellä tutkimuksen empiiristä toteutusta kuvatessani (ks. luvut 8 ja 9).

Tässä yhteydessä näen oleellisena nostaa esiin tutkimukseni laajuuden aiheuttamat haasteet tulosten vastaavuuteen vaikuttavana tekijänä. Tutkimani ilmiö – opetus – on luonteeltaan varsin kompleksinen. Mielenkiinnon foku-soiminen juuri matematiikan opetukseen ei vähennä tätä tutkittavan ilmiön monitahoisuutta vaan päinvastoin, lisää sitä. Tämä johtaa pohtimaan aineiston analyysia varten kokoamani opetustapahtumaa kuvaavan teoreettisen käsitteistön tarkoituksenmukaisuutta. Tutkimusprosessin kulussa osoittautui, että käsitteistö oli liian yksityiskohtainen ja pikkutarkka. Ymmärrystä tutkimusaineiston ilmentämästä opetustapahtuman kokonaisuudesta oli hankala analyysin jälkeen palauttaa ennalleen. Käsitteistöä piti muokata ja tehdä osa analyysista uudelleen, kuten olen luvussa 9.1 kuvannut. Toisaalta taas opetuksen tavoittaminen kaikkein tekijöineen on käytännössä mahdotonta. Tämän tutkimuksen osalta käsitteistössä vähäiselle huomiolle jäivät erityisesti opetustapahtuman sosio-emotionaaliset ja affektiiviset tekijät sekä – tosin tutkimuksen tietoisesta rajauksesta johtuva – oppilaiden näkökulma.

Opetustapahtumaa kuvaava käsitteistö antaa aihetta pohtia myös sen avulla tehtyjen tulkintojen pätevyyttä. Luvussa 9.1.2 olen kuvannut sitä, miten tulkinnanvaraisia videoaineistosta tehdyt havainnot tietyiltä osin ovat. Lisäksi analyysin kulussa yleensä olen joutunut tasapainoilemaan toisaalta analyysin tiukkojen kriteerien ja toisaalta analyysin kantavana ideana olleen opettajien välisten erojen ilmentämisen välillä. Olen kuvannut opettajia yhdistäviä sekä heitä erottavia ajattelun ja toiminnan piirteitä sekä tiukkoja määrällisiä kriteereitä noudatellen, mutta myös löyhemmin perustein, jotta olen kyennyt abstrahoimaan tulkintaani tutkittavasta ilmiöstä yhä yksinkertaisempaan ja käsitteellisempään muotoon. Oleellista tässä on kuitenkin huomata, että olen pyrkinyt toteuttamaan aineiston analyysin mahdollisimman intensiivisenä ja yhtenäisenä ajanjaksona, jotta käsitykseni aineiston ja sen analyysikriteerien välisestä yhteydestä säilyy samanlaisena läpi analyysiprosessin. Näin uskon onnistuneeni säilyttämään analyysini ns. sisäisen koherenssin melko hyvin, vaikka joku toinen voisi tulkita aineistoa samaa kriteeristöä käyttäen toisin-kin. Lisäksi olen kuvannut opetuksesta tekemieni tulkintojen etenemistä ja ymmärrykseni syvenemistä vaihe vaiheelta – alkaen opettajien pedagogisen toiminnan kuvaamisesta ja päättyen viimein opettajien ajattelutapojen ja opetuskäsitysten määrittelyn kautta matematiikan opetuksen mallin ja sen sisältämän didaktisen suhteen käsitteelliseen mallintamiseen. Siten tutkimukseni

lukijan on mahdollista seurata tulkintaprosessin etenemistä ja tehdä sen perusteella mahdollisia vertailuja erilaisten päätelmieni välillä.

Kaiken kaikkiaan tutkimukseni laajuus, tutkittavan ilmiön monitahoisuuden lisäksi, ilmenee haasteena myös itse tutkimusprosessin hallinnan suhteen. Aineiston keruu ja käsittely ovat vaatineet monien erilaisten menetelmien käyttötaitoa. Erityisen haasteelliseksi osoittautui analyysin ja johtopäätösten tekeminen tapaustutkimuksen hengessä, jolloin operoin samanaikaisesti kolmen opettajan välillä. Tulkintojen yhdenmukaisuudesta varmistuminen sekä kokonaiskäsityksen luominen kunkin opettajan toiminnasta ja ajattelusta niin yhdessä kuin erikseen olivat mittavia haasteita, jotka vaativat jatkuvaa palautusta alkuperäiseen aineistoon ja vertailua opettajien kesken.

Viimein voidaan kyseenalaistaa myös lähtökohtaisen aineiston edustavuus. Tutkimustuloksia tulkitessa tulee huomioda se, että ne perustuvat noin 2–3 viikon mittaiseen, tietyn matemaattisen sisällön opetus-opiskelu-oppimisprosessin tarkasteluun. Vaikka tämä ajanjakso tuotti tämän tutkimuksen toteuttamisen näkökulmasta tarkastellen kutakin opettajaa kohden riittävästi aineistoa, niin viime kädessä se ilmentää vain hyvin pientä osaa opettajan työskentelystä matematiikan opetuksen parissa koko lukuvuoden tai hänen ammatillisen uransa kulussa. Lisäksi matematiikan opetus voi hyvinkin muotoutua eri tavoin opiskeltavasta sisällöstä riippuen. Tämän tutkimuksen kohdalla erityisesti Opettaja B:n opetus-opiskelu-oppimisprosessin matemaattinen sisältö – allekkainlasku – poikkesi luonteeltaan kahden muun opettajan opettamasta sisällöstä, joka keskittyi lähinnä desimaalilukuihin. Toisaalta näen, että tämä sisällöllinen variaatio on tuottanut sellaisia mielenkiintoisia näkökulmia matematiikan opetuksen pohdintaan, jotka olisivat saattaneet jäädä näkymättä, jos tutkimusjakson aikana opiskeltavaa sisältöä olisi pyritty vakiomaan.

## 15.2 Siirrettävyys

Tynjälä (1991, s. 390) toteaa, että Lincolnin ja Guban (1985) mielestä laadullisessa tutkimuksessa ei ole syytä puhua tulosten yleistettävyydestä, kuten määrällisen tutkimuksen piirissä, vaan pikemminkin tulosten siirrettävyydestä (*transferability*). Tulosten siirrettävyys toiseen kontekstiin riippuu tutkitun ympäristön ja sovellusympäristön samankaltaisuudesta. Tutkija ei voi yksin tehdä johtopäätöksiä siirrettävyydestä, koska hän tuntee vain omaan aineistoon liittyvän tutkimusympäristön. Näin ollen vastuu siirrettävyyden arvioimisesta on myös tutkimustulosten hyödyntäjällä. Tutkijan on kuvattava aineistoaan ja tutkimustaan riittävän tarkasti, jotta lukija voi pohtia tutkimustulosten sovellettavuutta myös muihin konteksteihin.

Tapaustutkimuksen piirissä Stake (1995, ss. 85–86) viittaa Lincolnin ja Guban siirrettävyyden termiin ja puhuu naturalistisesta yleistämisestä. Määrällisen tapaustutkimuksen edustaja Yin (1994, ss. 30–32) näkee puolestaan tapaustutkimuksen tavoitteena teoreettisen tai analyttisen yleistämisen, jolloin empiirisiä tuloksia verrataan teoreettisiin malleihin tai vaihtoehtoisin se-



lityksiin pyrkien siten vahvistamaan tai kyseenalaistamaan jo olemassa olevaa teoriaa. Tätä tutkimusta on ohjannut ajatus siitä, että yksittäisiäkin tapauksia tutkimalla voidaan saada tietoa, jolla on arvoa laajemminkin – ainakin lukijan omien havaintojen ja kokemusten vertailukohtana. Lisäksi tässä tutkimuksessa on tietyllä tapaa pyritty myös teoreettiseen tai analyttiseen yleistämiseen kehitellessä edelleen – empiiristen tutkimustulosten perusteella – didaktisen kolmion sisältämää didaktista suhdetta.

Tapaustutkimuksessa oleelliseksi seikoiksi tulosten siirrettävyyden kannalta nousevat tutkimushenkilöiden ominaispiirteet, mutta myös kysymykset siitä, millaisissa kontekstissa tutkimuksen aineisto on kerätty, millaista aineistoa tutkimuksessa hyödynnetyt aineistonkeruumenetelmät lopulta tuottivat sekä se, miten aineisto on tutkimusprosessin kulussa käsitelty ja analysoitu. Tutkimuksen aineistoa sekä sen käsittelyä ja analyysia koskevia kysymyksiä olen pohtinut jo edellä vastaavuuden yhteydessä, mutta jotta lukija voisi lopulta itse arvioida tämän tutkimuksen tuottamien tulosten siirrettävyyttä, tuon seuraavaksi esiin vielä tutkimushenkilöiden ja tutkimuksen kontekstin kuvaamiseen liittyviä seikkoja.

Opettajat tähän tutkimukseen olen valinnut harkiten. Tutkimushenkilöiden valinnassa olen pyrkinyt siihen, että he olisivat keskenään mahdollisimman erilaisia ja ilmentäisivät siten tutkimaani ilmiötä – matematiikan opetusta – mahdollisimman monipuolisesti. Näin ollen voidaan ajatella, että tulokset ovat täten monipuolisemmin siirrettävissä toisenlaisiin konteksteihin. Toisaalta on syytä todeta, että tutkimuksessa on ollut mukana vain kolme opettajaa, jolloin taas tulosten siirrettävyyden mahdollisuudet pienenevät laajaan otosjoukkoon verraten.

Käsillä olevan tutkimusraportin kulussa olen pyrkinyt kuvaamaan tutkimushenkilöinä toimineiden opettajien piirteitä niin tarkasti kuin se heidän tunnistamattomuutensa rajoissa on ollut mahdollista (ks. luku 7.2). Olen sisällyttänyt tähän opettajien kuvaukseen heitä yleisesti koskevia tietoja, mutta myös tarkemman analyysin heidän käsityksistään matematiikan tiedonluonteesta. Lisäksi raportin sisältämät runsaat aineistoesimerkit luovat kuvaa opettajien ajattelu- ja toimintatavoista. Opettajat poikkesivat toisistaan sukupuolensa, ikänsä, opettajankoulutuksensa, matematiikan opintojensa sekä opettajakokemuksensa suhteen, kuin myös sen suhteen, millaisena he näkevät matematiikan luonteen ylipäättään. Opettajat myös opettivat eri luokka-asteita ja pitkälti erilaisia matemaattisia sisältöjä. Opettajien yhteisenä – ehkä erityisenäkin piirteenä – voidaan mainita heidän vahva halukkuutensa oman opettajuuden pohtimiseen ja ammatilliseen kehittymiseen. Tämän puolesta puhuu opettajien aktiivisuus oman ammatillisen koulutautumisensa suhteen sekä toisaalta myös heidän sitoutumisensa tähän tutkimusprojektiin, jonka aineisto on hyvin henkilökohtaista sekä keruultaan työlästä ja aikaa vievää.

Tutkimuskontekstin osalta olen myös pyrkinyt riittävän kattavaan kuvaukseen toisaalta määrittelemällä tutkimustani ohjaavaa tausta-ajattelua ja toisaalta taas kuvaamalla niitä konkreettisia matematiikan opetus-opiskelu-opimisprosesseja, joihin liittyen olen tutkimusaineistoni kerännyt. Tutkimuk-

sen taustan osalta olen tuonut esiin tutkimusta ohjaavan käsitykseni opettajan roolista sekä opettajan pedagogisen ajattelun ja toiminnan välisestä yhteydestä. Lisäksi olen kuvannut tutkimukseni ainedidaktista kontekstia pohtimalla matematiikan ja sen opetuksen luonnetta useista eri näkökulmista käsin. Viime kädessä olen määritellyt oman lähtökohtaisen näkemykseni matematiikan opetuksen olemuksesta perustekijöineen. Opettajien kuvausten yhteydessä olen kuvannut myös heidän opettamaansa luokkaa, mutta erityisesti vastatessani ensimmäiseen tutkimuskysymykseeni koskien opettajien pedagogista toimintatapaa, olen tullut kuvanneeksi hyvin yksityiskohtaisestikin konkreettisten matematiikan opetus-opiskelu-oppimisprosessien sisältöä ja kulkua. Näiden kuvausten perusteella lukija saa nähdäkseni käsityksen siitä, millaisista lähtökohdista käsin olen tutkimukseni aineistoa analysoinut ja voi siten edelleen pohtia tulosten siirrettävyyden mahdollisuuksia.

### 15.3 Tutkimustilanteen arviointi

Määrällisessä tutkimuksessa reliabiliteetti kertoo, missä määrin tutkimustulokset pysyvät muuttumattomina, kun tutkimus toistetaan samoissa olosuhteissa. Laadullisessa tutkimuksessa tulosten muuttumattomuus ei Tynjälän (1991, s. 391) mukaan ole relevanttia, koska todellisuuksia oletetaan olevan yhden sijaan useita. Lisäksi tutkimuksen kuluksa voi ilmetä eri syistä johtuvaa vaihtelua tutkijassa itsessään, ympäröivissä olosuhteissa tai tutkittavassa ilmiössä. Erilaisten ulkoisten vaihtelua aiheuttavien seikkojen lisäksi myös tutkimuksesta ja ilmiöstä itsestään johtuvat tekijät on huomioitava. Tällaisesta luotettavuuden osatekijästä Lincoln ja Guba (1985) käyttävät nimitystä ”*debendability*” – Tynjälän puhuessa tutkimustilanteen arvioinnista.

Kuten jo aiemmin totesin, olen tämän tutkimusraportin kuluksa pyrkinyt jatkuvasti tuomaan esiin tutkimuksen toteutumista ja omaa päätöksentekoaani ongelmakohtineen. Tutkimustilanteen arvioinnin osalta olen aiemmin pohtinut erityisesti aineistonkeruun onnistumista sekä analyysin tekoa (ks. luvut 8 ja 9). Näin ollen päädyn tässä yhteydessä toteamaan vain yhteenvedon omaisesti tutkimustilanteen – aineistonkeruun ja analyysin – luotettavuuteen keskeisesti vaikuttaneita tekijöitä.

Aineistonkeruussa ilmeisimmät luotettavuuteen vaikuttavat seikat liittyvät menetelmiin. Videohavainnoinnin keskeisimmät ongelmat ovat sen luonnollista tilannetta ja siten opettajan toimintaa häiritsevä vaikutus sekä valikoituneen kuvauksen tuottaminen tutkittavasta ilmiöstä. Stimulated recall -haastattelumenetelmä asettaa puolestaan haasteita niin tutkijalle kuin tutkimushenkilöillekin. Tutkijan tulee edetä haastattelutilanteessa pääsääntöisesti haastateltavan opettajan ja videolla näkyvissä olevan toiminnan ehdoilla sekä huolehtia tutkimustilanteen asianmukaisesta vuorovaikutuksesta. Tässä tutkimuksessa vuorovaikutuksen luonteeseen vaikutti erityisesti se, että tutkimushenkilöt olivat minulle entuudestaan tuttuja. Tutkijan on kuitenkin pidettävä mielessä myös omat tutkimustavoitteensa sekä lukuisat käytännön asiat, kuten ajankäyttö ja teknisten laitteiden toimivuus. Haastateltavien opettajien haas-

teena on itsensä katsominen videolta sekä metakognitiivisten taitojen käyttäminen omasta ajattelun ja toiminnan kuvaamisessa. Laadullista aineistoa analysoitaessa merkittävää tutkimuksen luotettavuuden kannalta on erityisesti tutkijan esiymmärryksen ja subjektiivisten tulkintojen tiedostaminen. Tämän tutkimuksen osalta merkittäviä haasteita asetti myös aineiston laajuus ja sen analyysin hallitseminen.

Tässä yhteydessä on syytä arvioida tutkimustilannetta vielä lyhyesti koko tutkimusprosessin näkökulmasta. Erityisesti pohdin, mikä vaikutus koko tämän tutkimusprosessin kestolla on ollut toisaalta omaan tutkijan toimintaani ja toisaalta tutkittavan ilmiön näkökulmasta tarkasteltuna.

Tutkimusprosessi on kestänyt kaiken kaikkiaan noin kymmenen vuotta, ja näen että tällä on varmasti ollut vaikutuksensa tutkimuksen lopulliseen muotoutumiseen. Ilmeisenä ongelmana on ollut kokonaiskäsitteiden katoaminen tutkimuksen kuluksi ja sen vaiheesta ajoittaisten taukojen tai tutkimuksen hitaan etenemisen vuoksi. Unohtamista on tapahtunut myös suhteessa autenttisiin havainnointi- ja haastattelutilanteisiin sekä aineiston sisältöön. Videoaineisto on toisaalta helposti mieleenpalautettavissa, mutta haastatteluaineiston hahmottaminen ja sen yksityiskohtien muistaminen on ajan kuluessa vaikeaa. Tutkimuksen kesto on toisaalta ollut myös eduksi analyysin teossa. Tutkimuksen keskeisenä ideana on ollut tarkastella tutkittavaa ilmiötä sekä ulkopuolisen tutkijan että opettajan omasta näkökulmasta käsin. Havaintojen tekeminen opettajan toiminnasta on ollut ikään kuin objektiivisempaa silloin, kun opettajien omat tulkinnat videolla näkyvistä tapahtumista ovat unohtuneet. Lisäksi tietysti ajan kuluksella oma teoreettinen ymmärrykseni niin opetuksesta kuin matematiikastakin on omien opintojeni ja opettajankoulutuksen parissa työskentelyni tuloksena kehittynyt. Tutkimuksen empiirisen aineiston tulkinta olisi varmasti erilaista ilman tätä ammatillista kehittymistäni. Lopulta oleellista tutkimusprosessin luotettavan toteutumisen kannalta on ollut huolellinen tutkimuksen vaiheiden raportointi, jolloin ajan kulusta huolimatta kokonaisuus ja vaihe on ollut mahdollista palauttaa tarkoituksenmukaisella tavalla mieleen.

Tutkimuksen kestoa tutkittavan ilmiön näkökulmasta pohdittuna voisi arvella, että tutkimani ilmiö – matematiikan opetus – on kymmenen vuoden kuluessa osittain muuttunut. Tämän tutkimuksen aineistossa oli havaittavissa se, että opettajien käsitys opetuksesta ja opiskelusta oli pitkälti yksilökeskeisen konstruktivismin periaatteita noudattelevaa, vaikka opettajat korostivatkin oppilaskeskeisyyden merkitystä. Nyt, kun selkeästi sosio-konstruktivistinen opetussuunnitelma-ajattelu on ehtinyt vallata tämän tutkimuksen aineiston kehuun jälkeen alaa jo useita vuosia, voisi oppimisen sosiaalisen ja yhteisöllisen aspektin olettaa jo ilmenevän opetuskäytänteissäkin selkeämmin.

## 15.4 Vahvistettavuus

Nykyisin laadullisen tutkimuksen piirissä korostetaan – objektiivisuuden käsitteen sijaan – subjektiivisuuden väistämättömyyttä. Lincolnin ja Gubaan

(1985) viitaten Tynjälä (1991, ss. 391–392) selvittää, että tutkimuksella tavoitetaan pikemminkin näkökulmia kuin totuutta sinänsä, ja siksi on oleellista tiedostaa, miten tutkijan oma viitekehys vaikuttaa tutkimuksen eri vaiheissa. Tynjälä jatkaa viittaamalla Pattoniin (1990) ja Kreftingiin (1991). Pattonin mielestä kyse ei ole tällöin objektiivisuudesta, vaan tutkijan luotettavuudesta, uskottavuudesta, rehellisyydestä ja tasapainosta. Krefting toteaa, että objektiivisuudella on tarkoitettu myös tutkijan riippumattomuutta, neutraaliutta ja tiettyä etäisyyttä tutkittavista henkilöistä. Tynjälän mukaan laadullisessa tutkimuksessa tutkijan ja tutkittavien suhde on erilainen kuin määrällisessä tutkimuksessa. Tutkijan on saavutettava tutkittavien luottamus ja silloin pyritään tietoisesti vähentämään tutkijan ja tutkittavien välistä etäisyyttä. Tynjälä toteaa, että Lincoln ja Guba (1985) ovatkin siirtäneet neutraaliuden korostamisen laadullisessa tutkimuksessa tutkijasta aineistoon. Neutraaliuden kriteeriksi he esittävät vahvistettavuutta, ”*confirmability*”, joka saavutetaan, kun on varmistettu tutkimuksen totuusarvosta ja sovellettavuudesta.

Monet edellisissä luvuissa 15.1–15.3 pohditut seikat vastaavat kysymyksen tutkimuksen vahvistettavuudesta. Läpi koko tutkimusprosessin ja sen raportoinnin olen pyrkinyt huolellisesti kuvaamaan ja perustelemaan omaa toimintaani tutkijana sekä tuomaan esiin prosessin kulussa ilmenneet ongelmatkohdat, mutta myös sen vahvuudet. Yhteenvetona voin lopuksi todeta, että keskeisimmät tutkimukseni luotettavuuteen vaikuttavat tekijät ovat tutkittavan ilmiön luonne, tutkimusprosessin laajuus sekä tutkijan subjektiivisuus.

Opetus on ilmiönä laaja ja monitahoinen, vaikka rajautuisikin pohtimaan sen olemusta vain opettajan näkökulmasta käsin. Tämän kompleksisen ilmiön tavoittamiseksi olen tässä tutkimuksessa tarkastellut sitä useista eri suunnista ja erilaisia keinoja käyttäen, kuten edellä olen todennut. Väistämättä ilmiön luonne sekä pyrkimykseni matematiikan opetuksen kokonaisuuden hahmotamiseen on johtanut myös itse tutkimusprosessin laajuuteen. Tutkimusprosessin hallinnan ja tutkimuksen luotettavuuden kannalta on ollut oleellista raportoida siitä huolellisesti – kuvata tutkimuksen kulkua vaihe vaiheelta, perustella tutkimuksen kulussa tehdyt päätökset sekä osoittaa aineiston ja tulkintojen laatua myös autenttisilla aineisto- ja analyysiesimerkeillä. Viimein laadullisen tutkimuksen piirissä ei voida välttyä tutkijan subjektiivisen roolin pohdinnalta. Tutkijan tausta ja esiymmärrys ovat mukana tutkimusprosessin kaikissa vaiheissa vaikuttaen tutkijan havainnointiin ja tulkintaan mielenkiinnonkohteena olevasta ilmiöstä – toisaalta tutkimusta edistävänä ja osaltaan myös sen luotettavuutta horjuttavana tekijänä.

## 16 Tutkimuksen käytettävyys

Tämä tutkimus on tuottanut tuloksenaan käytännönläheisen kuvauksen matematiikan opetuksesta sellaisena kuin se luokanopettajan pedagogisen ajattelun ja toiminnan avulla näyttää ilmenevän. Tutkimuksen empiirisen aineiston perusteella opettajien ajattelussa ja toiminnassa havaittiin heitä yhdistäviä piirteitä, mutta myös jokaiselle opettajalle ominaisia ajattelun ja toiminnan tapoja. Kaikkien kolmen opettajan opetuskäsityksille oli yhteistä se, että noudatettiin pitkälti opetussuunnitelma-ajattelun mukaisia konstruktivistisia periaatteita. Lopulta opettajakohtainen opetuskäsitysten tarkastelu tarkensi tämän matematiikan opetuksen yhteisen ”ytimen” painottumista ja eriytymistä kullekin opettajalle omalaatuisella tavalla – humanistis-konstruktiiivisesti, kognitiivis-konstruktiiivisesti sekä kontekstuaalis-konstruktiiivisesti.

Käsillä olevassa tutkimuksessa matematiikan opetusta on pohdittu myös teoreettisella tasolla. Empiirisen aineiston perusteella määriteltiin opetuskäsityksiin pohjautuen matematiikan opetusta on hahmotettu nelitahaisen käsitteellisen mallin avulla. Erityisesti huomio on kiinnitetty tämän matematiikan opetuksen mallin sisältämään didaktiseen suhteeseen, joka määrittyy viimein opettajan suhteena oppilaan, sisällön ja elämänpäiirin muodostamaan kokonaisuuteen. Näin on pyritty vastaamaan kysymykseen siitä, miten opettaja käsittelee oman työnsä keskeisintä ulottuvuutta, oppilaan opiskelun ja oppimisen ohjaamista.

Seuraavaksi vertaan tutkimukseni tuottamia tuloksia aiempaan matematiikan opetusta koskevaan tutkimukseen, mutta kiinnitän huomioni viimein erityisesti siihen, millaista käyttöarvoa ja merkitystä tutkimukseni tuloksilla ja sen sisältämällä menetelmällisellä kehittelyllä on opetuksen ja opettajankoulutuksen sekä opetuksen tutkimuksen kannalta. Lisäksi tarkastelen tämän tutkimuksen antia myös omasta henkilökohtaisesta näkökulmastani käsin pohti- en omaa opiskelu- ja oppimisprosessiani ammatillisen kehittymiseni edistäjänä.

### 16.1 Tutkimustulosten tarkastelua

Kuten tutkimuksen alussa olen todennut, opetuksen käsitteenmäärittelyn ja olemuksen tarkastelun pohjalta kokoamani ”opetustapahtumaa kuvaava teoreettinen käsitteistö” ilmensi sitä esiymmärrystä, joka minulla tutkijana lähtökohtaisesti oli matematiikan opetuksesta. Tämä käsitteistö on ohjannut empiirisen aineiston analyysia, mutta tutkimusprosessin kuluessa, tulkintojen tarkentuessa käsitteistöä on myös testattu ja koeteltu. Viimein on siis syytä pohtia – tutkimustulosten valossa – millainen käsitteellinen malli on tarkoituksenmukainen opetustapahtuman jäsentymistä ja sen elementtejä tarkastellessa.

Opetustapahtumaa kuvaava käsitteellinen malli koostui alun alkaen neljästä ns. didaktisesta tekijästä, jotka kuvasivat yksityiskohtaisesti opiskeltavan sisällön rakentumista, opetuksen ja opiskelun tavoitteita, opetus- ja opiskelutoiminnan organisointia ja opetustapahtuman kuluessa ilmenevää vuorovaiku-

tusta (ks. tarkemmin luku 5.3; liite 5.1). Tähän käsitteistöön verrattuna tutkimuksen lopputulemana kehitelty malli kuvaa matematiikan opetusta aiempaa yleisemmällä tasolla, ilmentäen opetuksen keskeisiä tekijöitä sekä myös näiden välisiä suhteita, joita erityisesti mallin sisältämä didaktisen suhteen uudelleen määrittely tuo esiin. Matematiikan opetuksen mallin sekä opettajien opetuskäsitysten voidaan tulkita jäsenytyvän ensisijaisesti matematiikan opetuksen ja opiskelun tavoitteiden kautta. Tavoitteet määrittyvät sisällöllisinä tavoitteina, mutta myös näkemys senä siitä, että matematiikalla on merkitystä oppilaan elämässä koulun ulkopuolellakin. Keskeistä matematiikan opetuksessa on oppilaan toiminta ja hänen oppimisensa. Tätä pyrkimystä ohjaavina ja tukevinä tekijöinä jäsenytyvät sekä opettajan vastuullinen toiminta oppilaiden opiskelun ohjaamisessa ja tukemisessa että oppilaan oma persoona henkilökohtaisine luonteenpiirteineen ja kykyineen. Viimein matematiikan opetus-opiskelu-oppimisprosessi sijoittuu johonkin kontekstiin, joka opettajien opetuskäsitysten mukaan voi määrittyä monipuolisesti toteutuvana opetus-opiskelu-oppimisprosessina tai matematiikan tiedonluonteesta tai oppilaan hyvinvoinnista käsin (ks. tarkemmin luku 12).

Aineiston analyysin ja tutkimustuloksista tehtyjen johtopäätösten myötä opetustapahtumaa kuvaavan käsitteistön voidaan siis nähdä saaneen uuden muodon, jonka tämän tutkimuksen piirissä olen nimennyt matematiikan opetuksen malliksi ja sitä tarkentavaksi didaktiseksi suhteeksi (ks. tarkemmin luku 14). Matematiikan opetuksen malli ilmentää opetuksen ja opiskelun tavoitteita korostaessaan kokonaisvaltaisella ja käyttökelpoisella tavalla niitä opetuksen elementtejä, jotka ovat merkityksellisiä opettajan matematiikan opetusta koskevassa pedagogisessa päätöksenteossa.

Ennen tutkimustulosten ja tutkimuksen menetelmällisen kehittelyn merkityksen sekä jatkotutkimusaiheiden pohdintaa tarkastelen vielä lyhyesti, miten käsillä olevan tutkimuksen tuottamat tulokset suhteutuvat aiempaan suomalaiseen matematiikan opetuksen tutkimukseen sekä siihen yleiseen keskusteluun, jota matematiikan opetuksesta käydään. Kuten Pehkonen ja Rossi (2007) sekä Krzywacki ym. (2010) ovat todenneet, suomalaisessa matematiikan opetuksen tutkimuksessa luokkahuonetutkimusta on viime vuosikymmeninä tehty varsin vähän ja sen vuoksi esimerkiksi tyypillisen matematiikan oppitunnin kuvaileminen ilman tutkimustietoa on haasteellista. Käsillä olevassa tutkimuksessa on pyritty osaltaan vastaamaan tähän tarpeeseen kuvaten matematiikan opetus-opiskelu-oppimisprosessin kulkua opettajan pedagogisen ajattelun ja toiminnan ilmentämänä sekä myös käsitteellisesti mallintaen.

Tämän tutkimuksen tulosten valossa matematiikan oppitunti näyttää rakentuvan pitkälti perinteisen opetuksen mallin mukaisesti, kuten esimerkiksi Norris ym. (1996), Patrikainen (2001) ja Perkkilä (2002) ovat tutkimuksiinsa perustuen todenneet. Oppitunti koostuu pääsääntöisesti opettajakeskeisestä uuden opiskeltavan sisällön opetuksesta sekä oppilaskeskeisestä harjoittelusta, jolloin oppilaat tekevät itsenäisesti oppikirjan tehtäviä. Kuitenkin matematiikan opetus ja opiskelu toteutuvat pitkälti konstruktivistisia periaatteita noudatellen. Uusien tietojen ja taitojen opiskelu perustuu usein aiemmin opituille

sisällöille sekä oppilaiden omille kokemuksille. Lisäksi korostetaan oppilaiden oman aktiivisuuden merkitystä opetus-opiskelu-oppimisprosessin kuluksa. Matemaattisen tiedon luonne huomioidaan hyödyntämällä abstrakteja käsitteitä havainnollistavia välineitä. Näitä näkökohtia on usein pidetty tärkeänä myös suomalaisessa matematiikan opetuksen tutkimuksessa (vrt. Pehkonen, 2009; Krzywacki ym. 2010). Toisaalta taas tämän tutkimuksen tulosten mukaan vähäiselle huomiolle jäivät esimerkiksi oppilaiden ongelmanratkaisutaitojen kehittäminen, vaikka omien ajattelutapojen ilmentämisen ja perusteleminen kehkeyttä muuten korostettiin.

Matematiikan opetusta koskevassa yleisessä keskustelussa opetuksen laatu ja oppilaiden osaamisen taso näyttäytyvät varsin ristiriitaisessa valossa. Toisaalta kritisoidaan ymmärryksen, peruslaskutaitojen ja matemaattisen ajattelun puutteita. Toisaalta taas mm. PISA-tutkimusten mukaan suomalaiset oppilaat näyttävät selviävän hyvin arkielämässään kohtaamista matemaattisista ongelmanratkaisutilanteista. Tämän tutkimuksen piirissä opettajat korostivat vahvasti matemaattisten perustietojen ja -taitojen hallintaa, jonka edellytyksenä he pitivät ymmärtämistä sekä matematiikan merkitystä ennen kaikkea jokapäiväisissä käytännön elämän tilanteissa. PISA-tutkimuksen tulosten mukaisesti opettajia mietityttivät myös oppilaiden asenne ja motivaatio matematiikan opetusta kohtaan sekä heidän matemaattinen minäkuvasa. (vrt. Törnroos, 2004; Korhonen, 2006; Kupari ym., 2007.)

Käsillä olevassa tutkimuksessa ymmärrystä matematiikan opetuksesta halettiin syventää opetustapahtuman ulkoisen havainnoinnin lisäksi myös opettajien ajattelun kautta. Opettajien opetuskäsitysten mukaan matematiikan opetuksen ja opiskelun keskeisiä tavoitteita ovat viime kädessä ymmärtämiseen perustuva matemaattisten sisältöjen hallinta – kuten edellä juuri todettiin – opitun soveltaminen ja hyödyntäminen jokapäiväisessä elämässä sekä matemaattisten ajattelun taitojen kehittyminen. Lisäksi keskeistä on oppilaiden persoonan kaikinpuolinen kehittäminen ja henkinen hyvinvointi. Myös mm. Norris ym. (1996) ovat kiinnittäneet huomiota juuri tähän opettajan ja oppilaiden väliseen vuorovaikutukseen ja sen laatuun, joka näyttäytyy heidän havaintojensa mukaan tasa-arvoisena, luottamuksellisena ja inhimillisenä kanssakäymisenä.

## **16.2 Tutkimustulosten ja tutkimuksen menetelmällisen kehittelyn merkitys ja hyödyntäminen**

Tutkimukseni tavoitteena on ollut ensisijaisesti tutkia matematiikan opetuksen toteutumista ja sen perusteita todellisessa opetus-opiskelu-oppimisprosessissa sekä siten syventää ymmärrystä matematiikan opetuksesta ja kehittää edelleen sitä koskevaa teoreettista käsitteistöä. Tutkimustulosten ja tutkimuksen menetelmällisen kehittelyn merkitystä ja hyödynnettävyyttä voidaan pohtia eri suunnista – toisaalta käytännön kouluopetuksen ja opettajankoulutuksen kehittämisen kannalta ja toisaalta opetuksen tutkimuksen näkökulmasta.

Kuten edellä on todettu, matematiikan opetusta välittömässä luokkahuonekontekstissa on Suomessa tutkittu vähän. Siten tutkimukseni tuottaa tarpeellista tietoa siitä, mitä matematiikan oppitunnilla tapahtuu, mutta tuo esiin myös niitä perusteita, joita opettajat itse matematiikan opetus-opiskeluoppimisprosessin kulkuun liittävät. Erityisen ajankohtaista tieto juuri suomalaisesta matematiikan opetuksesta on nyt, kun maailmanlaajuisesti pohditaan suomalaisen koulujärjestelmän erinomaisuutta.

Tätä tutkimustietoa voidaan hyödyntää sekä kouluopetuksen että opettajankoulutuksen kontekstissa. Tulokset tarjoavat nykyisille ja tuleville opettajille vertailukohdan, jota vasten he voivat peilata omia pedagogisia ajattelu- ja toimintatapojaan ja pohtia niiden tarkoituksenmukaisuutta. Tutkimuksessa kehitelty matematiikan opetuksen malli sekä siihen sisältyvä didaktisen suhteen tarkastelu tuovat esiin useita erilaisia näkökulmia sekä relevantin käsitteistön opetustapahtuman monipuolisen analysoinnin avuksi.

Edelleen tiedolla on käyttöä määritellessä matematiikan opetuksen kehitys- ja tutkimustarpeita niin kouluopetuksen kuin opetuksen tutkimuksenkin piirissä. Tulokset tarjoavat uusia näkökulmia esimerkiksi laajoihin kansainvälisiin vertailututkimuksiin, joita mm. PISA ja TIMSS -tutkimukset edustavat. Nämä tutkimukset tuottavat yleistä tietoa, jota rikastuttavana tekijänä erityinen ”ruohonjuuritason” tieto ansaitsee paikkansa. Käsillä oleva tutkimus nostaa esiin mm. matemaattisen ajattelun tärkeyden sekä pohdintoja oppilaan asemasta sekä hänen elämänpiirinsä huomioimisesta myös matematiikan opetuksen kontekstissa.

Tutkimukseni sisältää myös laajalti menetelmällistä kehittelyä, joka kohdistuu videohavainnoinnin sekä stimulated recall -haastattelumenetelmän hyödyntämiseen. Tutkimuksen menetelmällisiä keinoja voidaan yhtä lailla hyödyntää myös käytännön opetustyön apuvälineenä. Video tarjoaa opettajalle mahdollisuuden reflektoida omaa toimintaansa rauhassa jälkikäteen, joka harvoin on mahdollista itse opetus- ja opiskelutilanteissa. Samoin näitä menetelmällisiä keinoja voidaan hyödyntää opettajankoulutuksessa opetusharjoittelun ohjauksessa. Jälleen kasvatustieteellisen tutkimuksen kannalta tarkastellessa, käsillä olevan tutkimuksen menetelmälliset ratkaisut havainnollistavat tapaa, jolla voidaan tutkia kokonaisvaltaisesti luonnollisissa olosuhteissa tapahtuvia opetus- ja opiskelutilanteita. Ilmiöiden kokonaisvaltaisen tarkastelun voidaan nähdä lisäävän myös tutkimuksen toteutuksen ja tulosten luotettavuutta.

Tutkimukseni merkittävyyttä voi pohtia myös edellä esitettyä kontekstia – opetuksen ja tutkimuksen kehittämistä – konkreettisemmalla tasolla, tutkimukseen osallistuneiden opettajien näkökulmasta (vrt. Aaltonen, 2002). Keskustellessani aineistonkeruun yhteydessä opettajien kanssa tutkimusprosessin mahdollisista vaikutuksista heidän ajattelu- ja toimintatapoihinsa, opettajat toivat esiin, kuinka he ovat kokeneet hyötyvänsä ammatillisesti osallistumisestaan tähän tutkimukseen. Oheiset aineistolainaukset osoittavat, että tutkimusprosessi on tarjonnut opettajille mahdollisuuden pysähtyä pohtimaan omaa matematiikan opetustaan toisella tapaa kuin se normaalisti kouluelä-



mässä on mahdollista. Sen lisäksi, että oppilaiden opiskelun ja ymmärryksen seuraaminen on ollut mielenkiintoista ja mukavaa, ovat opettajat aktivoituneet miettimään, miten voisivat edelleen kehittää omaa matematiikan opetustaan ja siten tukea oppilaiden opiskelua tarkoituksenmukaisella tavalla. Pohdinnat opetuksen kehittämisestä koskevat niin käytännön oppituntitilanteita kuin yleisemmin matematiikan opetusta opetussuunnitelman tasolla, kuten erityisesti Opettaja B tuo esiin. Toisaalta Opettaja A toteaa, että tutkimusprosessi on myös vahvistanut omaa käsitystä siitä, että tietyt jo olemassa olevat toimintatavat ovat tarkoituksenmukaisia ja säilyttämisen arvoisia. Toisaalta opettajat toteavat, että tutkimusprosessi on myös vahvistanut heidän käsitystään siitä, että tietyt jo olemassa olevat opetuksen ja opiskelun tavat ovat tarkoituksenmukaisia ja säilyttämisen arvoisia.

*C: -- Mutta onhan tää ollut mielenkiintoinen kyllä, että harvoin sitä itse omaa toimintaa kahden viikon ajan sitten jälkikäteen havainnoi. Saatikka, että miettii, että mitä tossa on tolla hetkellä ajatellut. -- Että onhan se hauska, varsinkin kun sit näkee sen, että miten se oppilaiden tasolla se ymmärrys ja se juttu etenee. Onhan se asettanut sellasia näkökulmia, että pohtii sitä, että miten löytäis ne kanavat, mitkä aukaisis lapselle sen ajattelun. (C\_8/9)*

*B: -- Mistä mulle on ollut tästä hyötyä, niin mä oon nyt koko ajan tehnyt sitä [uuden kouluni] opetussuunnitelmaa, niin se on kyllä ihan hirveesti auttanut siinä. Kun oon tätä joutunut käytännössä refleктоimaan ja miettimään sitä omaa tuntia ja omaa opetusta, että miksi tekee jotakin juttua, niin sitten se on siirtynyt siitä myöskin sinne. Että hetkinen, mitä täs voi tehdä? Miten mä pelaan tän kans? Miten mä laitan ton? (B\_8/9\*)*

*A: Ei näin intensiivinen tutkimusprosessi voi olla vaikuttamatta jatkossa omaan toimintaani opettajana. Toisaalta se on vahvistanut joitain omia toimintatapoja ja toisaalta se on nostanut esiin joitain suuntia, joihin haluan opetustani kehittää jatkossa. Tutkimusprosessi vahvisti haluani ylläpitää samankaltaista oppituntien vuorovaikutusta ja ilmiäpiiriä myös jatkossa. Tutkimusprosessi laittoi minut miettimään opetusta vielä enemmän myös oppilaiden suunnasta ja erityisesti olen miettinyt, miten voisin paremmin eriyttää matematiikan opetustani ja huomioida yksilöllisemmin matemaattiselta taitotasoltaan erilaiset – sekä keskitasoa heikommat että taitavammat – oppilaat luokassani. (A\_sähköposti)*

### 16.3 Tutkimusprosessin merkitys omassa ammatillisessa kehittämisessä

Sen lisäksi, että tutkimuksen käyttöarvoa ja merkittävyyttä voidaan tarkastella toisaalta laajasti käytännön opetuksen ja opettajankoulutuksen sekä opetuksen tutkimuksen kontekstissa ja toisaalta paikallisesti tutkimuksessa mukana olleiden opettajien kannalta, voidaan tutkimuksen antia pohtia myös itse tutkimusprosessin toteuttajan – tutkijan – näkökulmasta.

Pohtiessani tässä tutkimusraportissa kuvaamaani tutkimusprosessia tutkijana kehittymiseni kannalta nousee ensimmäisenä asiana helposti mieleen omien tutkijan taitojen karttuminen. Ymmärrykseni, tietoni ja taitoni tutkimusprosessin toteuttamisesta erilaisine metodologisine mahdollisuuksineen ovat syventyneet. Erityisesti koen oppineeni paljon uutta visuaalisen videoaineiston keräämisestä ja analysoinnista, jota en tässä laajuudessa ja tällä tark-

kuudella ole aiemmin hyödyntänyt. Stimulated recall -haastattelumenetelmä oli lähtökohtaisesti minulle tutumpi menetelmä, mutta myös tässä yhteydessä ennen kaikkea str-menetelmällä syntyvän aineiston laatu ja analyysin keinot askarruttivat usein tutkimusprosessin kulussa.

Luonnollisesti myös sisällöllinen, tutkittavaan ilmiöön – opetukseen ja tarkemmin matematiikan opetukseen – liittyvä ymmärrys on tämän tutkimuksen teon myötä syventynyt. Ankkuroituminen lähtökohtaisesti saksalaisperäiseen, skandinaaviseen ajattelutapaan didaktiikasta, opetuksesta ja opettajan roolista on laajentanut ymmärrystäni kasvatustieteellisessä tutkimuksessa vallitsevista erilaisista katsantokannoista – erityisesti suhteessa angloamerikkalaiseen oppilaan roolia ja oppimista korostavaan tutkimusperinteeseen. Näiden kahden ajattelutavan taustoihin ja ominaispiirteisiin tutustuminen on opettanut paljon opetustapahtuman eri osapuolista ja siihen liittyvistä tekijöistä.

Edellä mainittuja menetelmällisiä ja sisällöllisiä seikkoja tärkeämpänä pidän lopulta kuitenkin perehtymistäni tutkijana tiedeyhteisön toimintaan ja siten tieteellisen tiedon syntyyn ja sen totuudesta varmistumiseen. Koen olleeni etuoikeutettu saadessasi työskennellä tutkijana tiiviissä kanssakäymisessä ympäröivän tiedeyhteisön kanssa. Tämä on mahdollistanut mm. lähes päivittäiset keskustelut muiden tutkijoiden kanssa, konferensseihin osallistumisen ja tieteellisten esitelmien kuuntelemisen ja niiden pitämisen, erilaisiin tutkimusprojekteihin osallistumisen ja tieteellisten artikkeleiden kirjoittamisen kuin kasvatustieteen opettamisen luokanopettajaopiskelijoille. Tämä kaikki on havainnollistanut konkreettisella tavalla, miten yksittäisen tutkijan tai tutkimusryhmän kehittämiä, usein empiiriseen aineistoon perustuvia ajatuksia testataan ja koetellaan tiedeyhteisössä ja miten ne kollegiaalisen argumentoinnin kautta saavuttavat – ainakin hetkellisesti ja tietyssä kontekstissa – tieteellisen tiedon arvon, jota on syytä välittää myös tuleville opettaja- ja tutkijasukupolville.

Tieteelliseen tiedonprosessointiin perehtyminen on osoittanut erityisesti myös käsitteellisen ajattelun ja käsitteellistämisen merkityksen. Usein käytännön opetus- ja opiskelutapahtumasta hankittu empiirinen aineisto ei ole ymmärrettävää, käyttökelpoista ja toisaalta aiempiaan tietoon verrattavissa olevaa ilman aineiston abstrahointia ja tarkoituksenmukaisten teoreettisten käsitteiden käyttöönottoa. Oman tutkimusprosessini myötä tämä seikka konkretisoitui minulle vahvasti päätyessäni kuvaamaan luokkahuoneissa tapahtuvaa matematiikan opetusta teoreettisen matematiikan opetuksen mallin ja sen sisältämän didaktisen suhteen avulla. Jatko-opintojeni kulussa olen myös havainnut, miten kompleksinen ilmiö opetus on ja miten monella eri tapaa monista eri näkökulmista sitä voidaan tarkastella. Näin ollen omien taustasitoutumusten, katsantokantojen ja käsitteenmäärittelyjen tarkentaminen on osoittanut tarpeellisuutensa, jotta voi tulla ymmärretyksi tieteellisessä keskustelussa ja tutkimuksen teossa.

Kaiken kaikkiaan tämän tutkimuksen parissa viettämäni vuodet ovat ilmentäneet havainnollisesti tutkimusprosessin luonnetta. Tutkimuksen tekoon

ei ole olemassa valmiita sääntöjä, joita noudattamalla tutkimus automaattisesti tuottaisi uutta, luotettavaa ja käyttökelpoista tietoa. Kuten aiemmin laadullisen tutkimuksen olemusta pohtiessani olen todennut, tutkijan on itse tuotettava oman analyysinsä viisaus (ks. luku 9). Tähän sisältyy metodista ja teoreettista osaamista, oivaltamista ja onnekkuaikin, mutta myös kärsivällisyyttä ja vastoinikäymisten sietokykyä. Näin jälkeinpäin omaa tutkimusprosessiani pohtiessani erityisinä kehittämisen kohtina näin tutkimukseni ajallisen keston sekä työn laajuuden tuottamat ongelmat. Jatkossa tutkimus tulisi pyrkiä tekemään huomattavasti lyhyemmän ja intensiivisemmän jakson aikana. Esimerkiksi työskentely tutkimusryhmässä oman itsenäisen tutkimuksen sijaan voi auttaa tämän tavoitteen saavuttamisessa. Samoin tutkimusaiheen rajaamista sekä aineiston laajuuden ja analyysin tarkkuuden välistä suhdetta tulee järkeistää. Näitä seikkoja olen pohtinut tarkemmin jo edellä luottottavuustarkastelun yhteydessä.

Kirjoittaessani tämän tutkimuksen viimeisiä kappaleita olen palannut pitkähkön tauon jälkeen yliopistomaailmasta takaisin kouluelämän pariin ja luokanopettajan työhön. Siten näen tarpeelliseksi tarkastella tämän tutkimusprosessin antia myös nykyisen opettajan työni kannalta. Kysymystä siitä, mitä hyötyä minulle luokanopettajana on jatko-opintojen ja väitöskirjatyön tekemisestä, olen miettinyt paljonkin viime aikoina. Luonnollisesti, kuten tutkimustulosteni käyttöarvoa ja merkittävyyttä pohtiessani totesin, tämä tutkimusprosessi on syventänyt ymmärrystäni opetuksesta ja erityisesti matematiikan opetuksen luonteesta ja tavoitteista. Tutkimuksen myötä olen saanut myös keinoja ja käsitteitä oman opetukseni reflektointiin ja kehittämiseen. Näiden, sisällöllisten aspektien ohella, erityisen merkittävänä pidän tutkimusprosessin myötä kehittyntä taitoani tarkastella opetustapahtumaa kokonaisvaltaisesti ja analyytisesti. Tämän taito helpottaa opetuksen suunnittelua ja toteutusta, mutta erityisesti sen arviointia. Kouluelämä koostuu nopeasti vaihtuvista vuorovaikutustilanteista ja on täynnä erilaisia osatekijöitä. Tässä vauhdissa ja monenlaisten asioiden muodostamassa sekamelskassa opettaja saattaa helpostikin hukata sen punaisen langan, joka ohjaa koulussa tehtävää opetus- ja kasvatustyötä, ellei hänellä ole kykyä analyyttiseen ja kokonaisvaltaiseen kouluelämän tarkasteluun. Näin ollen pidän tämän tutkimuksen keskeisimpänä henkilökohtaisena antina juuri näiden taitojen kehittymisen. Mielestäni niillä on ratkaiseva rooli opettajan työn mielekkyyden säilyttämisessä ja työssä jaksamisessa.

## 16.4 Jatkotutkimusaiheet

Tässä tutkimuksessa mielenkiintoni on suuntautunut matematiikan opetuksen tarkasteluun opettajan pedagogisen ajattelun ja toiminnan ilmentämänä. Kuten olen todennut, opetus on laaja ilmiö ja matematiikan opetus ehkä vieläkin laajempi ilmiö. Siten tämä tutkimusprosessi monine vaiheineen ja näkökulmiineen on herättänyt monenlaisia ajatuksia uusista tutkimusmahdollisuuksista.

Ensimmäinen mahdollinen jatkotutkimuksen suunta kumpuaa tutkimuksen tuloksista, jotka on viimein esitetty käsitteellisen matematiikan opetuksen mallin sekä sen sisältämän, aiempaa moniulotteisemman didaktista suhteen muodossa. Tarkasteluni näkökulma on lopulta ollut kokonaisvaltainen ja pyrkinyt hahmottamaan opetuksen keskeisiä tekijöitä yleisesti. Siten jatkossa olisi tarpeen rajata näkökulma tarkemmin ja ottaa tarkasteluun kerrallaan vain yksi mallin elementeistä. Kiinnostavaa olisi esimerkiksi pohtia, mitä opettajat todella tarkoittavat puhuessaan matemaattisten ilmiöiden ymmärtämisestä ja kuinka he tähän pyrkivät. Tai vastaavasti voitaisiin pohtia muitakin didaktisten suhteen ulottuvuuksia – ajattelua ja oppilaan hyvinvointia – ja pyrkiä niiden syvempään ymmärtämiseen. Toisaalta tutkimuksessa nousivat mielenkiintoisella tavalla esiin myös matematiikan opetuksen sosiaalis-affektiiviset tekijät useilla eri tavoin – tavoitteena, opiskelun tukena sekä opiskelu- ja oppimisympäristöön liittyvänä näkökohtana. Myös tätä näkökulmaa olisi kiinnostavaa tutkia tarkemmin.

Toisena ilmeisenä jatkotutkimuksen kohteena on oppilaiden näkökulman huomioiminen. Tämä tutkimuksen piirissä rajoituttiin tarkastelemaan matematiikan opetusta opettajan ajattelun ja toiminnan kautta ja oppilaat huomioitiin vain välillisesti. Oleellista olisi toki tutkia, miten oppilaat – opetustapah-tuman keskeisimpinä toimijoina – hahmottavat omaa toimintaansa suhteessa matematiikan opetuksen mallin eri tekijöihin.

Kolmas suunta jatkotutkimukselle avautuu luonnollisesti opetuksen ja opiskelun kohteena olevan sisällön suunnassa. Käsillä olevan tutkimuksen puitteissa ei oppiaineen merkitystä voitu erityisesti pohtia, mutta olisi erityisen kiinnostavaa tutkia, millaiseksi opetuksen malli eri oppiaineiden konteksteissa rakentuu – mitä kaikkia oppiaineita yhdistäviä elementtejä voidaan määrittää ja mitkä taas ovat kunkin aineen ominaispiirteet. Tämä sisällöllinen näkökulma herättää miettimään myös mahdollisia eroja luokan- ja aineenopettajan ajattelussa ja toiminnassa.

Näitä kysymyksiä on perusteltua lähteä pohtimaan tämän tutkimuksen luomalta pohjalta, jonka mukaan opettajan pedagoginen ajattelu ja toiminta suuntautuu viime kädessä kohti oppilaiden ajattelun ja ymmärryksen edistämistä sekä heidän hyvinvointinsa vaalimista.

## Lähteet

- Aaltonen, K. (2002). Use of stimulated recall -interview: A tool in eliciting practical knowledge and action of an experienced nursing teacher. In K. Julkunen, S. Havu-Nuutinen, & J. Pieta-rinen (Eds.), *Learning and instruction in multiple contexts and settings III. Proceedings of the fourth Joensuu symposium on learning and instruction* (ss. 179–188). Joensuun yliopis-ton kasvatustieteiden tiedekunnan selosteita n:o 85. Joensuu: Joensuun yliopistopaino.
- Aaltonen, K. (2003). *Pedagogisen ajattelun ja toiminnan suhde. Opetustaan integroivan opettajan tietoperusta lähihoitajakoulutuksessa*. Joensuun yliopisto. Kasvatustieteellisiä julkaisuja 89. Joensuu: Joensuun yliopistopaino.
- Alasuutari, P. (1999). *Laadullinen tutkimus*. 3. uudistettu painos. Tampere: Vastapaino.
- Alexanderson, M. (1994). *Metod och medvetande*. Göteborg studies in educational Sciences 96. Acta Universitatis Gothoburgensis. Göteborg: Vasastadens Bokbinderi.
- Ball, D. L. (1991). Research on teaching mathematics: Making subject matter knowledge part of the equation. In J. Brophy (Ed.), *Advances in research on teaching*, vol 2. *Teacher's knowl-edge of subject matter as it relates to their teaching practice* (ss. 1–47). Greenwich, CT: JAI Press.
- Ball, D. L., & McDiarmid, G. W. (1990). The subject matter preparation of teachers. In R.Houston (Ed.), *Handbook of research on teacher education* (ss. 437–449). New York: Macmillan.
- Bassey, M. (1999). *Case study research in educational settings*. Buckingham: Open University Press.
- Bengtsson, J. (2001). Towards an ontological understanding of teaching. *Nordisk pedagogik*, 21, 134–148.
- Björkqvist, O. (1994). Sosiaalisesta konstruktivismista. Teoksessa S. Tella (toim.), *Näytön paikka. Opetuksen kulttuurin arviointi. Ainedidaktiikan symposiumi 4.2.1994* (ss. 154–158). Helsin-gin yliopisto. Opettajankoulutuslaitos. Tutkimuksia 130. Helsinki: Yliopistopaino.
- Bloom, B. S. (1953). Thought-processes in lectures and discussions. *Journal of General Education*, 7, 160–169.
- Bottofff, J. L. (1994). Using videotaped recordings in qualitative research. In J. M. Morse (Ed.), *Critical issues in qualitative research methods* (ss. 244–261). Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- Byman, R., & Kansanen, P. (2008). Pedagogical thinking in student's mind. A conceptual clarifica-tion on the basis of self-determination and volition theories. *Scandinavian Journal of Educa-tional Research*, 52(6), 603–621.
- Byman, R., Krokfors, L., Toom, A., Maaranen, K., Jyrhämä, R., Kynäslähti, H., & Kansanen, P. (2009). Educating inquiry-oriented teachers: students' attitudes and experiences towards re-search-based teacher education. *Educational Research and Evaluation*, 15(1), 79–92.
- Calderhead, J. (1981). Stimulated recall: A method for research on teaching. *The British Journal of Educational Psychology*, 51, 211–217.
- Calderhead, J. (1996). Teachers: Beliefs and Knowledge. In D. C. Berliner, & R. C. Calfee (Eds.), *Handbook of educational psychology* (ss. 709–725). New York: Macmillan.
- Chassapis, D. (2003). Greek primary schools teachers' beliefs about mathematical knowledge. *Proceedings of the 3rd Mediterranean Conference on Mathematical Education 3-5 January 2003, Athens, Greece*, (ss. 409–417).
- Clandinin, D. J. (1986). *Classroom practice: Teacher images in action*. Philadelphia: The Falmer Press.
- Clark, C. M. (1986). Ten years of conceptual development in research on teacher thinking. In M. Ben-Peretz, R. Bromme, & R. Halkes (Eds.), *Advances of research on teacher thinking* (ss. 7–20). Lisse: Swets & Zeitlinger.
- Clark, C. M. (2003). Ten years of conceptual development in reasearch on teacher thinking. In M. Kompf, & P. M. Denicolo (Eds.), *Teacher thinking twenty years on: Revisiting persisting problems and advances in education* (ss. 211–221). Lisse: Swets & Zeitlinger Publishers.
- Clark, C., & Peterson, P. (1981). Stimulated recall. In B.R. Joyce, C. C. Brown, & L. Peck (Eds.), *Flexibility in Teaching. An excursion into the nature of teaching and training* (ss. 256–261). New York: Longman.
- Clark, C. M., & Peterson, P. L. (1986). Teachers' Thought Processes. In M. Wittrock (Ed.), *Hand-book of Research on Teaching* (ss. 255–296). 3. painos. New York: Macmillan.
- Clark, C. M., & Yinger, R. J. (1977). Research on Teacher Thinking. *Curriculum Inquiry*, 7(4), 279–304.
- Cobb, P., & Whitenack, J. W. (1996). A method for conducting longitudinal analyses of classroom videorecordings and transcripts. *Educational Studies in Mathematics*, 30, 213–228.
- Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2007). *Research methods in education*. 6. painos. London: Routledge.

- Corcoran, P. B., Walker, K. E., & Wals, A. E. J. (2004). Case studies, make-your-case studies, and case stories: a critique of case-study methodology in sustainability in higher education. *Environmental Education Research*, 10(1), 7–21.
- Cooney, T. J., Shealy, B. E., & Arvold, B. (1998). Conceptualizing belief structures of preservice secondary mathematics teachers. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29, 306–333.
- Creswell, J. W. (1998). *Qualitative inquiry and research design. Choosing among five traditions*. Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- Creswell, J. W. (2003). *Research design. Qualitative, quantitative and mixed method approaches*. Bromme, R. (1995). What exactly is “pedagogical content knowledge?” Critical remarks regarding a fruitful research program. In S. Hopmann & K. Riquarts (Eds.), *Didaktik and/or Curriculum* (ss. 205–216). Kiel: IPN.
- Darling-Hammond, L., Bransford, J., LePage, P., Hammerness, K., & H. Duffy (Eds.). (2007). *Preparing teachers for a changing world: What teachers should learn and be able to do*. San Francisco: Jossey Bass.
- Denzin, N. K., & Lincoln, Y. S. (2005a). The discipline and practice of qualitative research. In N. K. Denzin, & Y. S. Lincoln (Eds.), *The Sage handbook of qualitative research* (ss. 1–32). 3. painos. Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- Denzin, N. K., & Lincoln, Y. S. (2005b). Part III: Strategies of inquiry. In N. K. Denzin, & Y. S. Lincoln (Eds.), *The Sage handbook of qualitative research* (ss. 375–386). 3. painos. Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- Dewey, J. (1933). *How we think*. Buffalo, NY: Prometheus Books.
- Dillon, J., & Reid, A. (2004). Issues in case-study methodology in investigating environmental and sustainability issues in higher education: Towards a problem-based approach? *Environmental Education Research* 10(1), 23–37.
- Dionné, J. (1984). The perceptions of mathematics among elementary school teachers’. In J. Mooser (Ed.), *Proceedings of the 6th annual meeting of the North American chapter of the international group for the psychology of mathematics education*, (ss. 223–228). Madison: University of Wisconsin.
- Donmoyer, R. (1990/2000). Generalizability and the single-case study. In R. Gomm, M. Hammersley, & P. Foster (Eds.), *Case study method. Key issues, key texts* (ss. 45–68). London: SAGE Publications.
- Dossey, J. A. (1992). The nature of mathematics: Its role and its influence. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning. A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (ss. 39–48). New York: Macmillan.
- Dunkin, M. J. (1987). Teaching: Art or science? In M. J. Dunkin (Ed.), *The international encyclopedia of teaching and teacher education* (s. 19). Oxford: Pergamon press.
- Dunkin, M. J., & Biddle, B. J. (1974). *The study of teaching*. New York: Holt, Rinehart, and Winston.
- Engeström, Y. (1987). *Perustietoa opetuksesta*. Helsinki: Valtionpainatuskeskus.
- Engeström, Y., Engeström, R., Helenius, J., & Koistinen, K. (1989). *Terveyskeskuslääkärideiden työn kehittämistutkimus. LEVIKE-projektin III väliraportti. Lääkäreiden vastaanottojen analysointia*. Espoo: Espoon kaupungin terveysvirasto.
- Engle, R. A., Conant, F. R., & Greeno, J. G. (2007). Progressive refinement of hypotheses in video-supported research. In R. Goldman, R. Pea, B. Barron, & S. J. Denny (Eds.), *Video research in the learning sciences* (ss. 239–254). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Elo, S., & Kyngäs, H. (2007). The qualitative content analysis process. *Journal of Advanced Nursing*, 62(1), 107–115.
- Ernest, P. (1989a). The knowledge, beliefs and attitudes of mathematics teacher: A model. *Journal of Education for Teaching*, 15(1), 13–33.
- Ernest, P. (1989b). The impact of beliefs on the teaching of mathematics. In P. Ernest, (Ed.), *Mathematics teaching. The state of the art* (ss. 249–254). London: Falmer Press.
- Ernest, P. (1991). *The philosophy of mathematics education*. London: Falmer Press.
- Ernest, P. (1996). Social constructivism as a philosophy of mathematics. In C. Alsina, J. Alvarez, B. Hodgson, C. Laborde, & A. Pérez (Eds.), *Selected lectures from the 8th international congress on mathematical education, 14–21 July, 1996, Sevilla* (ss. 153–172). S.A.E.M. THALES.
- Ernest, P. (1997). The legacy of Lakatos: Reconceptualizing the philosophy of mathematics. *Philosophia Mathematica*, 3(5), 116–134.
- Eskelinen, T. (1991). *Stimulated recall interview—a key to thought processes in the classroom*. Paper presented in Nordic Society for Educational Research 19th Conference. Copenhagen, 1991.
- Eskelinen, T. (1993). *Opotunti. Opetusintentionit, mielekkäys ja vastavuoroisuuden kokemukset peruskoulun oppilaanohjaustunnilla*. Joensuun yliopiston kasvatustieteellisiä julkaisuja n:o 15. Joensuu: Joensuun yliopiston monistuskasutuskeskus.

- Fenstermacher, G. D. (1986). Philosophy of research on teaching: three aspects. In M. C. Wittrock (Ed.), *Handbook of research on teaching* (ss. 37–49). 3. painos. New York: Macmillan.
- Fenstermacher, G. D., & Richardson, V. (2005). On making determinations of quality of teaching. *Teachers College Record*, 107(1), 186–213.
- Flyvbjerg, B. (2006). Five misunderstandings about case-study research. *Qualitative Inquiry*, 12(2), 219–245.
- Fox, N. (1998). *How to use observations in a research project*. Trent focus for research and development in primary health care. Trent Focus Group. <<http://www.trentdsu.org.uk/cms/uploads/How%20to%20Use%20Observations....pdf>> [Haettu 16.2.2009]
- Franke, M. L., Fennema, E., & Carpenter, T. (1997). Teachers creating change: Examining evolving beliefs and classroom practices. In E. Fennema, & B. S. Nelson (Eds.), *Mathematics teachers in transition* (ss. 255–282). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Furinghetti, F. (1996). A theoretical framework for teachers' conceptions. In E. Pehkonen (Ed.), *Current state of research on mathematical beliefs III. Proceedings of the MAVI-3 workshop August 23-26, 1996* (ss. 19–25). University of Helsinki. Department of Teacher Education. Research Report 170. Helsinki: Hakapaino.
- Furinghetti, F., & Pehkonen, E. (2002). Rethinking characterizations of beliefs. In G. C. Leder, E. Pehkonen, & G. Törner (Eds.), *Beliefs: A Hidden variable in Mathematics Education?* (ss. 39–57). Kluwer Academic Publishers.
- Gage, N. L. (1963). Paradigms for research on teaching. In N. L. Gage (Ed.), *Handbook of Research on Teaching* (ss. 94–141). Chicago: Rand McNally.
- Gage, N. L. (1978). *The scientific basis of the art of teaching*. New York: Teachers College Press.
- Gass, S. M., & Mackey, A. (2000). *Stimulated recall methodology in second language research*. Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates.
- Ghesquière, P., Maes, P., & Vandenbergh, R. (2004). The usefulness of qualitative case studies in research on special needs education. *International Journal of Disability, Development and Education*, 51(2), 171–184.
- von Glasersfeld, E. (1991). Introduction. In E. Glasersfeld (Ed.), *Radical constructivism in mathematics education* (ss. xiii–xx). Dordrecht: Kluwer Academic Publisher.
- von Glasersfeld, E. (1995). *Radical constructivism: A way of knowing and learning*. London: Falmer Press.
- Gonzales, P., Calsyn, C., Jocelyn, L., Mak, K., Kastberg, D., Arafeh, S., Williams, T., & Tsen, W. (2000). Pursuing Excellence: Comparisons of International Eighth-Grade Mathematics and Science Achievement from a U.S. Perspective, 1995 and 1999. Initial findings from the *Third International Mathematics and Science Study (TIMSS)*. U.S. Department of Education. National Center for Education Statistics. Washington, DC: U.S. Government Printing Office. Retrieved from <http://nces.ed.gov/pubs2001/2001028.pdf> [Haettu 10.2.2010].
- Green, T. F. (1969). A topology of the teaching concept. In C. J. B. Macmillan, & T. W. Nelson (eds.), *Concepts of teaching. Philosophical essays* (ss. 28–62). 2. painos. Chicago: Rand McNally & Company.
- Grigutsch, S., Raatz, U., & Törner, G. (1995). *Mathematische Weltbilder bei Lehrern*. Gerhard-Mercator-Universität Duisburg Gesamthochschule. Schriftenreihe des Fachbereichs Mathematik. Preprint Nr. 296.
- Grossman, P. L., Schoenfeld, A., & Lee, C. D. (2005). Teaching subject matter. In L. Darling-Hammond, J. Bransford, P. LePage, K. Hammerness, & H. Duffy (Eds.), *Preparing teachers for a changing world: What teachers should learn and be able to do* (ss. 201–231). San Francisco: Jossey Bass.
- Grossman, P. L., & Stodolsky, S. S. (1995). Content as context: The role of school subjects in secondary school teaching. *Educational Researcher*, 24(8), 5–11.
- Gudmundsdottir, S. (1991). Pedagogical models of subject matter. In J. Brophy (Ed.), *Advances in research on teaching*, vol. 2. *Teachers' knowledge of subject matter as it relates to their teaching practice* (ss. 265–304). Greenwich: JAI Press.
- Gudmundsdottir, S., & Grankvist, R. (1992). Deutsche Didaktik aus der Sicht neuerer empirischer Unterrichts- und Curriculumforschung in den USA. *Bildung und Erziehung*, 45(2), 175–187.
- Gundem, B. B. (1992). Notes on the development of Nordic didactics. *Journal of Curriculum Studies*, 24(1), 61–70.
- Haapasalo, L. (1998a). Konstruktivistisen pedagogiikan problematiikasta. Teoksessa Räsänen, T., Kupari, P., Ahonen, T. & Malinen, P. (Eds.) *Matematiikka – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen* (ss. 52–79). Niilo Mäki Instituutti & Koulutuksen tutkimuslaitos. Jyväskylä: Yliopistopaino.

- Haapasalo, L. (1998b). Mahdollisuuksia ja esteitä matematiikan ja luonnontieteiden integroitujen opiskeluympäristöjen toteuttamiselle. Teoksessa S. Kaartinen (toim.), *Matemaattisten aineiden opetus ja oppiminen. Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät 1996* (ss. 33–49). Oulun yliopisto. Kasvatustieteiden tiedekunnan opetusmonisteita ja selosteita 78.
- Hakkarainen, K., Lonka, K., & Lipponen, L. (1999). *Tutkiva oppiminen: Älykkään toiminnan rajat ja niiden ylittäminen*. Porvoo: WSOY.
- Hakkarainen, K., Lonka, K., & Lipponen, L. (2004). *Tutkiva oppiminen: Järki, tunteet ja kulttuuri oppimisen syyttäjänä*. Porvoo: WSOY.
- Hannula, M. S. (2004). *Affect in mathematical thinking and learning*. Turun yliopiston julkaisusarja, sarja B, osa 273. Turku: Turun yliopisto.
- Hamel, J., Dufour, S., & Fortin, D. (1993). *Case study methods*. Newbury Park, CA: Sage Publications.
- Hammersley, M., & Gomm, R. (2000). Introduction. In R. Gomm, M. Hammersley, & P. Foster (Eds.), *Case study method. Key issues, key texts* (ss. 1–16). London: Sage Publications.
- Handal, G. (1991). International exploration of teacher's minds: Discussant's comments. *Teaching and Teacher Education*, 7(5/6), 549–551.
- Harjunen, E. (2002). *Miten opettaja rakentaa pedagogisen auktoriteetin? Oteita opettajan arjesta*. Kasvatusalan tutkimuksia 12. Turku: Suomen kasvatustieteellinen seura.
- Hautamäki, J., Kupiainen, S., Arinen, P., Hautamäki, A., Niemivirta, M., Rantanen, P., Ruuth, M., & Scheinin P. (2005). *Oppimaan oppiminen ala-asteella 2. Tilanne vuonna 2003 ja muutokset vuodesta 1996*. Oppimistulosten arviointi 1/2005. Opetushallitus. Helsinki: Yliopistopaino.
- Heinonen, J.-P. (2005). *Opetussuunnitelmat vai oppimateriaalit. Peruskoulun opettajien käsityksiä opetussuunnitelmien ja oppimateriaalien merkityksestä opetuksessa*. Helsingin yliopisto. Soveltavan kasvatustieteen laitos. Tutkimuksia 257. Helsinki: Dark.
- Heinonen, V. (1989). *Kasvatustieteen perusteet*. Jyväskylä: Gummerus.
- Hellström, M. (2008). *Sata sanaa opetuksesta. Keskeisten käsitteiden käsikirja*. Jyväskylä: PS-Kustannus.
- Hersh, R. (1986). Some proposals for reviewing the philosophy of mathematics. In T. Tymoczko (Ed.), *New directions in the philosophy of mathematics* (ss. 9–28). Boston: Birkhauser.
- Hersh, R. (1997). *What is mathematics, Really?* Oxford University Press.
- Hiebert, J., Gallimore, R., Garnier, H., Bogard Givvin, K., Hollingsworth, H., Jacobs, J., Miu-Ying Chui, A., Wearne, D., Smith, M., Kersting, N., Manaster, A., Tseng, E., Etterbeck, W., Manaster, C., Gonzales, P., & Stigler, J. (2003). *Teaching mathematics in seven countries: Results from the TIMSS 1999 Video Study*. Washington, DC: U.S. Department of Education, National Center for Education Statistics. <<http://nces.ed.gov/pubs2003/2003013.pdf>> [Haettu 21.5.2009]
- Highet, G. (1951). *The art of teaching*. London: Methuen.
- Hirst, P. H. (1971). What is teaching? *Journal of Curriculum Studies*, 3(1), 5–18.
- Hopmann, S., & Gundem, B.B. (1998). Didaktik meets curriculum: Towards a new agenda. In B.B. Gundem, & Hopmann, S. (Eds.), *Didaktik and/or curriculum. An international dialogue* (ss. 331–354). New York: Peter Lang.
- Hopmann, S., & Riquarts, K. (1995). Starting a dialogue: Issues in a beginning conversation between Didaktik and the curriculum traditions. *Journal of Curriculum Studies* 27(1), 3–12.
- Hopmann, S., & Riquarts, K. (2000). Starting a dialogue: A beginning conversation between Didaktik and the curriculum traditions. In I. Westbury, S. Hopmann, & K. Riquarts (Eds.), *Teaching as reflective practice. The German Didaktik tradition* (ss. 3–11). Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Huberman, A. M., & Miles, M. B. (1994). Data management and analysis methods. In N. K. Denzin, & Y. S. Lincoln (Eds.), *Handbook of qualitative research* (ss. 428–444). Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- Hudson, B. (2007). Comparing different traditions of teaching and learning: What can we learn about teaching and learning? *European Educational Research Journal*, 6(2), 135–146.
- Huhtala, S. (2000). *Lähihoitajaopiskelijan oma matematiikka*. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. Tutkimuksia 219. Heösinke: Yliopistopaino.
- Huisman, T. (2006). *Luen, kirjoitan ja ratkaisen. Peruskoulun kolmasluokkalaisten oppimistulokset äidinkieliä ja kirjallisuudessa sekä matematiikassa*. Oppimistulosten arviointi 7/2006. Helsinki: Opetushallitus
- Husu, J., Patrikainen, S., & Toom, A. (2005). From "hot spots" of teacher action towards "cool reflection"—developing teachers' reflective competencies on teaching (ss. 53–60) [elektroninen aineisto]. *Proceedings of the 12th ISATT International Conference, 3-6 July, Sydney, New South Wales*. Strathfield NSW: International Study Association on Teachers and Teaching ISATT 2005.



- Husu, J., Patrikainen, S., & Toom, A. (2007). Developing teachers' competencies in reflecting on teaching. In J. Butcher, & L. McDonald (Eds.), *Making a difference: Challenges for teachers, teaching, and teacher education* (ss. 127–140). Rotterdam: Sense Publishers.
- Husu, J., Toom, A., & Patrikainen, S. (2008). Guided reflection as a means to demonstrate and develop student teachers' reflective competencies. *Reflective Practice*, 9(1), 37–51.
- Iisalo, T. (1979). *The science of education in Finland 1828–1918*. Helsinki: Societas Scientiarum Fennica.
- Iisalo, T. (1980a). *Kouluopetuksen vaiheita. Keskiajan katedraalikouluista nykyisiin kouluihin*. Helsinki: Otava.
- Iisalo, T. (1980b). *Spekulatiivisesta empiiriseen kasvatustieteeseen. Kasvatustieteellisen tutkimuksen ja teoriamuodostuksen historiaa*. Turun yliopisto. Kasvatustieteiden laitos. Julkaisusarja A, 67. Turku: Turun yliopisto.
- Imsen, G. (1999). Reflection as a bridging concept between normative and descriptive approaches to didactics. In B. Hudson, F. Buchberger, P. Kansanen, & H. Seel (Eds.), *Didaktik/Fachdidaktik as science(-s) of the teaching profession. TNEE Publications*, 2(1), 95–105.
- Jacobs, J. K., Kawanaka, T., & Stigler, J. W. (1999). Integrating qualitative and quantitative approaches to the analysis of video data on classroom teaching. *International Journal of Educational Research*, 31, 717–724.
- Jakku-Sihvonen, R., & Komulainen, E. (2004). *Perusopetuksen oppimistulosten meta-arviointi*. Opetushallitus. Helsinki: Yliopistopaino. <[http://www.oph.fi/download/115541\\_perusopetuksen\\_oppimistulosten\\_meta\\_arviointi.pdf](http://www.oph.fi/download/115541_perusopetuksen_oppimistulosten_meta_arviointi.pdf)> [Haettu 2.12.2011]
- Janesick, V. J. (2000). The choreography of qualitative research design: Minuets, improvisation, and crystallization. In N. K. Denzin, & Y. S. Lincoln (Eds.), *Handbook of qualitative research* (ss. 379–399). 2. painos. Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- Jokinen, P., & Pelkonen, M. (1996). Virikkeitä antava haastattelu (Stimulated recall interview) – menetelmä käsitysten, kokemusten ja ajattelun tutkimiseen hoitotieteessä. *Hoitotiede*, 8(3), 134–141.
- Jordan, B. & Henderson, A. (1995). Interaction analysis: Foundations and practice. *The Journal of the Learning Sciences*, 4(1), 39–103
- Joutsenlahti, J. (2005). *Lukiolaisen tehtäväorientoituneen matemaattisen ajattelun piirteitä. 1990-luvun pitkän matematiikan opiskelijoiden matemaattisen osaamisen ja uskomusten ilmentäminen*. Acta Universitatis Tampereensis 1061. Tampere: Tampereen yliopistopaino.
- Joutsenlahti, J., & Vainionpää, J. (2007). Minkälaiseen matemaattiseen osaamiseen peruskoulussa käytetty oppimateriaali ohjaa? Teoksessa K. Merenluoto, A. Virta, & P. Carpelan (toim.), *Opettajankoulutuksen muuttuvat rakenteet. Ainedidaktinen symposiumi 9.2.2007* (ss. 184–191). Turun yliopisto. Kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja B, 77. Turku: Turun yliopisto.
- Joutsenlahti, J., & Vainionpää, J. (2010). Oppimateriaali matematiikan opetuksessa ja osaamisessa. Teoksessa E. K. Niemi, & J. Metsämuuronen, J. (toim.), *Miten matematiikan taidot kehittyvät? Matematiikan oppimistulokset peruskoulun viidennen vuosiluokan jälkeen vuonna 2008* (ss. 137–148). Koulutuksen seurantaraportit 2010:2. Helsinki: Opetushallitus. <[http://www.oph.fi/download/126919\\_Miten\\_matematiikan\\_taidot\\_kehittyvat.pdf](http://www.oph.fi/download/126919_Miten_matematiikan_taidot_kehittyvat.pdf)> [Haettu 2.12.2011]
- Junnila, O. (1995). *MAOL 1935–1995. Kuusi vuosikymmentä matemaattisten aineiden asialla*. Helsinki: MAOL.
- Jussila, J. (1999). Opetus, opiskelu ja tietämään oppiminen. Teoksessa P. Kansanen, & J. Husu (toim.), *Opetuksen tutkimuksen suuntaviivoja* (ss. 31–43). Helsingin yliopisto. Opettajankoulutuslaitos. Tutkimuksia 203. Helsinki: Yliopistopaino.
- Jyrhämä, R., Kynäslähti, H., Krokfors, L., Byman, R., Maaranen, K., Toom, A., & Kansanen, P. (2008). The appreciation and realisation of research-based teacher education: Finnish students' experiences of teacher education. *European Journal of Teacher Education*, 31(1), 1–16.
- Järvelä, S. (2008). Miksi didaktiikkaa pitää etsiä? Teoksessa P. Siljander, & A. Kivelä (toim.), *Kasvatustieteen tila ja tutkimuskäytännöt. Paradigmat katosivat, mitä jäljellä?* (ss. 161–165). Kasvatusalan tutkimuksia 38. Turku: Suomen kasvatustieteellinen seura.
- Kaasila, R. (2000). *"Eläydyin oppilaiden asemaan" Luokanopettajaksi opiskelevien kouluaikaisten muistikuvien merkitys matematiikkaa koskevien käsitysten ja opetuskäytäntöjen muotoutumisessa*. Acta Universitatis Lappeenensis 32. Rovaniemi: Lapin yliopisto.
- Kadijevic, Dj., Haapasalo, L., & Hvorecky, J. (2005). Using technology in applications and modeling. *Teaching Mathematics and its Applications*, 24(2–3), 114–122.
- Kagan, N., Krathwohl, D. R., & Miller, R. (1963). Stimulated recall in therapy using video tape. A case study. *Journal of Counseling Psychology*, 10(3), 237–243.

- Kansanen, P. (1987). Ainedidaktiikka didaktiikan kokonaisuudessa. Teoksessa V. Meisalo & K. Sarmavuori (toim.), *Ainedidaktiikan tutkimus ja tulevaisuus* (ss. 9–16). Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. Tutkimuksia 56.
- Kansanen, P. (1990). *Didaktiikan tiedetausta. Kasvatuksen teoriaa didaktiikan näkökulmasta*. Helsinki: Yliopistopaino.
- Kansanen, P. (1991a). Opettajakeskeisyyden dilemma. *Kasvatus*, 22(1), 7–15.
- Kansanen, P. (1991b). Pedagogical thinking: The basic problem of teacher education. *European Journal of Education*, 26(3), 251–260.
- Kansanen, P. (1992). *Kohti koulupedagogiikkaa. Lisää kasvatuksen teoriaa didaktiikan näkökulmasta*. Helsingin yliopisto, Opettajankoulutuslaitos. Tutkimuksia 112. Helsinki: Yliopistopaino.
- Kansanen, P. (1993). An outline for a model of teachers' pedagogical thinking. In P. Kansanen (Ed.), *Discussions on some educational issues IV* (ss. 51–65). University of Helsinki. Department of teacher education. Research report 121. Helsinki: Yliopistopaino.
- Kansanen, P. (1995a). The Deutsche Didaktik. *Journal of Curriculum Studies*, 27(4), 347–352.
- Kansanen, P. (1995b). The Finnish didactics—Finished or new beginning? In S. Hopmann & K. Riquarts (Eds.), *Didaktik and/or curriculum* (ss. 151–163). Kiel: IPN.
- Kansanen, P. (1995c). Teachers' pedagogical thinking—What is it about?. In C. Stensmo, & L. Isbrügge (Eds.), *Omsorg och engagemang. En vänbok till Gösta Berglund* (ss. 32–45). Uppsala: Uppsala universitet Reprocentralen HSC.
- Kansanen, P. (1996). Opettajan pedagoginen ajattelu ja sen ”opettaminen”. Teoksessa S. Ojanen (toim.), *Tutkiva opettaja* (ss. 45–50). Helsingin yliopisto. Lahden tutkimus- ja koulutuskeskus. Tampere: Tammer-paino.
- Kansanen, P. (1999). Teaching as teaching-studying-learning interaction. *Scandinavian Journal of Educational Research*, 43(1), 81–89.
- Kansanen, P. (2002). Didactics and its relation to educational psychology: Problems in translating a key concept across research communities. *International Review of Education*, 48(6), 427–441.
- Kansanen, P. (2003). Studying - the realistic bridge between instruction and learning. An attempt to a conceptual whole of the teaching-studying-learning process, *Educational Studies*, 29(2/3), 221–232.
- Kansanen, P. (2004). *Opetuksen käsitemaailma*. Jyväskylä: PS-kustannus.
- Kansanen, P. (2008a). Onko ainedidaktiikka koulupedagogiikkaa? Teoksessa A. Kallioniemi (toim.), *Uudistuva ja kehittyvä ainedidaktiikka. Ainedidaktinen symposium 8.2.2008 Helsingissä, Osa 1* (ss. 19–32). Helsingin yliopisto, Soveltavan kasvatustieteen laitos. Tutkimuksia 298. Helsinki: Yliopistopaino.
- Kansanen, P. (2008b). Onko didaktiikka kadonnut? Teoksessa P. Siljander, & A. Kivelä (toim.), *Kasvatustieteen tila ja tutkimuskäytännöt. Paradigmat katosivat, mitä jäljellä?* (ss. 145–160). Kasvatusalan tutkimuksia 38. Turku: Suomen kasvatustieteellinen seura.
- Kansanen, P. (2009a). Subject-matter didactics as a central knowledge base for teachers, or should it be called pedagogical content knowledge. *Pedagogy, Culture & Society*, 17(1), 29–39.
- Kansanen, P. (2009b). The curious affair of pedagogical content knowledge. *Orbis Scholare*, 3(2), 5–18.
- Kansanen, P., & Meri, M. (1999). The didactic relation in the teaching-studying-learning process. In B. Hudson, F. Buchberger, P. Kansanen, & H. Seel (Eds.), *Didaktik/Fachdidaktik as science(-s) of the teaching profession?* (ss. 107–116). Umeå: TNTEE publications 2(1).
- Kansanen, P., Tirri, K., Meri, M., Krokfors, L., Husu, J., & Jyrhämä, R. (2000). *Teachers' pedagogical thinking. Theoretical landscapes, practical challenges*. New York: Peter Lang.
- Kansanen, P., & Uusikylä, K. (1981). *Opetuksen tavoitteisuus ja yhteissuunnittelu*. Helsinki: Gaudemus.
- Karma, K., & Komulainen, E. (2002). *Käyttätymistieteiden tilastomenetelmien jatkokurssi*. Helsingin yliopisto. Kasvatustieteen laitos. [elektroninen aineisto] < <http://www.helsinki.fi/ktl/julkaisut/ktj/allinone.pdf> > [Haettu 21.5.2009]
- Karttunen, H. (2006). *Tiedettä kaikille. Matematiikka*. Ursan julkaisuja 99. Helsingin tähtitieteellisen yhdistys Urta.
- Keranto, T. (1990). Contextual approach to the teaching and learning mathematics: Outlining a teaching strategy that makes use of pupils' real world experiences and strategies, and the results of the first teaching experiment of project. In G., Booker, P. Cobb, & T. N. Mendicuti (Eds.), *Proceedings of the PME-14 conference, vol. 3* (ss. 35–42). Mexico: Oaxtapec.
- Keranto, T. (1993). Käsitukset matematiikan opetuksesta ja oppimisesta muuttuvat - muuttuuko koulukäytäntö? *Kasvatus*, 24(3), 249–258.
- Kivelä, A., & Siljander, P. (2008). Kohteena kasvatustiede. Teoksessa P. Siljander, & A. Kivelä (toim.), *Kasvatustieteen tila ja tutkimuskäytännöt. Paradigmat katosivat, mitä jäljellä?* (ss. 9–30). Kasvatusalan tutkimuksia 38. Turku: Suomen kasvatustieteellinen seura.

- Klafki, W. (1995). Didactic analysis as the core of preparation of instruction (Didaktische Analyse als Kerin de Unterrichtsvorbereitung). *Journal of curriculum studies*, 27(1), 13–30.
- Klafki, W. (2000). Didaktik analysis as the core of preparation of instruction. In I. Westbury, S. Hopmann, & K. Riquarts (Eds.), *Teaching as reflective practice. The German Didaktik tradition* (ss. 139–159). Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Knoll, S., & Stigler, J. W. (1999). Management and analysis of large-scale video surveys using the software vPrismTM. *International Journal of Educational Research*, 31, 725–734.
- Kompf, M., & Denicolo, P. M. (2003). Introduction. In M. Kompf, & P. M. Denicolo (Eds.), *Teacher thinking twenty years on: Revisiting persisting problems and advances in education*. Lisse: Swets & Zeitlinger Publishers.
- Korhonen, H. (2006). Mitä kuuluu Suomen matematiikan opetukselle? *Kasvatus*, 37(2), 187–190.
- Korvela, P. (2003). *Yhdessä ja erikseen: perheenjäsenten kotona olemisen ja tekemisen dynamiikka*. Helsinki: Stakes.
- Koskeniemi, M., & Hälinen, K. (1970). *Didaktiikka lähinnä peruskoulua varten*. Helsinki: Otava.
- Kosunen, T. (1994). *Luokanopettaja kirjoitetun opetus suunnitelma käyttäjänä ja kehittäjänä*. Joensuu yliopisto. Kasvatustieteellisiä julkaisuja 20. Joensuu: Joensuun yliopiston monistuskus.
- Krokfors, L., Kynäslähti, H., Stenberg, K., Toom, A., Maaranen, K., Jyrhämä, R., Byman, R., & Kansanen, P. (2009). Opettajan muuttuvaan kouluun – tutkimuspainotteisen opettajankoulutuksen arviointia. *Kasvatus*, 40(3), 206–219.
- Krzywacki, H., Laine, A., Hästö, P., & Hannula, M. S. (2010). *Matematiikan didaktiikkaa tutkimuksen valossa – kohti kansainvälisyyttä*. [Käsi kirjoitus]
- Kuhs, T. M., & Ball, D. L. (1986). *Approaches to teaching mathematics: Mapping the domains of knowledge, skills and dispositions*. East Lansing: Michigan State University. Centre on teacher education.
- Kupari, P. (1999). *Laskutaitoharjoittelusta ongelmanratkaisuun. Matematiikan opettajien matematiikkauskomukset opetuksen muovaajina*. Jyväskylän yliopisto. Koulutuksen tutkimuslaitos. Tutkimuksia 7. Jyväskylä: Jyväskylän yliopistopaino.
- Kupari, P., Reinikainen, P., & Törnroos, J. (2007). Finnish student's mathematics and science results in recent international assessment studies: PISA and TIMSS. In E. Pekkonen, M. Ahtee, & J. Lavonen (Eds.), *How Finns learn mathematics and science* (ss. 11–34). Rotterdam: Sense Publishers.
- Kupari, P., & Välijärvi, J. (Eds.) (2005). *Osaaminen kestäväällä pohjalla. PISA 2003 Suomessa. Pääraportti*. Jyväskylä: Gummerus.  
<[http://ktl.jyu.fi/img/portal/8323/PISA\\_2003\\_PAARAPORTTI.pdf](http://ktl.jyu.fi/img/portal/8323/PISA_2003_PAARAPORTTI.pdf)> [Haettu 10.2.2010]
- Kurunmäki, K. (2007). Vertailu. Teoksessa M. Laine, J. Bamberg, & P. Jokinen, (toim.), *Tapaustutkimuksen taito* (ss. 74–92). Helsinki: Gaudeamus.
- Kyngäs, H., & Vanhanen, L. (1999). Sisällön analyysi. *Hoitotiede*, 11(1), 3–12.
- Künzli, R. (1998). The common frame and the places of didaktik. In B. B. Gundem, & S. Hopmann (eds.), *Didaktik and/or curriculum. An international dialogue* (ss. 29–45). New York: Peter Lang.
- Künzli, R. (2000). German didaktik: Models of re-presentation, of intercourse, and of experience. In I. Westbury, S. Hopmann, & K. Riquarts (eds.), *Teaching as reflective practice. The German Didaktik tradition* (ss. 41–54). Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Kämäräinen, J., & Haapasalo, L. (1998). *Hyperteksti. Laatinen ja käyttö oppimisen, tiedonhankinnan ja kirjallisuuden näkökulmasta*. Joensuu: Medusa-Software.
- Lahdes, E. (1969). *Peruskoulun opetusoppi*. Helsinki: Otava.
- Lahdes, E. (1977). *Peruskoulun uusi opetusoppi*. Helsinki: Otava.
- Lahdes, E. (1986). *Peruskoulun didaktiikka*. Helsinki: Otava.
- Lahdes, E. (1994). Didaktiikan viimeaikainen kehitys. Teoksessa J. Kari (toim.), *Didaktiikka ja opetus suunnittelu* (ss. 30–35) Juva: WSOY.
- Lahdes, E. (1997). *Peruskoulun uusi didaktiikka*. Helsinki: Otava.
- Laine, M., Bamberg, J., & Jokinen, P. (2007). Tapaustutkimuksen käytäntö ja teoria. Teoksessa M. Laine, J. Bamberg, & P. Jokinen (toim.), *Tapaustutkimuksen taito* (ss. 9–38). Helsinki: Gaudeamus.
- Laitinen, H. (1998). *Tapaustutkimuksen perusteet*. Kuopion yliopiston julkaisuja E. Yhteiskuntatieteet 55. Kuopio: Kuopion yliopiston paino.
- Lampert, M. (1990). When the problem is not the question and the solution is not the answer: mathematical knowing and teaching. *American Educational Research Journal*, 27(1), 29–63.
- Latvala, E., Vuokila-Oikonen, P., & Janhonen, S. (2000). Videotaped recording as a method of participant observation in psychiatric nursing research. *Journal of Advanced Nursing*, 31(5), 1252–1257.

- Lavonen, J., Krzywacki-Vainio, H., Aksela, M., Krokfors, L., Oikkonen, J., & Saarikko, H. (2007). Pre-service teacher education in chemistry, mathematics and physics. In E. Pehkonen, M. Ahte, & J. Lavonen (Eds.), *How Finns learn mathematics and science* (ss. 49–68). Rotterdam: Sense Publishers.
- Leder, G., Pehkonen, E., & Törner, G. (Eds.) (2002). *Beliefs: A hidden variable in mathematics education?* Boston: Kluwer Academic Publishers.
- Lehtinen, M. (2000). *Matematiikan historia*. Saatavilla <http://solmu.math.helsinki.fi/2000/mathist/> [Haettu 31.1.2008].
- Lehto, J. E. (2005). Konstruktivismi peruskoulun ohjenuoraksi? *Kasvatus*, 36(1), 7–19.
- Leinhardt, G., & Smith, D. A. (1985). Expertise in mathematics instruction: Subject matter knowledge. *Journal of Educational Psychology*, 77(3), 247–271.
- Leino, J. (2004). Konstruktivismi matematiikan opetuksessa. Teoksessa T. Räsänen, P. Kupari, T. Ahonen, & P. Malinen (toim.), *Matematiikka. Näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen* (ss. 20–31). Niilo Mäki Instituutti & Koulutuksen tutkimuslaitos. Jyväskylä: Yliopistopaino.
- Leppäaho, H. (2007). *Matemaattisen ongelmanratkaisutaidon opettaminen peruskoulussa. Ongelmanratkaisukurssin kehittämisen ja arvioinnin*. Jyväskylä studies in education, psychology and social research 298. Jyväskylä: Jyväskylän yliopisto.
- Lerman, S. (1983). Problem Solving or knowledge centered: The influence of philosophy on mathematics teaching. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 14(1), 59–66.
- Lesh, R., & Lehrer, R. (2000). Iterative refinement cycles for videotape analyses of conceptual change. In A. E. Kelly, & R. A. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (ss. 665–708). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Lincoln, Y. S., & Guba, E. G. (1985). *Naturalistic inquiry*. Beverly Hills: SAGE Publications.
- Lindgren, S. (1990). Toimintamateriaalin käyttö matematiikan opiskelussa. *Matikkatupakokeilu peruskoulun toisella luokalla*. Acta Universitatis Tamperensis, Ser A, vol 307. Vammala: Vammalan kirjapaino.
- Lindgren, S. (1994). Problem solving - diligent work. The beliefs of elementary school teachers on teaching mathematics. An experimental study in Tokyo 1991. In O. Björkqvist, & L. Finne (Eds.), *Matematik didaktik in Norden* (ss. 162–170). Rapporten från Pedagogiska fakulteten vid Åbo Akademi 8.
- Lindgren, S. (2004). Voidaanko matematiikka-asenteita muuttaa? Teoksessa T. Räsänen, P. Kupari, T. Ahonen, & P. Malinen (toim.), *Matematiikka -näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen* (ss. 381–396). Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti.
- Luck, L., Jackson D., & Usher, K. (2006). Case study: a bridge across the paradigms. *Nursing Inquiry*, 13(2), 103–109.
- Lyle, J. (2003). Stimulated recall: A report on its use in naturalistic research. *British Educational Research Journal*, 29(6), 861–878.
- Malmivuori, M.-L. (2001). *The dynamics of affect, cognition, and social environment in the regulation of personal learning processes: The case of mathematics*. University of Helsinki. Department of Education. Research report 172. Helsinki: Yliopistopaino.
- Marland, P. (1986). Models of teachers' interactive thinking. *The Elementary School Journal*, 87(2), 209–226.
- Marland, P., & Osborne, B. (1990). Classroom theory, thinking, and action. *Teaching and Teacher Education*, 6(1), 93–109.
- Mason, M. (2000). Teachers as critical mediators of knowledge. *Journal of Philosophy of Education*, 34(2), 343–352.
- Mayer, D., & Marland, P. (1997). Teachers' knowledge of students: A significant domain of practical knowledge? *Asia-Pacific Journal of Teacher Education*, 25(1), 17–34.
- McClellan, J. E. (1976). *Philosophy of education*. Englewood Cliffs: Prentice-Hall.
- McEwan, H. (1989). Teaching as pedagogic interpretation. *Journal of Philosophy of Education*, 23(1), 61–71.
- McEwan, H. (1992). Teaching and the interpretation of texts. *Educational Theory*, 42(1), 59–68.
- McLeod, D. B., & McLeod, S. H. (2002). Synthesis—Beliefs and mathematics education: Implications for learning, teaching and research. In G. C. Leder, E. Pehkonen, & G. Törner (Eds.), *Beliefs: A hidden variable in mathematics education* (ss. 115–123). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Merenluoto, K. (2005). Conceptual change in mathematics. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 10(2), 17–34.
- Merenluoto, K., & Lehtinen, E. (2004). Number concept and conceptual change: Towards a systemic model of the processes of change. *Learning and Instruction*, 14(5), 519–534.
- Meri, M. (1998). *Ole oma itäsi. Reseptologinen näkökulma hyvään opetukseen*. Helsingin yliopisto. Opettajankoulutuslaitos. Tutkimuksia 194. Helsinki: Hakapaino.

- Meri, M. (2002). Keskustelu opettamisen opista ja oppiaineiden opettamisen opista. Teoksessa P. Kansanen, & K. Uusikylä (toim.), *Luovuutta, motivaatiota, tunteita. Opetuksen tutkimuksen uusia suuntia* (ss. 175–190). Jyväskylä: PS-Kustannus.
- Merriam, S. B. (1998). *Qualitative research and case study applications in education*. San Francisco, CA: Jossey-Bass.
- Mewborn, D. S. (1999). Reflective thinking among preservice elementary mathematics teachers. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30, 316–341.
- Mewborn, D. S. (2001). Teachers' content knowledge, Teacher education and their effects on the preparation of elementary teachers in the United States. *Mathematics Education Research Journal*, 3, 28–36.
- Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1984). *Qualitative data analysis: A sourcebook of new methods*. Newbury Park, CA: Sage Publications.
- Mitzel, H. (1960). Teacher effectiveness. In C. Harris (Ed.), *Encyclopedia of educational research*. 3. painos. New York: MacMillan.
- Morine-Dersheimer, G. (1991). Learning to think like a teacher. *Teaching and Teacher Education*, 7(2), 159–168.
- Morse, J. M., & Pooler, C. (2002). Analysis of videotaped data: Methodological considerations. *International Journal of Qualitative Methods*, 1(4), 62–67.
- Mura, R. (1995). Images of mathematics held by university teachers of mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 28(4), 395–403.
- Nespor, J. (1985). *The role of beliefs in the practice of teaching: Final report of the teacher beliefs study*. Austin: University of Texas. Research and development center for teacher education. Report 8024.
- Niemi, E. K. (2001). *Perusopetuksen matematiikan oppimistulosten kansallinen arviointi 6. vuosiluokalla vuonna 2000. Oppimistulosten arviointi 2*. Helsinki: Opetushallitus.
- Niemi, E. K. (2004). *Perusopetuksen oppimistulosten kansallinen arviointi ja tulosten hyödyntäminen koulutuspoliittisissa konteksteissa. Perusopetuksen matematiikan oppimistulosten kansallinen arviointi 6. vuosiluokalla vuonna 2000*. Turun yliopiston julkaisuja C 216. Turku: Turun yliopisto.
- Niemi, E. K. (2008). *Matematiikan oppimistulosten kansallinen arviointi 6. vuosiluokalla vuonna 2007. Oppimistulosten arviointi 1/2008*. Opetushallitus. Helsinki: Yliopistopaino. <[http://www.oph.fi/instancedata/prime\\_product\\_julkaisu/oph/embeds/46754\\_matematiikka\\_6luokka\\_2007.pdf](http://www.oph.fi/instancedata/prime_product_julkaisu/oph/embeds/46754_matematiikka_6luokka_2007.pdf)> [Haettu 10.2.2010]
- Niemi, E. K., & Metsämuuronen, J. (toim.). (2010). *Miten matematiikan taidot kehittyvät? Matematiikan oppimistulokset peruskoulun viidennen vuosiluokan jälkeen vuonna 2008. Koulutuksen seurantaraportit 2010:2*. Opetushallitus. Helsinki: Edita. <[http://www.oph.fi/download/126919\\_Miten\\_matematiikan\\_taidot\\_kehittyvat.pdf](http://www.oph.fi/download/126919_Miten_matematiikan_taidot_kehittyvat.pdf)> [Haettu 2.12.2011]
- Norris, N., Asplund, R., MacDonald, B., Schostak, J., & Zamorski, B. (1996). *Arviointiraportti peruskoulun opetussuunnitelmauudistuksesta*. Helsinki: Opetushallitus.
- Oikkonen, J. (2004). *Maailma ja maailmankuva, osa 1: Matematiikka*. Haastattelu, H. Reime, Yleisradio, *Maailma ja maailmankuva*. Saatavilla [www.muodossa.osoitteesta](http://www.muodossa.osoitteesta) [www.lausti.com/articles/maailmankuva/maailmankuva1.html](http://www.lausti.com/articles/maailmankuva/maailmankuva1.html) [Haettu 28.1.2008].
- Opetushallitus. (1994). *Peruskoulun opetussuunnitelman perusteet 1994*. Helsinki: Edita.
- Opetushallitus. (2004). *Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2004*. Vammala: Vammalan kirjapaino.
- Paasonen, J. (1993). Matematiikan opetus perusteitaan etsimässä. *Kasvatus*, 24(2), 166–170.
- Passmore, J. (1980). *The philosophy of teaching*. London: Duckworth.
- Paterson, B. L., Bottorf, J. L., & Hewat, R. (2003). Blending observational methods: Possibilities, strategies, and challenges. *International Journal of Qualitative Methods*, 2(1), 29–38.
- Patrikainen, R. (1997). *Ihmiskäsitys, tiedonkäsitys ja oppimiskäsitys luokanopettajan pedagogisessa ajattelussa*. Joensuun yliopisto. Kasvatustieteellisiä julkaisuja n:o 36. Joensuu: Joensuun yliopistopaino.
- Patrikainen, R. (1999). *Opettajuuden laatu. Ihmiskäsitys, tiedonkäsitys ja oppimiskäsitys opettajan pedagogisessa ajattelussa ja toiminnassa*. Jyväskylä: PS-kustannus.
- Patrikainen, S. (2001). *Luokanopettajan pedagoginen ajattelu ja toiminta matematiikan opetuksessa*. Pro gradu -tutkielma. Helsingin yliopisto. Opettajankoulutuslaitos.
- Patrikainen, S. (2008). *Luokanopettajan matemaattinen tiedonkäsitys*. Matematiikan sivulaudatur-tutkielma. Helsingin yliopisto: Matematiikan ja tilastotieteen laitos.
- Patrikainen, S., & Toom, A. (2004a). Stimulated recall – opettajan pedagogisen ajattelun ja toiminnan tutkimisen menetelmä. Teoksessa P. Kansanen, & K. Uusikylä (toim.), *Opetuksen tutkimuksen monet menetelmät* (ss. 239–260). Jyväskylä: PS-kustannus.
- Patrikainen, S., & Toom, A. (2004b). *The application of the stimulated recall method in the research on teacher's pedagogical thinking, knowledge, and action*. Paper presented in European Conference on Educational Research (ECER), Rethymon, September 2004.

- Patrikainen, S., & Toom, A. (2005). Studying teacher's pedagogical thinking, knowing and action by combining stimulated recall interview and video observation (ss. 306–313) [elektroninen materiaali]. *Proceedings of the 12th ISATT International Conference, 3-6 July, Sydney, New South Wales*. Strathfield NSW: International Study Association on Teachers and Teaching ISATT 2005.
- Patton, M. Q. (2002). *Qualitative research & evaluation methods*. 3. painos. Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- Pehkonen, E. (1992). Opettajien uskomuksista matematiikasta ja sen opettamisesta. Teoksessa S. Tella (toim.). *Joustava ja laaja-alainen opettaja. Ainedidaktiikan symposium Helsingissä 7.2.1992* (ss. 242–251). Helsinki: Yliopistopaino.
- Pehkonen, E. (1994a). Opettajien matemaattisten uskomusten muuttumisesta. Teoksessa H. Silfverberg, & K. Seinälä, (toim.), *Ainedidaktiikan teorian ja käytännön kohtaaminen. Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen Tutkimuspäivät 24.-25.9.1993* (ss. 59–66). Tampereen yliopisto. Tampereen opettajankoulutuslaitoksen julkaisuja.
- Pehkonen, E. (1994b). Opettajien käsitykset ja matematiikan opetuksen muuttuminen. *Kasvatus*, 25(4), 395–403.
- Pehkonen, E. (1998). On the concept “mathematical belief”. In E. Pehkonen, & G. Törner (Eds.), *The state-of-art in mathematics-related belief research. Results of the MAVI activities* (ss. 37–72). University of Helsinki. Department of Teacher Education. Research Report 195. Helsinki: Hakapaino.
- Pehkonen, E. (1999). Professorien matematiikkakäsityksiä. *Kasvatus*, 30(2), 120–127.
- Pehkonen, E. (2000). Ymmärtäminen matematiikan opetuksessa. *Kasvatus*, 31(4), 375–381.
- Pehkonen, E. (2001). Mitä matematiikka on ja miten sitä osataan? *Arkhimedes*, 3, 14–17.
- Pehkonen, E. (2003). Mitä tiedämme opettajien matematiikkauskomuksista ja niiden muuttumisesta? Teoksessa A. Virta, & O. Marttila (toim.), *Opettaja, asiantuntijuus ja yhteiskunta. Ainedidaktinen symposium 7.2.2003* (ss. 205–211). Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja B:72. Turku: Turun opettajankoulutuslaitos.
- Pehkonen, E. (2009). How Finns learn mathematics: What is the influence of 25 years of research in mathematics education? In M. Lepik (Ed.), *Teaching mathematics: Retrospective and perspectives* (ss. 71–101). Proceedings of the 10th international conference, Tallinn University.
- Pehkonen, E., Ahtee, M., & Lavonen, J. (2007). Introduction. Setting the landscape. In E. Pehkonen, M. Ahtee, & J. Lavonen (Eds.), *How Finns learn mathematics and science* (ss. 3–7). Rotterdam: Sense Publishers.
- Pehkonen, E., & Lepmann, L. (1994). Teachers' conceptions about mathematics teaching in comparison (Estonia - Finland). In M. Ahtee, & E. Pehkonen (Eds.), *Constructivist viewpoints for school teaching and learning in mathematics and science* (ss. 105–110). University of Helsinki. Department of teacher education. Research report 131. Helsinki: Yliopistopaino.
- Pehkonen, E., & Pietilä, A. (2002). Uskomukset oppimisen ja opettamisen piilovaikuttajina – esi-merkkinä matematiikan opetus. Teoksessa E. Lehtinen & T. Hiltunen (toim.), *Oppiminen ja opettajuus* (ss. 39–62). Turun yliopisto. Kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja B, 71. Turku: Turun yliopisto.
- Pehkonen, E., & Rossi, M. (2007). Some alternative teaching methods in mathematics. In E. Pehkonen, M. Ahtee, & J. Lavonen (Eds.), *How Finns learn mathematics and science* (ss. 143–154). Rotterdam: Sense Publishers.
- Pehkonen, E., & Seppälä, R. (2007). Muutostekijöitä suomalaisessa matematiikan opetuksessa, erityisesti vuosina 1970–2000. *Kasvatus*, 38(1), 42–50.
- Pehkonen, L., & Krzywacki-Vainio, H. (2007). Mathematics teaching in primary schools. In E. Pehkonen, M. Ahtee, & J. Lavonen (Eds.), *How Finns learn mathematics and science* (ss. 155–164). Rotterdam: Sense Publishers.
- Peltola, T. (2007). Empirian ja teorian vuoropuhelu. Teoksessa M. Laine, J. Bamberg, & P. Jokinen (toim.), *Tapaustutkimuksen taito* (ss. 111–129). Helsinki: Gaudeamus.
- Perkkilä, P. (2002). *Opettajien matematiikkauskomukset ja matematiikan oppikirjan merkitys alkuopetuksessa*. Jyväskylän studies in education, psychology and social research 195. Jyväskylä: Jyväskylän yliopisto.
- Pesonen, M.E., Haapasalo, L., & Ehmke, T. (2006). Critical look at dynamic sketches when learning mathematics. *The Teaching of Mathematics*, 9(2), 19–29.
- Pesonen, M.E., Haapasalo, L., & Lehtola, H. (2002). Looking at function concept through interactive animations. *The Teaching of Mathematics*, 5(1), 37–45.
- Peters, R. S. (1967). What is an educational process? In R. S. Peters (Ed.), *The concept of education* (ss. 1–23). London: Routledge & Kegan Paul.
- Peters, R. S. (1969). Must an educator have an aim? In C. J. B. Macmillan, & T. W. Nelson (eds.), *Concepts of teaching. Philosophical essays* (ss. 89–98). 2. painos. Chicago: Rand McNally & Company.

- Peterson, P., & Clark, C. (1978). Teachers' reports of their cognitive processes during teaching. *American Educational Research Journal*, 15(4), 555–565.
- Peuhkuri, T. (2005). Tapaustutkimuksen valinnat. Esimerkkinä Saaristomeren rehevöitymis- ja kalankasvatustutkimuksesta. Teoksessa P. Räsänen, A.-H. Anttila, & H. Melin (toim.), *Tutkimusmenetelmien pyörteissä* (ss. 291–308). Juva: PS-kustannus.
- Peuhkuri, T. (2007). Teoria ja yleistämisen kriteerit. Teoksessa M. Laine, J. Bamberg, & P. Jokinen (toim.), *Tapaustutkimuksen taito* (ss. 130–148). Helsinki: Gaudeamus.
- Philipp, R. A. (2007). Mathematics teachers' beliefs and affect. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning. A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (ss. 257–315). Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Pietilä, A. (2002). *Luokanopettajaopiskelijoiden matematiikkakuva. Matematiikkakokemukset matematiikkakuvan muodostajina*. Helsingin yliopisto. Opettajankoulutuslaitoksen tutkimuksia 238. Helsinki: Yliopistopaino.
- Pirie, S. (1996). What are data? An exploration of the use of video-recording as data gathering tool in mathematics classroom. In E. Jakubowski, D. Watkins, & H. Biske (Eds.), *Proceedings of the eighteenth annual meeting of the North American chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Panama City, Florida, Vol. 2* (ss. 553–559). Columbus, OH: ERIC, Clearinghouse for Science, Mathematics, and Environmental Education. <[http://eric.ed.gov/ERICDocs/data/ericdocs2sql/content\\_storage\\_01/0000019b/80/14/ba/c5.pdf](http://eric.ed.gov/ERICDocs/data/ericdocs2sql/content_storage_01/0000019b/80/14/ba/c5.pdf)> [Haettu 16.2.2009]
- Pirie, S. (2001). Analysis, lies and videotape. In R. Speiser, C. A. Maher, & C. N. Walter (Eds.), *Proceedings of the twenty-third annual meeting of the North American chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Snowbird, Utah, Vol. 1* (ss. 346–350). Columbus, OH: ERIC, Clearinghouse for Science, Mathematics, and Environmental Education. <[http://eric.ed.gov/ERICDocs/data/ericdocs2sql/content\\_storage\\_01/0000019b/80/1b/0f/db.pdf](http://eric.ed.gov/ERICDocs/data/ericdocs2sql/content_storage_01/0000019b/80/1b/0f/db.pdf)> [Haettu 16.2.2009]
- Pitkäniemi, H. (1997). Opetuksen tutkimuksen paradigmat ja niiden kehittäminen. *Kasvatus*, 28(4), 364–375.
- Pitkäniemi, H. (1998). *Opettajaksi opiskelevien opetustilanneajattelun sisällöt ja oppitunnin toteutus*. Helsingin yliopisto. Kasvatustieteen laitoksen tutkimuksia 162. Helsinki: Hakapaino.
- Pitkäniemi, H. (2000). Opetuksen käsitteen teoreettisesta tutkimuksesta. *Kasvatus*, 31(5), 443–455.
- Pitkäniemi, H. (2009). The essence of teaching-learning conceptual relations: How does teaching work? *Scandinavian Journal of Educational Research*, 53(3), 263–276.
- Polya, G. (1973). *How to solve it. A new aspect of mathematical thinking*. 2. painos. Princeton, NJ: Princeton University.
- Powell, A. B., Francisco, J. M., & Maher, C. A. (2003). An analytical model for studying the development of learners' mathematical ideas and reasoning using videotaped data. *Journal of Mathematical Behavior*, 22, 405–435.
- Prosser, J. (Ed.) (1998). *Image-based research: A sourcebook for qualitative researchers*. London: Falmer Press.
- Puolimatka, T. (1995). *Kasvatus ja filosofia*. Helsinki: Kirjayhtymä.
- Puolimatka, T. (1997). *Opetusta vai indoktrinaatiota? Valta ja manipulaatio opetuksessa*. Tampere: Kirjayhtymä.
- Puolimatka, T. (1999). Constructivism, knowledge, and manipulation. *Philosophy of education, Yearbook 1999*. <<http://www.ed.uiuc.edu/eps/PES-Yearbook/1999/puolimatka.asp>> [Haettu 4.11.2011]
- Puolimatka, T. (2002). *Opetuksen teoria. Konstruktivismista realismiin*. Helsinki: Tammi.
- Rauste-von Wright, M., & von Wright, J. (1994). *Oppiminen ja koulutus*. Helsinki: WSOY.
- Repo, S. (1996). *Matematiikkaa tietokoneella. Derivaatan käsitteen konstruointi symbolisen laskennan ohjelman avulla*. Joensuun yliopisto. Kasvatustieteellisiä julkaisuja 33. Joensuu: Joensuun yliopiston monistuskuskeskus.
- Reynolds, R. E., Sinar, G. M., & Jetton, T. L. (1996). Views of knowledge acquisition and representation: A continuum from experience centered to mind centered. *Educational Psychologist*, 31(2), 93–104.
- Robertson, E. (1987). Teaching and related activities. In M. J. Dunkin (Ed.), *The international encyclopedia of teaching and teacher education* (ss. 15–18). Oxford: Pergamon press.
- Rosenstein, B. (2002). Video use in social science research and program evaluation. *International Journal of Qualitative Methods*, 1(3), 22–43.
- Ruokamo, H. (2000). *Matemaattinen lahjakkuus ja matemaattisten sanallisten ongelmanratkaisutaitojen kehittyminen teknologiaperustaisessa oppimisympäristössä*. Helsingin yliopisto. Opettajankoulutuslaitos. Tutkimuksia 212. Helsinki: Yliopistopaino.
- Räty-Zaborsky, S. (2006). *Suomalaisten ja unkarilaisten opettajien ja matematiikan oppikirjan tekijöiden käsityksiä geometriasta ja geometrian opetuksesta vuosiluokilla 1–6*. Joensuun yliopisto. Kasvatustieteellisiä julkaisuja 112. Joensuu: Joensuun yliopistopaino.

- Saarela-Kinnunen, S., & Eskola, J. (2001). Tapaus ja tutkimus = tapaustutkimus. Teoksessa J. Aal-  
tola, & R. Valli (toim.), *Ikkunoita tutkimusmetodeihin 1* (ss. 158–169). Jyväskylä: PS-  
kustannus.
- Sahlberg, P. (2011). *Finnish lessons. What can the world learn from educational change in Fin-  
land?* New York: Teachers College Press.
- Salminen, A.-L., Harra, T., & Lautamo, T. (2006). Conducting case study research in occupational  
therapy. *Australian Occupational Therapy Journal*, 53, 3–8.
- Scheffler, I. (1967). Philosophical models of teaching. In R. S. Peters (Ed.), *The concept of educa-  
tion* (ss. 120–134). London: Routledge & Kegan Paul.
- Scheffler, I. (1969). The concept of teaching. In C. J. B. Macmillan, & T. W. Nelson (eds.), *Con-  
cepts of teaching. Philosophical essays* (ss. 17–27). 2. painos. Chicago: Rand McNally &  
Company.
- Schofield, J. W. (1990/2000). Increasing the generalizability of qualitative research. In R. Gomm,  
M. Hammersley, & P. Foster (Eds.), *Case study method. Key issues, key texts* (ss. 69–97).  
London: Sage Publications.
- Schoenfeld, A. H. (1992). On paradigms and methods: What do you do when the ones you know  
don't do what you want them to? Issues on the analysis of data in the form of videotapes.  
*The Journal of the Learning Sciences*, 2(2), 179–214.
- Schön, D. A. (1983). *The reflective practitioner. How professionals think in action*. Hampshire:  
Ashgate.
- Shapiro, S. (2000). *Thinking about mathematics. The philosophy of mathematics*. Oxford Univer-  
sity Press.
- Shavelson, R. J., Webb, N. M., & Burstein, L. (1986). Measurement of teaching. In M. Wittrock  
(Ed.), *Handbook of research on teaching* (ss. 50–91). 3. painos. New York: Macmillan.
- Shaw, K. L., Davis, N. T., & McCarty, J. (1991) A cognitive framework for teacher change. In R.  
G. Underhill (Ed.), *Proceedings of 13th annual meeting of the Nort American chapter of in-  
ternational group for the psychology of mathematics education*, vol. 2 (ss. 161–167).  
Blacksburg, VA: Virginia Tech.
- Shulman, L. (1986a). Paradigms and research programs in the study of teaching: A contemporary  
perspective. In M. C. Wittrock (Ed.), *Handbook of research on teaching* (ss. 3–36). 3. pai-  
nos. New York: Macmillan.
- Shulman, L. (1986b). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Resear-  
cher*, 15(2), 4–14.
- Shulman, L. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harward Educa-  
tional Review*, 57(1), 1–21.
- Siljander, P. (2005). *Systemaattinen johdatus kasvatustieteeseen*. Helsinki: Otava.
- Silverman, D. (2001). *Interpreting qualitative data. Methods for analysing, talk, text and interacti-  
on*. 2. painos. London: Sage Publications.
- Simola, H. (2005). The Finnish miracle of PISA: Historical and sociological remarks on teaching  
and teacher education. *Comparative Education*, 41(4), 455–470.
- Sinnemäki, J. (1998). *Tietokonepelit ja sisäinen motivaatio. Kahdeksan kertotaulujen automa-  
tointipeliä*. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. Tutkimuksia 186. Helsinki: Yli-  
opistopaino.
- Skemp, R. R. (1978). Relational understanding and instrumental understanding. *Arithmetic teacher*,  
26(3), 9–15.
- Slåtten, K. (1998). Fagrelatert didaktisk kunnskap: Perspektiver på pegreppet ”pedagogical content  
knowledge”. *Nordic Educational Research*, 18, 343–355.
- Smith, B. O. (1969). A concept of teaching. In C. J. B. Macmillan, & T. W. Nelson (Eds.), *Con-  
cepts of teaching. Philosophical essays* (ss. 11–16). 2. painos. Chicago: Rand McNally &  
Company.
- Smith, B. O. (1987). Teaching. Definitions of teaching. In M. J. Dunkin (Ed.), *The international  
encyclopedia of teaching and teacher education* (ss. 11–15). Oxford: Pergamon press.
- Soro, R., & Pehkonen, E. (1998). *KASSEL-projekti, osa 1. Peruskoulun oppilaiden matemaattiset  
taidot kansainvälisessä vertailussa*. Helsingin yliopisto. Opettajankoulutuslaitos. Tutkimuk-  
sia 197. Helsinki: Yliopistopaino.
- Sorvari, J. (2001). Matemaattisen ajattelun kehittäminen: tietokoneet opetuksen tehostamisen apu-  
välineinä. Teoksessa A. Ahtineva (toim.), *Tutkimus kouluopetuksen kehittämisessä. Matema-  
tiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuksia* (ss. 161–176). Turun yliopisto. Kasvatustie-  
teiden tiedekunta. Julkaisusarja C, 17. Turku: Turun yliopisto.
- Sorvari, J., & Pehkonen, E. (2001). Promoting mathematical thinking: A pilot study for innovative  
learning environments. In M. van den Heuvel-Panhuizen (Ed.), *Proceedings of the PME-25  
conference*, vol. 4 (ss. 201–208). Utrecht: Freudenthal Institute.
- Stake, R. E. (1995). *The art of case study research*. Thousand Oaks, CA: SAGE Publications.
- Stake, R. E. (2000a). Case studies. In N. K. Denzin, & Y. S. Lincoln (Eds.), *The handbook of qua-  
litative research* (ss. 435–454). 2. painos. Thousand Oaks, CA: SAGE Publications.



- Stake, R. E. (1978/2000b). The case study method in social inquiry. In R. Gomm, M. Hammersley, & P. Foster (Eds.), *Case study method. Key issues, key texts* (ss. 19–26). London: SAGE Publications.
- Stake, R. E. (2005). Qualitative case studies. In N. K. Denzin, & Y. S. Lincoln (Eds.), *The SAGE handbook of qualitative research* (ss. 443–466). 3. painos. Thousand Oaks, CA: SAGE Publications.
- Stenberg, K. (2011). *Working with identities—promoting student teachers' professional development*. University of Helsinki, Department of teacher education. Research report 321. Helsinki: Yliopistopaino.
- Stevenson, R. B. (2004). Constructing knowledge of educational practices from case studies. *Environmental Education Research*, 10(1), 39–51.
- Stigler, J. W., Gonzales, P., Kawanaka, T., Knoll, S., & Serrano, A. (1999). *The TIMSS Videotaped Classroom Study: Methods and findings from an exploratory research project on eight-grade mathematics instruction in Germany, Japan, and the United States*. Washington DC: Government Printing Office. <<http://nces.ed.gov/pubsearch/pubsinfo.asp?pubid=1999074>> (Haettu 16.2.2009)
- Stodolsky, S. S. (1988). *The subject matters: Classroom activity in math and social studies*. Chicago: University of Chicago Press.
- Strauss, A., & Corbin, J. (1998). *Basics of qualitative research: Techniques and procedures for developing grounded theory*. Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- Suoranta, J., & Eskola, J. (1992). Kvalitatiivisten aineistojen analyysitapoja luokittelemassa - eli noin 8 tapaa aineiston erittelyyn. *Kasvatus*, 23(3), 276–280.
- Syrjälä, L. (1994). Tapaustutkimuksen luonnehdintaa. Teoksessa L. Syrjälä, S. Ahonen, E. Syrjäläinen, & S. Saari (toim.), *Laadullisen tutkimuksen työtapoja* (ss. 10–24). Helsinki: Kirjayhtymä.
- Syrjälä, L., & Numminen, M. (1988). *Tapaustutkimus kasvatustieteessä*. Oulun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan tutkimuksia 51. Oulu: Monistus ja Kuvakeskus.
- Syrjäläinen, E., Jyrhämä, R., & Haverinen, L. (2004). *Praktikumikäsikirja*. Studia Pædagogica 33. <<http://www.helsinki.fi/behav/praktikumikasikirja/>> [Haettu 20.10.2011]
- Tarvainen, K., & Kivelä, S. (2005). Matematiikan taidoissa selviä puutteita. *Matematiikkalehti SOLMU*, 1, 11–12.
- Terhart, E. (2003). Constructivism and teaching: A new paradigm in general didactics? *Journal of Curriculum Studies*, 35(1), 25–44.
- Thompson, A. G. (1991). The development of teachers' conceptions of mathematics teaching. In R. G. Underhill (Ed.) *Proceedings of PME-NA 13, Vol 2* (ss. 161–167). Blacksburg (VA): Virginia Tech.
- Thompson, A. G. (1992). Teachers' beliefs and conceptions: A Synthesis of the research. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning. A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (ss. 127–146). New York: Macmillan.
- Tikkanen, P. (2008). *"Helpompaa ja hauskemapa kuin luulin"*. *Matematiikka suomalaisten ja unkarilaisten perusopetuksen neljäsluokkalaisten kokemana*. Jyväskylä studies in education, psychology and social research 337. Jyväskylä: Jyväskylän yliopisto.
- Toom, A. (2006). *Tacit pedagogical knowing. At the core of teacher's professionalism*. University of Helsinki, Department of applied sciences of education. Research report 276. Helsinki: Yliopistopaino.
- Toom, A., Kynäslähti, H., Krokfors, L., Jyrhämä, R., Byman, R., Stenberg, K., Maaranen, K., & Kansanen, P. (2010). Experiences of a Research-based Approach to Teacher Education: suggestions for future policies. *European Journal of Education*, 45(2), 331–344.
- Törnberg, A. (1994). Opettajan ajattelun tutkimuksesta. *Kasvatus*, 25(1), 20–29.
- Tossavainen, T., & Sorvali, T. (2003). Matematiikka, koulumatematiikka ja didaktinen matematiikka. *Tieteessä tapahtuu*, 8, 30–55.
- Tuomi, J., & Sarajärvi, A. (2002). *Laadullinen tutkimus ja sisällönanalyysi*. Helsinki: Tammi.
- Tymoczko, T. (Ed.). (1986). *New directions in the philosophy of mathematics*. Boston, MA: Birkhauser.
- Tymoczko, T. (1994). Humanistic and utilitarian aspects of mathematics. In D. F. Robitaille, D. H. Wheelr, & C. Kieran (Eds.), *Selected lectures from the 7th international congress on mathematical education, 17–23 August 1992, Quebec* (ss. 327–340). Sainte-Foy, Quebec: Les Presses de l'Université Laval.
- Tynjälä, P. (1991). Kvalitatiivisten tutkimusmenetelmien luotettavuudesta. *Kasvatus*, 22(5–6), 387–398.
- Tynjälä, P. (1999). *Oppiminen tiedon rakentamisena*. Helsinki: Kirjayhtymä Oy.
- Törnroos, J. (2004). *Opetussuunnitelma, oppikirjat ja oppimistulokset. Seitsemännen luokan matematiikan osaaminen arvioitavana*. Koulutuksen tutkimuslaitos. Tutkimuksia 13. Jyväskylä: Jyväskylän yliopisto.

- Uljens, M. (1997). *School didactics and learning. A school didactic model framing an analysis of pedagogical implications of learning theory*. Hove, East Sussex: Psychology Press.
- Uusikylä, K. (1980). *Miten kuvaan opetustapahtumaa*. Tampere: Gaudeamus/Tammer-Paino Oy.
- Uusikylä, K., & Atjonen, P. (2000/2005/2007). *Didaktiikan perusteet*. Helsinki: WSOY
- van Manen, M. (1994). Pedagogy, virtue, and narrative identity in teaching. *Curriculum Inquiry*, 24(2), 135–170.
- VanWynsberghe, R., & Khan, S. (2007). Redefining case study. *International Journal of Qualitative Methods*, 6(2), 1–10.
- Verschuren, P. J. M. (2003). Case study as a research strategy: some ambiguities and opportunities. *International Journal of Social Research Methodology*, 6(2), 121–139.
- Vesterinen, O. (2007). Mediakasvatuksen ainedidaktinen tarkastelu. Teoksessa J. Lavonen (toim.), *Tutkimusperustainen opettajankoulutus ja kestävä kehitys. Ainedidaktiikan symposium Helsingissä 3.2.2006, Osa II* (ss. 597–609). Helsingin yliopisto. Soveltavan kasvatustieteen laitos. Tutkimuksia 286. Helsinki: Yliopistopaino.
- Vesterinen, O. (2011). *Media education in the Finnish school system. A conceptual analysis of the subject didactic dimension of media education*. University of Helsinki. Department of teacher education. Media education publications 12. Helsinki: Yliopistopaino.
- Vesterinen, O., Toom, A., & Patrikainen, S. (2010). The stimulated recall method and ICTs in research on the reasoning of teachers. *International Journal of Research & Method in Education*, 33(2), 183–197.
- Vilkkä, H. (2006). *Tutki ja havainnoi*. Helsinki: Tammi.
- Vuorinen, M. (2003). Matematiikka – monipuolinen tiede. *Arkhimedes*, 6, 21–23.
- Väljärvi, J., & Linnakylä, P. (toim.) (2002). *Tulevaisuuden osaajat. PISA 2000 Suomessa. Pääraportti*. Jyväskylä: Kirjapaino Oma. <<http://ktl.jyu.fi/img/portal/15612/PISA-2000-paaraportti.pdf>> [Haettu 10.2.2010]
- Westbury, I. (1998). Didaktik and curriculum studies. In B.B. Gundem, & Hopmann, S. (Eds.), *Didaktik and/or curriculum. An international dialogue* (ss. 47–78). New York: Peter Lang.
- Westbury, I. (2000). Teaching as a reflective practice: What might Didaktik teach curriculum? In I. Westbury, S. Hopmann, & K. Riquarts (Eds.), *Teaching as reflective practice. The German Didaktik tradition* (ss. 15–39). Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Westbury, I., Hansen, S-E., Kansanen, P., & Björkvist, O. (2005). Teacher education for research-based practice in expanded roles: Finland's experience. *Scandinavian Journal of Educational Research*, 49(5), 475–485.
- Wineburg, S. S., & Wilson, S. M. (1991). Subject matter knowledge in history teaching. In J. Brophy (Ed.), *Advances in research on teaching*, vol. 2. *Teachers' subject matter knowledge and classroom instruction* (ss. 305–348). Greenwich, CT: JAI Press.
- Wood, T., Cobb, P., Yackel, E. (1991). Change in teaching mathematics: A case study. *American Educational Research Journal*, 28(3), 587–616.
- Yin, R. K. (1990). *Case study research. Design and methods*. Newbury Park, CA: SAGE Publications.
- Yin, R. K. (1994). *Case study research. Design and methods*. 2. painos. Newbury Park, CA: SAGE Publications.
- Yinger, R. (1986). Examining thought in action: A theoretical and methodological critique of research on interactive teaching. *Teaching & Teacher Education*, 2(3), 263–282.
- Yrjönsuuri, Y. (1991). Opetus intentionaalisena Edintana. *Kasvatus*, 22(5), 428–432.
- Yrjönsuuri, Y. (1993). *Opetuksen ymmärtäminen*. Helsinki: Yliopistopaino.

## Liitteet

### LUKU 4

**Liite 4.1** Matematiikan merkitys, matematiikan opetuksen ja opiskelun tavoitteet, keskeiset sisällöt sekä opetuksen ja opiskelun luonne Peruskoulun opetussuunnitelman perusteissa 1994 (ss. 77–80).

**Liite 4.2.** Matematiikan opetuksen tehtävät ja periaatteet sekä opiskelun tavoitteet Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa 2004 (ss. 158–167).

### LUKU 5

**Liite 5.1** Opetustapahtumaa kuvaava teoreettinen käsitteistö.

### LUKU 8

**Liite 8.1** Tutkimuksen aikataulu.

**Liite 8.2** Tutkimuksen aineisto.

**Liite 8.3** Kuvauslupa oppilaiden vanhemmilta.

**Liite 8.4** Esimerkki tutkijan muistiinpanoista stimulated recall -haastattelua varten.

### LUKU 9

**Liite 9.1** Esimerkki videoaineistosta laaditusta lokitiedostosta.

**Liite 9.2** Esimerkki videoaineistosta laaditusta tuntikuvauksesta.

**Liite 9.3** Esimerkki videoaineiston teorialähtöisen sisällönanalyysin tuotamasta tuntiprofilista.

**Liite 9.4** Esimerkki videoaineiston kvantifioinnista.

**Liite 9.5** Toiminnan piirteiden erojen merkitsevyytestaus  $\chi^2$ -testillä.

### LUKU 10

**Liite 10.1a** Didaktisten tekijöiden ilmeneminen pedagogisessa toiminnassa, Opettaja A.

**Liite 10.1b** Didaktisten tekijöiden ilmeneminen tunnin opetuksellisissa vaiheissa, Opettaja A.

**Liite 10.2a** Didaktisten tekijöiden ilmeneminen pedagogisessa toiminnassa, Opettaja B.

**Liite 10.2b** Didaktisten tekijöiden ilmeneminen tunnin opetuksellisissa vaiheissa, Opettaja B.

**Liite 10.3a** Didaktisten tekijöiden ilmeneminen pedagogisessa toiminnassa, Opettaja C.

**Liite 10.3b** Didaktisten tekijöiden ilmeneminen tunnin opetuksellisissa vaiheissa, Opettaja C.

**Liite 10.4** Opettajien A, B, ja C pedagogisen toiminnan piirteiden vertailu.

**Liite 4.1.** Matematiikan merkitys, matematiikan opetuksen ja opiskelun tavoitteet, keskeiset sisällöt sekä opetuksen ja opiskelun luonne Peruskoulun opetussuunnitelman perusteissa 1994 (ss. 77–80).

	POP 1994: MATEMATIIKAN OPETUS JA OPISKELU
<b>Matematiikan merkitys</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• välineitä täsmällisen ajattelun edistämiseen sekä avaruuden hahmottamiseen</li> <li>• mahdollisuus keksimiskyvyn ja luovan ajattelun kehittämiseen</li> <li>• käyttökelpoisuus käytännön ja tieteen ongelmien ratkaisemisessa</li> <li>• tieteellisen kehityksen ja modernin teknologian perusta</li> <li>• tehokas ja täsmällinen kommunikointikeino abstraktin symbolikielen avulla</li> <li>• kauneudesta ja älyllisten ponnisteluiden tuottamasta mielihyvästä nauttiminen</li> </ul> <p>→ Peruskoulussa opiskeltava matematiikka on nähtävä laajemmin kuin vain tiettyjen laskutaitojen oppimisena. Sillä on tärkeä merkitys oppilaan henkisessä kasvussa.</p>
<b>Opetuksen ja opiskelun tavoitteet ja keskeiset sisällöt</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• matemaattiset perustiedot ja -taidot, jotka luovat pohjaa jatko-opinnoille sekä antavat valmiuksia toimia arki- ja työelämässä</li> <li>• johdonmukainen ja täsmällinen matemaattinen ajattelu</li> <li>• kyky luokitella, jäsentää ja mallintaa ympäröivän maailman tilanteita sekä asioiden esittäminen suullisesti ja kirjallisesti</li> <li>• matemaattisten käsitteiden ja tietorakenteiden ymmärtävyä oppiminen, mekaanisen laskemisen vähentäminen</li> <li>• käsitys matematiikan merkityksestä osana kulttuuria ennen ja nyt</li> <li>• perinteisten oppisisältöjen kriittinen tarkastelu, sisällöllinen avoimuus uusille tiedoille, keksinnöille ja sovelluksille</li> <li>• realistinen kuva matematiikan käyttökelpoisuudesta</li> <li>• luottamus omiin kykyihin matematiikan oppijana ja käyttäjänä</li> <li>• matematiikan opiskeluun motivoituminen, positiivisen ja sisäisen oppimishalun viritäminen</li> <li>• matematiikan opiskelun kiehtovuuden ja yllätyksellisyyden lisääminen</li> <li>• kiireen ja toiston välttäminen opetuksessa</li> </ul> <p><i>Vuosiluokat 1–6</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ympäröivän maailman havainnointi ja tulkitseminen matematiikan keinoin</li> <li>• ongelmatilanteiden tunnistaminen ja niissä toimiminen</li> <li>• luonnollisen luvun, murto- ja desimaaliluvun käsitteiden ymmärtäminen</li> <li>• peruslaskutaidot päässä, paperilla ja laskimella sekä niiden käyttäminen arkielämän ongelmien ratkaisemisessa</li> <li>• suuruusluokkien ja tulosten oikeellisuuden arviointi</li> <li>• arviointi ja mittaus, mittayksiköt</li> <li>• mittakaavan käsitteen ymmärtäminen ja käyttäminen</li> <li>• geometristen kappaleiden ja kuvioiden tunnistaminen, kuvaileminen ja piirtäminen sekä pinta-alojen ja tilavuuksien laskeminen</li> <li>• asioiden ja esineiden lajitteluun ja luokitteluun perehtyminen</li> <li>• säännönmukaisuuksien löytäminen ympäröivästä maailmasta ja niiden kuvaaminen</li> <li>• taulukoiden ja diagrammien laatiminen, lukeminen ja tulkitseminen</li> <li>• aiempien tietojen syventäminen ja systemaattinen jäsentäminen</li> </ul>
<b>Opiskelun luonne ja opetuksen lähtökohdat</b>	<p><i>Oppilas</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• aktiivinen tiedon hankkija, käsittelijä ja tallentaja</li> </ul> <p><i>Oppiminen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• opittavien asioiden liittäminen aiempiin tietoihin</li> <li>• aikaisempien ajatus- ja toimintamallien täydentäminen ja uudelleenrakentaminen</li> </ul> <p><i>Opetus, opiskelutilanteet</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• keskeisenä periaatteena ongelmanratkaisu</li> <li>• lähtökohtana tuttu ja konkreetti arkielämän tilanne</li> <li>• keskustelunomaista, kokeilevaa ja ongelmaakeskeistä</li> <li>• käytännönläheistä ja konkreettista toimintaa, leikinomaisuus, mallien rakentelua</li> <li>• laskinten ja tietokoneiden järkevä ja luonnollinen käyttö apuvälineenä</li> <li>• ei liiallista kiirehtimistä matematiikan abstraktiin symboliesitykseen</li> <li>• laajemmat opintokokonaisuudet sekä monipuolinen integrointi muuhun toimintaan</li> </ul>

## Liite 4.2. Matematiikan opetuksen tehtävät ja periaatteet sekä opiskelun tavoitteet Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa 2004 (ss. 158–167).

POP 2004: MATEMATIIKAN OPETUS JA OPISKELU			
<b>Opetuksen tehtävä</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• mahdollisuus matemaattisen ajattelun kehittämiseen sekä käsitteiden ja yleisten ratkaisumenetelmien oppimiseen</li> <li>• luovan ja täsmällisen ajattelun kehittäminen</li> <li>• ongelmien löytämiseen, muokkaamiseen ja ratkaisemiseen ohjaaminen</li> </ul> <p>→ Matematiikan merkitys on nähtävä laajasti. Se vaikuttaa oppilaan henkiseen kasvuun sekä edistää oppilaan tavoitteellista toimintaa ja sosiaalista vuorovaikutusta</p>		
	<b>Vuosiluokat 1–2</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• matemaattisen ajattelun kehittäminen</li> <li>• keskittymisen, kuuntelemisen ja kommunikoinnin harjaannuttaminen</li> <li>• kokemusten hankkiminen matemaattisten käsitteiden ja rakenteiden muodostumisen perustaksi</li> </ul>	<b>Vuosiluokat 3–4</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• matemaattisen ajattelun kehittäminen</li> <li>• matemaattisten ajattelumallien oppimisen pohjustaminen</li> <li>• lukukäsitteen ja peruslaskutoimitusten varmentaminen</li> <li>• kokemusten hankkiminen matemaattisten käsitteiden ja rakenteiden omaksumisen pohjaksi</li> </ul>	<b>Vuosiluokat 5–6</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• syventää matemaattisten käsitteiden ymmärtämistä</li> <li>• riittävien perusvalmiuksien tarjoaminen: arkipäivän matemaattisten ongelmien mallintaminen; matemaattisten ajattelumallien oppiminen; muistin, keskittymisen ja täsmällisen ilmaisun harjoittelu</li> </ul>
<b>Opetuksen periaatteet</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• opetuksen ja opiskelun systemaattinen eteneminen</li> <li>• kestävä pohjan luominen käsitteiden ja rakenteiden ymmärtämiseksi</li> <li>• konkreettisuus</li> <li>• arkipäivän ongelmien hyödyntäminen</li> <li>• tieto- ja viestintätekniikan hyödyntäminen</li> </ul>		
<b>Opiskelun tavoitteet</b>	<b>Vuosiluokat 1–2</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• keskittyminen, kuunteleminen, kommunikointi ja ajattelun kehittäminen sekä ilo ongelmien ymmärtämisestä ja ratkaisemisesta</li> <li>• matemaattisten käsitteiden esittäminen monipuolisesti (puhuminen, kirjoittaminen, välineet, symbolit)</li> <li>• ymmärrys käsitteiden rakentumisesta</li> <li>• luonnollisen luvun käsitteen ymmärtäminen ja siihen soveltuvat peruslaskutaidot</li> <li>• ratkaisujen ja päätelmien perusteleminen konkreettisin mallein ja välinein, kuvin, kirjallisesti ja suullisesti sekä ilmiöiden yhtäläisyyksien, erojen, säännönmukaisuuksien ja syyseuraussuhteiden löytäminen</li> <li>• harjaantuminen havaintojen tekoon</li> </ul>	<b>Vuosiluokat 3–5</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• onnistumisen kokemusten saaminen</li> <li>• matemaattisten käsitteiden ja rakenteiden muodostaminen tutkien ja havainnoiden</li> <li>• matemaattisten käsitteiden käyttäminen</li> <li>• peruslaskutaidot ja matemaattisten ongelmien ratkaiseminen</li> <li>• ilmiöiden yhtäläisyyksien, erojen, säännönmukaisuuksien ja syyseuraussuhteiden löytäminen</li> <li>• oman toiminnan ja päätelmien perustelu sekä ratkaisujen esittäminen</li> <li>• kysymysten ja päätelmien esittäminen havaintojen pohjalta</li> <li>• sääntöjen käyttäminen ja ohjeiden noudattaminen</li> <li>• keskittynyt ja pitkäjänteinen työskentely sekä ryhmässä toimiminen</li> </ul>	<b>Vuosiluokat 6–9</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• itseluottamus ja vastuun ottaminen omasta oppimisestaan</li> <li>• matemaattisten käsitteiden ja sääntöjen merkityksen ymmärtäminen sekä matematiikan ja reaali maailman välisten yhteyksien näkeminen</li> <li>• laskutaito ja matemaattisten ongelmien ratkaiseminen</li> <li>• looginen ja luova ajattelu</li> <li>• erilaisten menetelmien soveltaminen tiedon prosessoinnissa</li> <li>• ajatusten ilmaiseminen yksiselitteisesti sekä oman toiminnan ja päätelmien perustelu</li> <li>• kysymysten ja päätelmien esittäminen havaintojen perusteella</li> <li>• säännönmukaisuuksien näkeminen</li> <li>• keskittynyt ja pitkäjänteinen työskentely sekä ryhmässä toimiminen</li> </ul>

## Liite 5.1. Opetustapahtumaa kuvaava teoreettinen käsitteistö.

DIDAKTISET TEKIJÄT	Havainnoinnin kohde	Toiminnan piirteet, kuvaus
1. Matemaattinen sisältö	1.1 Matemaattinen sisältö	1.1.1 Jakson aihe 1.1.2 Oppitunnit aihe 1.1.3 Episodin aihe
	1.2 Sisällön rakentuminen	Kronologinen kuvaus matemaattisen sisällön rakentumisesta
2. Matematiikan opetuksen ja opiskelun tavoitteet*	2.1 Opiskeltavat sisällöt ja toimintatavat	2.1.1 Opiskeltavat matemaattiset tiedot ja taidot <ul style="list-style-type: none"> <li>• toimintaa, jonka tavoitteena on sisältöjen ja toimintatapojen omaksuminen <ul style="list-style-type: none"> <li>– perustiedot ja -taidot: käsitteet, laskutaito</li> <li>– tiedonprosessointi: havainnointi, kuvailu, ajattelutavat, perusteleminen, teknologia</li> <li>– ongelmanratkaisu: matematiikan ja reaali maailman suhteen mallintaminen; prosessin vaiheet</li> <li>– kommunikointi: puhuminen, kirjoittaminen, kuunteleminen; välineet, kuvat, symbolit</li> </ul> </li> </ul>
	2.2 Kognitiiviset tavoitteet	2.2.1 Matemaattinen tiedonkäsitys <ul style="list-style-type: none"> <li>• toimintaa, jonka tavoitteena on <ul style="list-style-type: none"> <li>– ymmärrys matemaattisen tiedon elementeistä ja rakentumisesta</li> <li>– kokemusten ja konkreetian hyödyntäminen käsitteenmuodostuksessa</li> </ul> </li> </ul>
		2.2.2 Matemaattinen ajattelu <ul style="list-style-type: none"> <li>• toimintaa, jossa käy ilmi matemaattisen ajattelun luonne <ul style="list-style-type: none"> <li>– loogista – luovaa</li> </ul> </li> </ul>
		2.2.3 Matematiikan merkitys <ul style="list-style-type: none"> <li>• toimintaa, jossa matematiikan merkitys ilmenee eri yhteyksissä tai eri näkökulmista <ul style="list-style-type: none"> <li>– yhteiskunta – yksilö</li> <li>– tiede – arkielämä</li> <li>– hyöty – mielihyvä</li> </ul> </li> </ul>
	2.3 Sosiaalis-affektiiviset tavoitteet	2.3.1 Opiskelu- ja sosiaaliset taidot <ul style="list-style-type: none"> <li>• toimintaa, jossa ilmenevät oppilaiden <ul style="list-style-type: none"> <li>– oma-aloitteisuus</li> <li>– sitkeys</li> <li>– keskittyminen</li> <li>– sääntöjen noudattaminen</li> <li>– yhteistyökyky</li> </ul> </li> </ul>
		2.3.2 Henkinen kasvu <ul style="list-style-type: none"> <li>• toimintaa, jossa ilmenevät oppilaiden <ul style="list-style-type: none"> <li>– motivaatio</li> <li>– itseluottamus</li> <li>– vastuunotto</li> </ul> </li> </ul>

Lähde:

Pop 1994 & 2004

\*) päällekkäinen luokittelu

→ jatkaa

→ jatkoa

DIDAKTISET TEKIJÄT	Havainnoinnin kohde	Toiminnan piirteet, kuvaus
<b>3. Opetus- ja opiskelu-toiminnan organisointi</b>  <i>Lähde:</i> Engeström 1987 TIMMS 1999 Video Study  <i>Lähde:</i> TIMSS 1999 Video Study Pop 1994 & 2004 videoaineisto  <i>Lähde:</i> TIMSS 1999 Video Study videoaineisto  <i>Lähde:</i> TIMSS 1999 Video Study Pop 1994 & 2004 videoaineisto	3.1 Opetukselliset vaiheet	3.1.1 Johdattelu 3.1.2 Uuden opetus 3.1.3 Kertaus 3.1.4 Harjoittelu 3.1.5 Soveltaminen 3.1.6 Arviointi
	3.2 Opetuksen ja opiskelun lähtökohta*/**	3.2.1 Ennakkokäsitykset 3.2.2 Arkielämän tilanteet 3.2.3 Aiemmin opiskeltu 3.2.4 Tavoitteet 3.2.5 Ongelmakeskeisyys 3.2.6 Toiminnallisuus 3.2.7 "Suoraan asiaan"
	3.3 Opetuksen ja opiskelun konteksti	3.3.1 Todelliset tilanteet 3.3.2 Välineillä operointi 3.3.3 Symboleilla operointi 3.3.4 Havainnollistaminen
	3.4 Opetuksen ja opiskelun vaatimat matemaattiset prosessit*	3.4.1 Käsitteenmäärittely 3.4.2 Käsitteiden välisten suhteiden määrittely 3.4.3 Pelkän vastauksen ilmoittaminen 3.4.4 Tietyn ratkaisutavan käyttö 3.4.5 Ajattelutapojen kuvaus, perusteleminen 3.4.6 Matematiikan ja reaali maailman välisen suhteen mallintaminen 3.4.7 Ongelmanratkaisu 3.4.8 Kommunikointi
	3.5 Työskentelyn piirteitä	Vapaamuotoisia huomioita sisällön käsittelystä sekä opettajan ja oppilaiden työskentelystä
	4. Vuorovaikutus	4.1 Vastuu
		4.1.1 Opettajakeskeinen 4.1.2 Yhteistoiminnallinen 4.1.3 Oppilaskeskeinen
	4.2 Aktiivisuus	4.2.1 Opettaja 4.2.2 Luokka 4.2.3 Ryhmä 4.2.4 Oppilaspari 4.2.5 Oppilas
	4.3 Työmuoto	4.3.1 Esittävä opetus – opettajan esitys, luento – oppilaan esitys – havaintoesitys – audiovisuaalinen esitys 4.3.2 Vuorovaikutteinen opetus – opetuskeskely – opetuskeskustelu – yhteinen harjoitus- tai sovellustehtävä 4.3.3 Tehtäviä antava opetus – testi, koe – itsenäinen harjoitus- tai sovellustehtävä – lukutehtävä – ongelmatehtävä

*Lähde:*  
Engeström 1987

\*) päällekkäinen luokittelu

\*\*) ei määritelty harjoittelun yhteydessä

## Liite 8.1. Tutkimuksen aikataulu.

AJANKOHTA		TUTKIMUKSEN VAIHE	
Iv 2001-2002		Tutkimussuunnitelman laatiminen	teoreettisen taustan hahmottelu tutkimusmenetelmien hallinta
Iv 2002-2003	huhtikuu toukokuu	Aineiston keruu	Opettaja A
Iv 2003-2004	marraskuu joulukuu	Aineiston keruu	Opettaja B
Iv 2004-2005		Aineiston analyysi	videoaineiston teoreettisen analyysikäsitteistön kokoaminen
Iv 2005-2006	lokakuu	Aineiston keruu	Opettaja C
Iv 2006-2007		Aineiston käsittely	videoaineiston puhtaaksikirjoitus
		Aineiston analyysi	videoaineisto → opettajien toimintatapa
Iv 2007-2008		Matematiikan sivulaudatur -tutkielma: Aineiston keruu, käsittely ja analyysi sekä tutkimusraportin kirjoittaminen	opettajien matemaattinen tiedonkäsitys
Iv 2008-2009		Aineiston käsittely	str -haastatteluaineiston puhtaaksikirjoitus
		Aineiston analyysi	str -haastatteluaineisto → opettajien ajattelutapa
		Aineiston analyysi	video- ja haastatteluanalyyysien yhdistäminen → opettajien opetuskäsitys
		Tutkimusraportin kirjoittaminen	tutkimuksen toteutus
Iv 2009-2010		Tutkimusraportin kirjoittaminen	teoreettisen taustan kokoaminen
Iv 2010-2011		Tutkimusraportin kirjoittaminen	tulosten viimeistely
Iv 2011-2012		Tutkimusraportin kirjoittaminen	teoreettisen taustan viimeistely raportin viimeistely

Tutkijan asiantuntijuuden kehittäminen: kasvatustieteelliseen teoriaan perehtyminen, matematiikan sivuaineopinnot, menetelmällisen osaamisen kehittäminen



**Liite 8.2.** Tutkimuksen aineisto.

AINEISTO		OPETTAJA A 3. luokka		OPETTAJA B (1. -) 2. luokka		OPETTAJA C 6. luokka	
<b>Aineistonkeruun ajankohta</b>		24.4.–19.5.2003		17.11.–3.12.2003		3.10.–14.10.2005	
<b>Video- aineisto</b>	aihe	Desimaaliluvut sekä niiden soveltaminen mittaamisessa ja yksikkömuunnoksissa		Allekkainlasku		Desimaalilukujen sovelluksia: mittayksikkömuunnokset, hinnan laskeminen, suhde	
	oppitunnit	13 kpl		9 kpl		9 kpl	
	episodit	61 kpl		43 kpl		66 kpl	
	kesto	526 min		366 min		370 min	
<b>Stimulated recall -aineisto</b>	haastattelut	A_str1	A1/13* A2/13*	B_str1	B1/9 B2/9*	C_str1	C1/9* C2/9*
		A_str2	A3/13 A4/13	B_str2	B3/9		C3/9
		A_str3	A5/13	B_str3	B4/9*	C_str2	C4/9
		A_str4	A6/13 A7/13	B_str4	B5/9 B6/9*	C_str3	C5/9 C6/9**
		A_str5	A8/13 A9/13**	B_str5	B7/9 B8/9*	C_str4	C7/9** C8/9
		A_str6	A10/13 A11/13*** A12/13***		B9/9		C9/9
		A_str7	A13/13				
	lukumäärä	6 kpl		5 kpl		4 kpl	
	kesto	379 min		310 min		318 min	
	sivumäärä	115 kpl		87 kpl		72 kpl	
	analyysiyksiköt	377 kpl		364 kpl		252 kpl	
	merkitystulkinnat	445 kpl		424 kpl		281 kpl	

**Liite 8.3. Kuvauslupa oppilaiden vanhemmilta.**

Helsingissä [pp.kk.vvvv]

***Hei Xx-luokkalaisten kotiväki!***

Nimeni on Sanna Patrikainen ja olen luokanopettaja. Nykyisin työskentelen Helsingin yliopistossa, Soveltavan kasvatustieteen laitoksella ja teen kasvatustieteen jatko-opintoja. Opintoihini kuuluu oleellisena osana väitöskirjatutkimuksen tekeminen. Omassa tutkimuksessani olen kiinnostunut matematiikan opetuksesta peruskoulun alaluokilla.

Lapsenne opettaja [opettajan nimi] on ilokseni lupautunut osallistumaan tutkimukseeni. Tutkimukseni puitteissa videoin [opettajan nimi] pitämiä matematiikan tunteja kahden viikon ajan [ajankohta]. Tähän videointiin tarvitsen teidän, oppilaiden vanhempien, suostumuksen. Videoidessani matematiikan tunteja seuran pääasiassa opettajan toimintaa, en niinkään oppilaita, mutta tokihan he kuvissa myös näkyvät.

Tutkimusaineistoa eli videoita oppitunteja ei esitetä julkisesti eikä koulu nimi tai oppilaiden ja opettajan henkilöllisyys tule missään tutkimuksen vaiheessa julki. Videoidut oppitunnit tulevat vain omaan käyttööni ja minun lisäkseni niitä voidaan katsoa ainoastaan tutkimukseni ohjaukseen liittyvissä tilanteissa. Tällöinkin noudatamme ehdotonta luottamuksellisuutta.

Jos teillä on vielä jotain kysyttävää tutkimukseeni liittyen, ottakaa minuun tai [opettajan nimi] yhteyttä. Kiitokset avustanne jo näin etukäteen!

*Yhteistyöterveisin,**Sanna Patrikainen*

[puhelinnumero]

[sähköpostiosoite]

*Leikkaa irti ja palauta täytettynä opettajalle. Kiitos!*

Oppilaan nimi: \_\_\_\_\_

Lastani a) saa \_\_\_\_\_

b) ei saa \_\_\_\_\_

videokuvata matematiikan tunneilla Sanna Patrikaisen väitöskirjatutkimukseen liittyvän aineiston keruun yhteydessä [ajankohta].

Huoltajan allekirjoitus: \_\_\_\_\_

**Liite 8.4.** Esimerkki muistiinpanoista stimulated recall -haastattelua varten.

<b>Opettaja:</b>	C	<b>Jakson aihe:</b>	Desimaalilukujen sovelluksia
<b>Luokka:</b>	6. lk	<b>Oppitunti:</b>	C5/9
<b>Ajankohta:</b>	pe 7.10.2005, klo 12-13	<b>Oppitunnin aihe:</b>	Yksikköhinnan laskeminen
		<b>Oppitunnin kesto:</b>	00:48:16

EPISODI	EPISODIIN LIITTYVÄT MUISTIINPANOT JA STR-HAASTATELUKYSYMYKSET
	<b>Tunnin tavoitteet</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Mitkä olivat tämän tunnin tavoitteet? Miksi?</li> <li>Kuinka tavoitteet mielestäsi saavutettiin? Miksi ajattelet näin?</li> </ul>
C5.1	<b>Kotitehtävien tarkistaminen</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Miten tunti alkaa? Miksi näin?</li> <li>Miksi tunti alkaa kotitehtävien tarkistamisella?</li> <li>Miksi sanalliset tehtävät lasketaan taululle?</li> </ul> <i>Kotitehtävien tarkistaminen</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>Miksi kierrät luokassa oppilaiden luona?</li> <li>Mihin kiinnität huomiosi kiertäessäsi luokassa? Miksi?</li> <li>Miksi kehuit Eetua tehdyistä tehtävistä?</li> <li>Mitä ajattelit, kun edellisellä tunnilla kaikki oppilaat (Eetu, urheilijapojat) eivät olleet tehneet kotitehtäviään? Miksi?</li> <li>Miten puutuit siihen? Miksi?</li> </ul> <i>Sanalliset tehtävät taululla</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>Mitä havainnoit, kun katsoit oppilaiden taululle tekemiä tehtäviä? Miksi?</li> <li>Mitä siitä ajattelit? Miksi?</li> <li>Miksi puutuit Emilian tekemään laskuun?</li> <li>Miksi kysyt toisenlaista ratkaisua?</li> <li>Miksi otat itse esille toisenlaisen ratkaisun?</li> <li>Miksi kirjoitat lausekkeen <math>1,47\text{€}:1,51</math>?</li> <li>Miksi otat laskimen käyttöön?</li> </ul> <i>Diagrammit</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>Miksi teet diagrammin piirtoheittimelle näkyviin?</li> <li>Miksi kysyt diagrammien nimityksiä?</li> <li>Miksi kysyt, missä oppiaineissa diagrammeja esiintyy?</li> </ul>
C5.2	<b>Kilohinnan laskeminen</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Miten tunti jatkuu? Miksi?</li> <li>Miksi viittaat Emilian laskuun?</li> <li>Miksi kysyt, kuinka luetaan <math>3,20\text{€}/\text{kg}</math>?</li> <li>Miksi otat esiin kirjan laskujen ja arkielämän välisen ristiriidan?</li> <li>Miksi puhut kilohinnan tärkeydestä?</li> <li>Miksi puutui jäätelön hinnan esitykseen: litra vain kg?</li> </ul> <i>Omenoiden hinnan laskeminen</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>Miten tilanne etenee? Miksi?</li> <li>Miksi otat omenoiden hintaesimerkin?</li> </ul> <i>Kirjan lasku taululle</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>Miten tilanne jatkuu? Miksi?</li> <li>Miksi otat kirjan laskun taululle?</li> <li>Miksi edelleen mainitsit, että jostain syystä kirjassa on tehtäviä, joissa kilohintaa ei ilmoiteta?</li> <li>Miksi mainitsit, että asia on vaikea jopa aikuiselle?</li> <li>Miksi asia on vaikea?</li> </ul> <i>Hinnan laskeminen, kun ostettava määrä on desimaaliluku</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>Miksi vertaat hinnan laskemista kokonaisiin kiloihin?</li> <li>Miksi kysyt, kuinka se voidaan nopeammin laskea?</li> <li>Miksi jaat oppilaille laskimet?</li> </ul>
C5.3	<b>Kirjan tehtävien tekeminen</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Miten tilanne jatkuu? Miksi?</li> <li>Mikä näiden tehtävien tekemisen tavoite on?</li> <li>Miksi jaot oppilaille laskimet?</li> <li>Miksi sanoit, että lauseke on tärkein?</li> <li>Miksi mainitsit, että haluat nähdä ainakin kolme lauseketta?</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>Mitä ajattelit seurattessasi oppilaiden työskentelyä?</li> <li>Mihin kiinnität huomiota oppilaiden toiminnassa? Miksi?</li> </ul> <p><i>Kirjan lasku taululle</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Miksi mainitset, että hankalalta näyttää?</li> <li>Mistä sen huomasit?</li> <li>Miksi otat laskun taululle?</li> </ul> <p><i>Kirjan merkitys matematiikassa</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Miksi otat kirjan käsittelemän aiheen, vaikka useasti toteat ihmetteleväsi asiaa?</li> <li>Mikä merkitys kirjalla on matematiikassa?</li> <li>Millä perusteella olet valinnut ko. kirjan?</li> </ul> <p><i>Koe</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Miksi viittaat kokeeseen ja siellä oleviin tehtäviin?</li> </ul> <p><i>Esimerkki taululle</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Miksi otat vielä uuden esimerkin taululle?</li> <li>Mikä sen tavoite oli?</li> </ul> <p><i>Oppilaiden työskentelyn arviointi ja heidän ohjaaminen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Kuinka oppilaat osasivat tehdä tehtäviä?</li> <li>Mistä sen huomaat?</li> <li>Millaiset tehtävät olivat oppilaille helppoja? Miksi?</li> <li>Millaisia ongelmia tai virheitä oppilailla oli?</li> <li>Mitä ajattelit oppilaiden ongelmista?</li> <li>Mistä ongelmat mielestäsi johtuvat? Miksi?</li> <li>Miten autoit heitä? Miksi?</li> <li>Onnistuitko auttamaan heitä? Mistä sen huomaat?</li> <li>Olisitko voinut toimia toisin? Miten? Miksi?</li> </ul>
<b>C5.4</b>	<p><b>Yleisesti kilohinnan laskeminen</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Miten tämä kilohinnan opettaminen mielestäsi meni?</li> <li>Etenikö tilanne siten, kuin olit ajatellut sen menevän?</li> <li>Jouduitko muuttamaan suunnitelmiasi/toimintaasi? Miksi?</li> <li>Mitkä asiat siinä olivat mielestäsi tärkeitä? Miksi?</li> </ul> <p><i>Oppilaiden ajattelu ja toiminta</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Mitä havainnoit oppilaiden toiminnassa? Miksi?</li> <li>Olivatko oppilaat mukana? Millä tavalla?</li> <li>Mistä sen näit/huomasit?</li> <li>Ymmärsivätkö oppilaat mielestäsi asian?</li> <li>Mitä oppilaat saivat tästä tilanteesta irti? Mistä huomaat? Miksi?</li> </ul> <p><i>Oma ajattelu ja toiminta</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Mitä ajattelet omasta toiminnastasi tässä tilanteessa?</li> <li>Mihin olet tyytyväinen? Miksi?</li> <li>Olisiko jotain voinut muuttaa? Miksi?</li> </ul>
<b>C5.5</b>	<p><b>Kotitehtävien anto</b></p> <p>–</p>

## Liite 9.1. Esimerkki videoaineistosta laaditusta lokitiedostosta.

JAKSO	OPITTUNTI	ajankohta	kesto	oppiainin aihe	EPISODI	klo	kesto	episodin sisältö
Opettaja: C Luokka: 6. lk Ajankohdat: 3.-14.10.2005	C1/9*	ma 3.10.2005 klo 13-14	0-43:27	Pituuden yksiköt	C1.0.8*	0:00:00	0:07:43	Kotitehtävien tarkistus (edellinen aihe)
					C1.1.8*	0:07:43	0:01:47	Missä tarvitaan mittauksia?
					C1.2.8*	0:09:30	0:04:25	Pituuden yksiköt: m → mm, suhdeluku 10
					C1.3.8*	0:13:55	0:05:05	Pituuden yksiköt: km ← m, lyhenteet
					C1.4.8*	0:19:00	0:02:00	Muunnostaulukon käyttö
					C1.5.8*	0:21:00	0:05:09	Kirjan tehtäviä I: Pituuden yksiköt
					C1.6.8*	0:26:09	0:06:31	Ympyrän kehän ja halkaisijan suhde
					C1.7.8*	0:32:40	0:09:27	Kirjan tehtäviä II: Pituuden yksiköt
					C1.8.8*	0:42:07	0:01:20	Kotitehtävien ante
	C2/9*	ti 4.10.2005 klo 12-13	0-41:38	Pituuden yksiköt	C2.1.7*	0:00:00	0:03:39	Pituuden yksiköt: m → mm, suhdeluku 10
					C2.2.7*	0:03:39	0:03:59	Pituuden yksiköt: km ← m, lyhenteet
					C2.3.7*	0:07:38	0:02:11	Muunnostaulukon käyttö
					C2.4.7*	0:09:49	0:06:59	Ympyrän kehän ja halkaisijan suhde
					C2.5.7*	0:16:39	0:21:03	Kirjan tehtäviä: pituuden yksiköt
					C2.6.7*	0:37:42	0:01:48	Kotitehtävien ante
					C2.7.7*	0:39:30	0:01:08	Maikan arviointi: Koululta hiihtomajalle
	C3/9	ke 5.10.2005 klo 10-11	0-43:07	Massan yksiköt	C3.1.7	0:00:00	0:05:26	Korkeuden arviointi: Pesipallon syöttö
					C3.2.7	0:05:26	0:12:54	Kotitehtävien tarkistus: pituuden yksiköt
					C3.3.7	0:18:20	0:03:20	Massan yksiköt: vertaaminen pituuden yksiköihin
					C3.4.7	0:21:40	0:07:18	Massan yksiköt: Nimitykset, lyhenteet kg → mg
					C3.5.7	0:28:58	0:08:00	Massan arviointi: Ruoka-ainepakkaukset
					C3.6.7	0:36:58	0:05:22	Kirjan tehtäviä: Massan yksiköt
					C3.7.7	0:42:20	0:00:47	Kotitehtävien ante
	C4/9 (jatkuu)	to 6.10.2005 klo 10-11	0-43:10	Tilavuuden yksiköt	C4.1.9	0:00:00	0:02:40	Tilavuuden mittaaminen
					C4.2.9	0:02:40	0:04:20	Tilavuuden yksiköt: Vertailu pituuden ja massan yksiköihin
					C4.3.9	0:07:00	0:02:20	Tilavuuden yksiköt: Lyhenteet
					C4.4.9	0:09:20	0:03:45	Kotitehtävien tarkistus: Massan yksiköt

jatkuu →

JAKSO	OPPIUNITTI	aiankohhta	kesto	opittuun aihe	EPISODEI	klo	kesto	episodin sisältö
SUHDE	C4/9 (jalkoa)			Hinnan laskeminen yksiökohtaan avulla	C4.5/9	0-13:05	0-04:59	Hinnan laskeminen kaupassa
					C4.6/9	0-18:04	0-06:28	Hinnan laskeminen yksiökohtaan avulla
					C4.7/9	0-24:52	0-05:58	Päässälaskuja: Hinnan laskeminen
					C4.8/9	0-30:30	0-11:45	Kirjan tehtävä I: Hinnan laskeminen yksiökohtaan avulla
					C4.9/9	0-42:15	0-00:55	Kotitehtävien aino
	C5/9	pe 7.10.2005 klo 12-13	0-48:16	Yksiökohtaan laskeminen	C5.1/9	0-00:00	0-08:54	Kotitehtävien tarkistus: Hinta yksiökohtaan avulla
					C5.2/9	0-08:54	0-06:37	Kotitehtävien tarkistus: Diagrammi
					C5.3/9	0-15:31	0-05:52	Hinta yksiökohtaan avulla, kun maassa ei ole tiskiloja
					C5.4/9	0-21:23	0-08:07	Yksiökohtaan laskeminen
					C5.5/9	0-29:30	0-05:03	Kirjan tehtävä I: Yksiökohtaan laskeminen, laskimen käyttö
HINNAN LASKEMINEN					C5.6/9	0-34:33	0-04:32	Yksiökohtaan laskeminen jatkua I
					C5.7/9	0-39:05	0-03:45	Kirjan tehtävä II: Yksiökohtaan laskeminen
					C5.8/9	0-42:50	0-04:40	Yksiökohtaan laskeminen jatkua II
	C6/9**	ma 10.10.2005 klo 13-14	0-39:59	Hinnalaskuja	C6.1/9**	0-47:30	0-00:46	Kotitehtävien aino
					C6.2/9**	0-00:00	0-07:20	Yksiökohtaan laskeminen
					C6.3/9**	0-07:20	0-26:55	Monisteen tehtävä I: Hinnalaskuja
					C6.4/9**	0-34:15	0-04:06	Uusi tapa laskea yksiökohtia
					C6.5/9**	0-38:21	0-00:49	Monisteen tehtävä II: Hinnalaskuja
					C6.6/9**	0-39:10	0-00:49	Kotitehtävien aino
	C7/9**	ti 11.10.2005 klo 12-13	0-37:03	Hinnalaskuja	C7.1/9**	0-00:00	0-19:01	Yksiökohtaan laskeminen
SUHDE					C7.2/9**	0-10:01	0-19:29	Monisteen tehtävä I: Hinnalaskuja
					C7.3/9**	0-29:30	0-04:28	Yksiökohtia ja hinnan laskeminen yksiökohtaan avulla
					C7.4/9**	0-33:58	0-01:58	Monisteen tehtävä II: Hinnalaskuja
					C7.5/9**	0-35:55	0-01:08	Kotitehtävien aino
	C8/9	to 13.10.2005 klo 10-11	0-43:39	Moniökohtaan* Kuninka suuri osa?	C8.1/7	0-00:00	0-02:50	Massojen suhteen laskeminen
					C8.2/7	0-02:50	0-07:30	Moniökohtaan*?
					C8.3/7	0-10:20	0-05:50	Kuninka suuri osa?
					C8.4/7	0-16:10	0-13:00	Kirjan tehtävä I: Moniökohtaan* Kuninka suuri osa?
					C8.5/7	0-29:10	0-02:05	Osan laskeminen
					C8.6/7	0-31:15	0-11:57	Kirjan tehtävä II: Moniökohtaan* Kuninka suuri osa?
SUHDE					C8.7/7	0-43:12	0-00:27	Kotitehtävien aino
					C9.1/9	0-00:00	0-04:55	Moniökohtaan*?
					C9.2/9	0-04:55	0-02:10	Suhde, suurempi : pienempi
					C9.3/9	0-07:05	0-01:25	Kuninka suuri osa?
					C9.4/9	0-08:30	0-03:03	Suhde, pienempi : suurempi
					C9.5/9	0-11:33	0-08:03	Mitakaava
					C9.6/9	0-19:36	0-09:34	Monisteen tehtävä opettajan johdolla I: Mitakaava
					C9.7/9	0-29:10	0-04:42	Monisteen tehtävä: Mitakaava
					C9.8/9	0-33:52	0-05:03	Monisteen tehtävä opettajan johdolla II: Mitakaava
	C9/9	pe 14.10.2005 klo 11-12	0-40:10	Suhde, mitakaava	C9.9/9	0-38:55	0-01:15	Kotitehtävien aino

\*) &amp; \*\*) laskutunti, opittuunella samaa sisältöä

**Liite 9.2.** Esimerkki videoaineistosta laaditusta tuntikuvauksesta.

<b>Opettaja:</b>	C	<b>Jakson aihe:</b>	Desimaalilukujen sovelluksia
<b>Luokka:</b>	6. lk	<b>Oppitunti:</b>	C5/9
<b>Ajankohta:</b>	pe 7.10.2005, klo 12-13	<b>Oppitunnin aihe:</b>	Yksikköhinnan laskeminen
		<b>Oppitunnin kesto:</b>	00:48:16

Episodi	Klo	Kesto	EPISODIKUVAUS
C5.1/9	00:00:00	00:08:54	<b>Kotitehtävien tarkistus: Hinnan laskeminen yksikköhinnan avulla</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Opettaja pyytää oppilaita ottamaan matematiikan kirjat esille ja laittaa piirtoheittimelle näkyviin kotitehtävien mekaanisten laskujen vastaukset. Vapaaehtoiset oppilaat käyvät laskemassa sanalliset kotitehtävät taululle.</li> <li>Opettaja pyytää oppilaita tarkistamaan kotitehtävät piirtoheittimeltä ja taululta. Hän muistuttaa oppilaita myös pohtimaan, mikä mahdollisesti väärin lasketussa tehtävässä oli virheenä.</li> <li>Opettaja kiertää luokassa katsomassa oppilaiden kotitehtäviä.</li> <li>Opettaja kysyy, onko jollain jotain kysyttävää, huomautettavaa tai täydennettävää, johonkin laskuun.</li> <li>Opettaja puuttuu Hennan mainitsemaan laskuun <math>[2 \times (1,47 \text{ €} : 3)]</math>, käy sen läpi ja toteaa laskun olevan oikein.</li> <li>Opettaja kysyy vielä, onko joku laskenut tehtävän jotenkin toisin. Hän kirjoittaa itse taululle toisen tavan laskea tehtävän <math>[1,47 \text{ €} : 1,5 \text{ l}]</math> ja pyytää oppilaita ratkaisemaan tehtävän taskulaskimella. Opettaja kysyy, mitä oppilaat huomaavat laskuista ja toteaa, että näin vastaus saadaan yhdellä laskutoimituksella, muttei välttämättä helpommin, jos ei ole käytössä taskulaskinta. Hän toteaa myös, että tässä päästään asiassa eteenpäin, yksikköhinnan laskemiseen.</li> </ul>
C5.2/9	00:08:54	00:06:37	<b>Kotitehtävien tarkistus: Diagrammi</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Opettaja laittaa piirtoheittimelle näkyviin kotitehtävän, jossa piti piirtää hampunaimen kasvua kuvaava graafinen esitys.</li> <li>Opettaja kysyy oppilailta taimen pituuksia ja merkitsee ne näkyvisä olevaan koordinaatistoon. Lopuksi hän yhdistää koordinaatistoon merkityt pisteet, jotta syntyy hampunaimen kasvukäyrää kuvasta diagrammi.</li> <li>Opettaja kysyy oppilailta, mikä diagrammin tehtävässä on kyseessä sekä mitä muita diagrammeja on olemassa. Hän jatkaa kysymällä, missä muissa oppiaineissa kuin matematiikassa diagrammeja tarvitaan.</li> </ul>
C5.3/9	00:15:31	00:05:52	<b>Hinnan laskeminen yksikköhinnan avulla, kun massa ei ole tasakiloja</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Opettaja kirjoittaa taululle 3,20 €/kg ja kysyy, kuinka merkintä luetaan ja toteaa, että kaupassa kauppias on velvollinen ilmoittamaan nämä hinnat. Hän kysyy oppilailta, miksi on hyvä, että kilohinta täytyy ilmoittaa asiakkaalle.</li> <li>Opettaja kysyy ensin, kuinka paljon 3 kg omenoita maksaa, jos kilohinta on 3,20 €/kg. Hän jatkaa mainitsemalla, että harvoin pusiin kuitenkaan sattuu tasakiloja ja kysyy, kuinka voidaan selvittää omenapussin hinta, joka painaa 2174 g. Opettaja käy oppilailta kysellen läpi, että ensin massa täytyy muuttaa samaksi laaduksi ja suorittaa sitten kertolasku <math>2,174 \text{ kg} \times 3,20 \text{ €/kg}</math>.</li> <li>Opettaja toteaa, että kaupassa emme tätä itse laske ja kysyy oppilailta, kuinka se kaupassa tapahtuu.</li> </ul>
C5.4/9	00:21:23	00:08:07	<b>Yksikköhinnan laskeminen</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Opettaja pyytää oppilaita ottamaan matematiikan kirjat esille ja toteaa, että kirjassa jostain syystä halutaan opettaa laskemaan tietyn määrän hinta ilman kilohintaa. Hän pyytää oppilaita seuraamaan tarkasti, koska asia on vaikea.</li> </ul>

jatkuu →

→ jatkoa edelliseltä sivulta

			<ul style="list-style-type: none"> <li>Opettaja kirjoittaa kirjan esimerkkitehtävän taululle, jossa 0,3 kg juustopala maksaa 2,79 € ja tehtävänä on laskea, kuinka paljon 1,10 kg samaa juustoa maksaa. Oppilailta kysellen opettaja käy tehtävää vaihe vaiheelta läpi. Asia ei ole oppilaille aivan helppo, joten opettaja pyytää heitä katsomaan asiaa myös kirjan aukeaman keltaisesta laatikosta. Ensin lasketaan yhden kilon hinta 2,79 € : 0,3 kg. Opettaja kehottaa laventamaan, jotta laskeminen päässä onnistuu. Seuraavaksi lasketaan 1,10 kg:n hinta. Oppilaat eivät osaa viedä tehtävää eteenpäin, joten opettaja vertaa laskua 5 kg ja 2 kg hinnan selvittämiseen. Opettaja mainitsee, että he antavat desimaaliluvun hämätä ajatuksia. Lopuksi Henna sanoo oikean laskun 1,10 kg x 9,30 €/kg.</li> <li>Opettaja kysyy oppilaita, miten kertolasku voidaan laskea nopeammin ja jakaa oppilaille taskulaskimet.</li> </ul>
C5.5/9	00:29:30	00:05:03	<p><b>Kirjan tehtäviä: yksikköhinnan laskeminen, laskimen käyttö</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Oppilaat ryhtyvät laskemaan kirjan tehtäviä. Opettaja toteaa, että voi laskea joko laskimella tai allekkain, mutta pääasiana on saada ensin muodostettua lauseke. Hän sanoo haluavansa nähdä ainakin kolmen lausekkeen tekemisen ja mahdollisesti niiden laskemisen laskimella, jotta näkee ovatko oppilaat ymmärtäneet asian.</li> <li>Opettaja kertoo, kuinka hinta lasketaan: yksikköhinnan selvittämisen, hinta jaettuna määrällä, ja sitten ko. määrä kerrotaan yksikköhinnalla. Hän toteaa, että tehtävä on aika hankala.</li> <li>Henna: <b>Kilohinnan laskeminen kertomalla vai jakamalla</b> Henna kysyy opettaja apua tehtävässä ja kysyy, onko hän laskenut oikein.</li> <li>Opettaja kehottaa oppilaita tekemään ensimmäiseen tehtävään 114 lausekkeen.</li> <li>Rami: <b>Lausekkeen merkitseminen</b> Opettaja huomauttaa puuttuvasta lausekkeesta.</li> <li>Eeti: <b>Laskutapa, lausekkeen merkitseminen</b> Opettaja kysyy, kuinka Eeti laskenut kilohinnan</li> <li>Opettaja muistuttaa lausekkeen kirjoittamisesta näkyviin ja sen jälkeen lasketaan laskimella.</li> <li>Mikko: <b>Tehtävien tarkistaminen</b> Opettaja tarkistaa oppilaan tekemiä tehtäviä ja kysyy tarkentavia kysymyksiä.</li> </ul>
C5.6/9	00:34:33	00:04:32	<p><b>Yksikköhinnan laskeminen, jatkoa I</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Opettaja toteaa, että tehtävien teko näyttää olevan aika hankalaa. Hän käy kirjan ensimmäisen tehtävän taululla läpi oppilailta kysellen. Tehtävässä 0,4 kg siemeniä maksaa 0,80 € ja tehtävänä on selvittää 1 kg ja 0,6 kg hinta. Tehtävä on oppilaille hankala ja opettaja vertaa tehtävää vastaavaan laskuun, jossa luvut ovat kokonaislukuja: Kolme lakupötköä maksaa 80 senttiä. Kuinka lasketaan yhden lakupötkön hinta?</li> <li>Opettaja toteaa, että asiaa on varmaan hankala tajuta eikä hän tiedä, miksi kirjantekijä haluaa tällaista asiaa opettaa, että ensin lasketaan kilohinta ja sitä kautta tietyn määrän hinta.</li> <li>Opettaja jatkaa kirjan laskun esimerkkitehtävän laskemista loppuun ja kertoo vielä koko laskun vaiheet läpi: ensin jaetaan, sitten kerrotaan</li> <li>Opettaja sanoo, ettei hän usko, että tällaisia laskuja tulee kokeeseen.</li> </ul>
C5.7/9	00:39:05	00:03:45	<p><b>Kirjan tehtävät jatkuvat: yksikköhinnan laskeminen</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Oppilaat jatkavat kirjan tehtävien tekemistä ja opettaja kiertää seuraamassa ja neuvomassa heidän työskentelyään.</li> <li>Essi: <b>Desimaalilukujen laventaminen jakolaskun helpottamiseksi</b> Essi kysyy neuvoa laskun eri vaiheista. Opettaja käy läpi laskun vaiheita. Essi kysyy vielä, kannattaako laventaa jakolaskussa.</li> <li>Opettaja sanoo kaikille oppilaille, että jakolaskussa kannattaa laventaa, jotta laskeminen helpottuu.</li> </ul>

jatkuu →



→ jatkoa edelliseltä sivulta

			<ul style="list-style-type: none"> <li>Opettaja kysyy oppilailta, kuka ei ole vielä päässyt alkuun tehtävissään. Juuso viittaa.</li> <li>Juuso: <b>Kilohinnan laskeminen, laventaminen</b> Opettaja menee auttamaan Juuso. Hän käy oppilaan kanssa tehtävän vaihe vaiheelta läpi.</li> </ul>
C5.8/9	00:42:50	00:04:40	<b>Yksikköhinnan laskeminen, jatkoa II</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Opettaja sanoo yrittävänsä vielä selvittää asiaa taululla.</li> <li>Opettaja käy läpi taululla esimerkkitehtävää vaihe vaiheelta oppilailta kysellen. Tehtävässä 3 kg maksaa 15,50 €. Hän kehottaa oppilaita laskemaan laskun laskimella. Opettaja jatkaa, jos määränä olisi sikin 0,6 kg ja toteaa, että lasku lasketaan samalla tavalla.</li> <li>Opettaja toteaa, että oppilaita hämää se, että jakajaksi tulee desimaaliluku.</li> </ul>
C5.9/9	00:47:30	00:00:46	<b>Kotitehtävien anto</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Opettaja antaa kotitehtäväksi kirjan tehtäviä, joissa kymmenestä tehtävästä oppilas saa valita viisi. Opettaja kehottaa oppilaita katsomaan myös kirjan keltaista laatikkoa ja selvittämään laskut sen avulla.</li> </ul>
	00:48:16		<b>Tunti loppuu</b>

### Liite 9.3. Esimerkki videoaineiston teorialähtöisen sisällönanalyysin tuottamasta tuntiprofiilista.

**Opettaja:** C  
**Luokka:** 6. lk  
**Ajan kohta:** pe 7.10.2005, klo 12-13

**Jakson aihe:**  
**Oppiunti:**  
**Oppiainin aihe:**

Desimaalilukujen sovelluksia: mitetyksikkömuunnokset, ihmän laskeminen, subde  
 C5/9  
 Yksikköihinan laskeminen

Klo	ARA	SISÄLTÖ	TAVOITE	valhe	OPETUS- JA OPISKELUOHJAN ORGANISOINTI	Yläkenttä	YASIA	VIOROVAIKUTUS
0:00:00	0:08:54	episodin alku	sisältö	arvioiti	lähtökohta	konkreetti	prosessi	Yläkenttä
	C5.1/9	Kotitehtävien tarkistus: ihmän laskeminen yksikköihinan avulla	työohjeistus ajatuksella merkitys	arvioiti	aiemmin opittiin	työohjeistus ajatuksella merkitys	arvioiti	työohjeistus ajatuksella merkitys
0:08:54	0:06:37	C5.2/9 Kotitehtävien tarkistus: graafinen esitys, diagrammi	sisältö merkitys	arvioiti	aiemmin opittiin	työohjeistus ajatuksella merkitys	arvioiti	työohjeistus ajatuksella merkitys
0:15:31	0:05:52	C5.3/9 Ihman laskeminen yksikköihinan avulla, kun massa ei ole tasakiloja	sisältö työohjeistus ajatuksella merkitys	uuden opetus	arkkiväline	työohjeistus ajatuksella merkitys	arvioiti	työohjeistus ajatuksella merkitys
0:21:23	0:08:07	C5.4/9 Yksikköihinan laskeminen	sisältö työohjeistus ajatuksella merkitys	uuden opetus	suoran asian	työohjeistus ajatuksella merkitys	arvioiti	työohjeistus ajatuksella merkitys
0:29:30	0:05:03	C5.5/9 Kirjan tehtäviä I: yksikköihina, laskimet	sisältö työohjeistus ajatuksella merkitys	uuden opetus	suoran asian	työohjeistus ajatuksella merkitys	arvioiti	työohjeistus ajatuksella merkitys
0:34:33	0:04:32	C5.6/9 Yksikköihinan laskeminen jatkuvu I	sisältö työohjeistus ajatuksella merkitys	uuden opetus	suoran asian	työohjeistus ajatuksella merkitys	arvioiti	työohjeistus ajatuksella merkitys
0:39:05	0:03:45	C5.7/9 Kirjan tehtäviä II: yksikköihina	sisältö työohjeistus ajatuksella merkitys	uuden opetus	suoran asian	työohjeistus ajatuksella merkitys	arvioiti	työohjeistus ajatuksella merkitys
0:42:50	0:04:40	C5.8/9 Yksikköihinan laskeminen jatkuvu II	sisältö työohjeistus ajatuksella merkitys	uuden opetus	suoran asian	työohjeistus ajatuksella merkitys	arvioiti	työohjeistus ajatuksella merkitys
0:47:30	0:00:46	C5.9/9 Kotitehtävien auto	sisältö työohjeistus ajatuksella merkitys	uuden opetus	suoran asian	työohjeistus ajatuksella merkitys	arvioiti	työohjeistus ajatuksella merkitys
0:48:16		Tunti loppuu						

## Liite 9.4. Esimerkki videoaineiston kvantifioinnista.

Opettaja: C      Jakson aihe: Desimaalilukujen sovellukset  
 Luokka: 6. lk      Jakson kesto: 9 oppituntia, 66 episodia, 370 min

DIDAKTISET TEKIJÄT		OPPITUNNIT									kesto		episodit	
TAVOITTEET		C1/9*	C2/9*	C3/9	C4/9	C5/9	C6/9**	C7/9**	C8/9	C9/9	min	%	kpl	%
Sisällöt Kognit.	tiedot, taidot	33	41	43	40	48	40	36	44	40	365	99	64	100
	tiedonkäsit.	9	15	4	4	32	11	14	9	13	111	30	20	30
	ajattelu	9	28	13	16	32	11	14	15	5	143	39	20	30
	merkitys	2	1	13	20	24	0	0	0	18	78	21	13	20
Sos.aff.	opisk.sos.	14	32	9	12	10	28	21	25	5	156	42	17	26
	henk.kasvu	6	23	19	13	10	28	11	1	1	112	30	17	26
Tavoit. yhdist.	sisällöt	33	41	43	40	48	40	36	44	40	365	99	64	100
	kognit.tav.	20	37	30	42	38	11	14	18	28	238	64	39	59
	sos.aff.tav.	15	34	23	13	19	28	30	26	6	194	52	27	41
ORGANISOINTI		C1/9*	C2/9*	C3/9	C4/9	C5/9	C6/9**	C7/9**	C8/9	C9/9	min	%	kpl	%
Opet. vaihe	johdattelu	2	4	4	8	0	0	0	3	0	21	6	6	9
	uud.opetus	0	0	0	6	14	4	0	13	5	42	11	8	12
	kertaus	18	13	7	6	9	7	14	2	6	82	22	18	27
	harjoittelu	15	23	6	19	10	29	22	26	21	171	46	26	39
	soveltam.	0	1	13	0	0	0	0	0	8	22	6	4	6
	arviointi	0	0	13	4	15	0	0	0	0	32	9	4	6
Lähtö- kohta (kpl, ei harj.)	enn.käsit.	1	0	0	1	0	0	0	0	0	-	-	2	5
	arkiel.tilant.	0	2	3	3	1	0	0	0	1	-	-	10	25
	aiem.opis.	3	2	4	4	4	1	0	1	4	-	-	23	58
	tavoitteet	1	0	0	0	0	0	0	1	0	-	-	2	5
	ong.kesk.	0	2	1	0	0	0	0	1	0	-	-	4	10
	toiminnal.	0	2	1	1	0	0	0	0	0	-	-	4	10
Konteksti	suoraan as.	1	1	0	0	1	1	2	2	0	-	-	8	20
	todel.tilant.	17	31	39	37	43	33	26	33	29	288	78	46	70
	välineet	4	4	4	4	0	0	0	9	0	25	7	6	9
	symbolit	14	6	0	2	5	7	10	2	11	57	15	14	21
	havainnol.	20	17	24	9	41	0	0	9	8	128	35	26	39
Matem. prosessit	käsit.määr.	18	15	7	9	0	0	0	16	19	84	23	19	29
	käsit.suhteet	16	15	19	9	23	40	36	6	13	177	48	30	45
	vastaus	15	23	6	4	0	0	0	3	0	51	14	8	12
	ratkaisutapa	24	33	19	29	48	40	36	39	27	295	80	48	73
	perustelem.	14	28	21	28	18	35	31	25	28	228	62	25	38
	ong.ratkaisu	0	7	0	0	0	0	0	0	0	7	2	1	2
	mallintamin.	0	1	13	26	12	0	0	0	23	75	20	12	18
	kommunik.	19	25	33	25	30	35	35	34	24	260	70	35	53
VUOROVAIKUTUS		C1/9*	C2/9*	C3/9	C4/9	C5/9	C6/9**	C7/9**	C8/9	C9/9	min	%	kpl	%
Vastuu	opettajakesk	18	6	15	21	23	11	14	15	34	157	42	31	47
	yhteistoim.	2	1	18	9	15	0	0	3	0	48	13	9	14
	oppilakesk.	15	34	10	13	10	29	22	26	6	165	45	26	39
Aktiivi- suus	opettaja	2	2	0	3	0	4	0	0	2	13	3	5	8
	luokka	18	5	33	27	38	7	14	18	32	192	52	32	48
	ryhmä	0	11	4	0	0	0	0	0	0	15	4	3	5
	oppilaspari	14	21	5	12	9	28	21	25	5	140	38	14	21
Työ- muoto	oppilas	1	2	1	1	1	1	1	1	1	10	3	12	18
	esittävä opet.	2	2	0	3	0	4	0	0	2	13	3	5	7
	vuorov.opet.	18	5	33	27	38	7	14	18	32	192	52	35	53
Vuorov. yhdist.	teht.ant.opet.	15	34	10	13	10	29	22	26	6	165	45	26	39
	opek/eso/op	2	2	0	3	0	4	0	0	2	13	4	5	8
	opek/vvo/lk	16	4	15	18	22	7	14	15	32	143	39	26	39
	yht/vvo/lk	2	1	5	5	6	0	0	3	0	22	6	6	9
	yht/tao/opp	0	0	13	4	9	0	0	0	0	26	7	3	5
	oppk/tao/ryh	0	11	4	0	0	0	0	0	0	15	4	3	5
	oppk/tao/par	14	21	5	12	9	28	21	25	5	140	38	14	21
	oppk/tao/opp	1	2	1	1	1	1	1	1	1	10	3	9	13

\*) &amp; \*\*) jakotunti, tunneilla sama sisältö

# Liite 9.5. Toiminnan piirteiden erojen merkitsevyydestä $\chi^2$ -testillä.

DIDAKTISET TEKIJÄT		Toiminnan piirre		% (min, kpl)			χ²			
		A	B	C	A vs. B	B vs. C	C vs. A			
TAVOITTEET	Sisällöt	sisällöt	93	92	99	0,072	5,701*	4,688*		
	Kognitiiviset	tiedonkäsitys	47	33	30	4,083*	0,209	6,103*		
		ajattelu	25	67	39	35,507***	15,737***	4,504*		
		merkitys	37	11	21	18,531***	3,720	6,217*		
	Sosiaalis- affektiiviset	opisk. sos.taidot	57	74	42	6,395*	21,018***	4,500*		
		henkinen kasvu	59	82	30	12,718***	54,870***	17,026***		
	Tavoitteiden yhdistelmät	sisällöt	93	92	99	0,072	5,701*	4,688*		
		kognitiiviset	72	78	64	0,960	4,760*	1,471		
		sos.affektiiviset	73	87	52	6,125*	28,895***	9,408**		
	ORGANISOINTI	Opetuksellinen vaihe	johdattelu	12	10	6	0,204	1,087	2,198	
uuden opetus			13	9	11	0,817	0,222	0,189		
kertaus			5	15	22	5,556*	1,625	12,374***		
herjoittelu			48	28	46	8,489**	6,950**	0,080		
soveltaminen			12	19	6	1,871	7,726**	2,198		
arviointi			9	19	9	4,153*	4,153*	0,000		
Lähtökohta (kpl)		enn.käsitykset	8	6	5	0,307	1,047	2,405		
		arkiel.tilanteet	27	14	25	5,185*	3,854*	0,104		
		aiem. opiskeltu	46	51	58	0,500	0,988	2,885		
		tavoitteet	8	17	5	3,703	7,354**	0,740		
	ongelmakesk.	16	29	10	4,846*	11,499**	1,592			
	toiminnallisuus	22	23	10	0,029	6,133*	5,357*			
	suoraan asiaan	8	14	20	1,839	1,276	5,980*			
	Konteksti	todelliset tilant.	51	35	78	5,222*	37,161***	15,919***		
välineet		32	20	7	3,742	7,236**	19,908***			
symbolit		17	45	15	18,326***	21,429***	0,149			
havainnollist.		52	39	35	3,408	0,343	5,879*			
Matemaattiset prosessit	käsitteenmäärit.	31	9	23	15,125***	7,292**	1,624			
	käsitteiden suht.	14	15	48	0,040	25,235***	27,022***			
	pelkkä vastaus	33	16	14	7,812**	0,157	10,040**			
	ratkaisutapa	48	68	80	8,210**	3,742	22,222***			
	perusteellinen	35	59	62	11,562***	0,188	14,593***			
	ongelmanratk.	20	31	2	3,185	30,521***	16,547***			
	mallintaminen	25	28	20	0,231	1,754	0,717			
VUOROVAIKUTUS	Vastuu	kommunikointi	73	86	70	5,185*	7,459**	0,221		
		opettajakesk.	21	26	42	0,695	5,704*	10,219***		
		yhteistoiminnal.	17	15	13	0,149	0,166	0,627		
	Aktiivisuus	opettajakesk.	62	59	45	0,190	4,511*	6,522**		
		opettaja	4	3	3	0,148	0,148	0,000		
		luokka	32	39	52	1,070	3,408	8,210**		
		ryhmä	0	7	4	7,254**	0,866	4,082		
		oppilaspari	52	20	38	22,222***	7,868**	3,960*		
	Työmuoto	oppilas	12	31	3	12,055***	27,782***	4,916*		
		esittävä opetus	4	3	3	0,148	0,148	0,000		
vuorovaik.opet.		26	36	52	2,338	5,195**	14,208***			
teht.antava opet.		70	61	45	1,792	5,138*	12,788***			
opek/eso/ope		4	3	3	0,148	0,000	0,148			
opek/vvo/lk		16	18	39	0,142	10,821**	13,266***			
opek/vvo/opp		0	1	0	1,005	1,005	0,000			
opek/tao/lk		1	4	0	1,846	4,082*	1,005			
yhtt/vvo/lk		9	8	6	0,062	0,307	0,649			
yhtt/vvo/pari		1	0	0	1,005	0,000	1,005			
yhtt/vvo/opp		0	0	7	0,000	7,254**	7,254**			
yhtt/tao/opp		7	6	0	0,082	6,186*	7,254**			
VUOROVAIKUTUS	Vuoro- vaikutuksen yhdistelmät	oppk/vvo/lk	0	2	0	2,020	2,020	0,000		
		oppk/vvo/ryhmä	0	7	0	7,254**	7,254	0,000		
		oppk/tao/ryhmä	0	0	4	0,000	4,082*	4,082*		
		oppk/tao/pari	44	20	38	13,235***	7,868**	0,744		
		oppk/tao/opp	18	31	3	4,568*	27,782***	11,971***		

\*) tilastollisesti melkein merkitsevä ero (df= 1, p=0,05)

\*\*) tilastollisesti merkitsevä ero (df= 1, p=0,01)

\*\*\*) tilastollisesti erittäin merkitsevä ero (df= 1, p=0,001)

## Liite 10.1a. Didaktiset tekijät pedagogisessa toiminnassa, Opettaja A.

DIDAKTISET TEKIJÄT		Toiminnan piirteet		KESTO**		EPISODIT**	
				min	%	kpl	%
TAVOITTEET	Sisällöt*	1. sisällöt ja toimintatavat		488	93	-	-
	Kognitiiviset tavoitteet*	2. henkinen kasvu		309	59	-	-
	Sosiaalis-affektiiviset tavoitteet*	3. opiskelu- ja sosiaaliset taidot		298	57	-	-
		4. matemaattinen tiedonkäsitys		245	47	-	-
		5. matematiikan merkitys		193	37	-	-
		6. matemaattinen ajattelu		130	25	-	-
OPETUS- JA OPISKELUTOIMINNAN ORGANISOINTI	Tavoitteiden yhdistelmät*	1. sisällöt ja toimintatavat		488	93	-	-
		2. sosiaalis-affektiiviset tavoitteet		385	73	-	-
		3. kognitiiviset tavoitteet		380	72	-	-
	Opetuksellinen vaihe	1. harjoittelu		253	48	-	-
		2. uuden opetus		71	13	-	-
		3. soveltaminen		65	12	-	-
		johdattelu		63	12	-	-
		4. arviointi		46	9	-	-
		5. kertaus		28	5	-	-
	Lähtökohta* (ei harjoittellessa)	1. aiemmin opiskeltu		-	-	17	46
		2. arkielämän tilanteet		-	-	10	27
		3. toiminnallisuus		-	-	8	22
VUOROVAIKUTUS		4. ongelma-keskeisyys		-	-	6	16
		5. ennakkokäsitykset		-	-	3	8
		tavoitteet		-	-	3	8
		suoraan asiaan		-	-	3	8
	Konteksti	1. todelliset tilanteet		269	51	-	-
		2. välineillä operointi		167	32	-	-
		3. symboleilla operointi		90	17	-	-
		havainnollistaminen		275	52	-	-
	Matemaattiset prosessit*	1. kommunikointi		384	73	-	-
		2. tietty ratkaisutapa		253	48	-	-
		3. perusteleminen		184	35	-	-
		4. pelkkä vastaus		174	33	-	-
VUOROVAIKUTUS		5. käsitteenmäärittely		163	31	-	-
		6. mallintaminen		130	25	-	-
		7. ongelmanratkaisu		107	20	-	-
		8. käsitteiden suhteet		75	14	-	-
	Vastuu	1. oppilaskeskeinen		329	63	-	-
		2. opettajakeskeinen		109	21	-	-
		3. yhteistoiminnallinen		88	17	-	-
	Aktiivisuus	1. oppilaspari		273	52	-	-
		2. luokka		170	32	-	-
		3. oppilas		60	11	-	-
		4. opettaja		23	4	-	-
		5. ryhmä		0	0	-	-
VUOROVAIKUTUS	Työmuoto	1. tehtäviä antava opetus		366	70	-	-
		2. vuorovaikutteinen opetus		137	26	-	-
		3. esittävä opetus		23	4	-	-
	Vuorovaikutuksen yhdistelmät	1. oppk/tao/pari		234	44	-	-
		2. oppk/tao/opp		93	18	-	-
		3. oppk/vvo/lk		85	16	-	-
		4. yhtt/vvo/lk		49	9	-	-
		5. yhtt/tao/lk		35	7	-	-
		6. oppk/eso/ope		23	4	-	-
		7. yhtt/vvo/pari		4	1	-	-
		opek/tao/lk		2	1	-	-

\*) päällekkäinen luokittelu, vertailu suoritettu prosenttiosuukien sijaan ajan (min) perusteella

\*\*) opetus-opiskelu-oppimisprosessin kesto yhteensä 526 min, episodeja yhteensä 61 kpl

## Liite 10.1b. Didaktiset tekijät tunnin opetuksellisissa vaiheissa, Opettaja A.

DIDAKTISET TEKIJÄT		Toiminnan piirre	JOHD. yht. 9 epis. epis. %		UUD. OP. yht. 9 epis. epis. %		KERT. yht. 8 epis. epis. %		HARJ. yht. 24 epis. epis. %		SOV. yht. 4 epis. epis. %		ARV. yht. 7 epis. epis. %	
TAVOITTEET	Sisällöt	sisällöt*	5/9	56	9/9	100	8/8	100	24/24	100	4/4	100	6/7	86
	Kognitiiviset	tiedonkäsitys*	4/9	44	6/9	67	2/8	25	6/24	25	1/4	25	3/7	43
		ajattelu	2/9	22	3/9	33	-	-	2/24	8	3/4	75	-	-
		merkitys*	4/9	44	3/9	33	1/8	13	4/24	17	4/4	100	3/7	43
	Sosiaalis- affektiiviset	opisk. sos.taidot	3/9	33	-	-	-	-	12/24	50	2/4	50	3/7	43
		henkinen kasvu*	2/9	22	3/9	33	1/8	13	18/24	75	2/4	50	7/7	100
	Tavoitteiden yhdistelmät	sisällöt*	5/9	56	9/9	100	8/8	100	24/24	100	4/4	100	6/7	86
		kognitiiviset*	6/9	67	8/9	89	2/8	25	10/24	42	4/4	100	3/7	43
		sos.affektiiviset*	5/9	56	2/9	22	1/8	13	21/24	88	3/4	75	7/7	100
	ORGANISOINTI	Lähtökohta (kpl)	enn.käsitukset	-	-	-	-	-	-	/	-	-	-	3/7
arkiel.tilanteet			4/9	44	2/9	22	1/8	13	-		3/4	75	-	-
aiem. opiskeltu			1/9	11	4/9	44	8/8	100	-		-	-	4/7	57
tavoitteet			3/9	33	-	-	-	-	-		-	-	-	-
ongelmakesk.			2/9	22	1/9	11	-	-	-		3/4	75	-	-
toiminnallisuus			3/9	33	4/9	44	-	-	-		1/4	25	-	-
Konteksti		suoraan asiaan	1/9	11	1/9	11	-	-	-	-	-	-	1/7	14
		todelliset tilant.	7/9	78	2/9	22	-	-	13/24	54	4/4	100	4/7	57
		välineet	-	-	5/9	56	6/8	75	4/24	17	-	-	-	-
		symbolit	2/9	22	2/9	22	2/8	25	7/24	29	-	-	3/7	43
Matemaattiset prosessit		havainnollist.	2/9	22	7/9	78	6/8	75	8/24	33	2/4	50	-	-
		käsitteenmäärit.	4/9	44	2/9	22	2/8	25	4/24	17	-	-	6/7	86
		käsitteiden suht.	-	-	5/9	56	5/8	63	-	-	-	-	1/7	14
		pelkkä vastaus	2/9	22	1/9	11	4/8	50	13/24	54	-	-	1/7	14
		ratkaisutapa	-	-	4/9	44	2/8	25	17/24	71	3/4	75	2/7	29
		perusteleminen	2/9	22	1/9	11	1/8	13	5/24	21	2/4	50	-	-
		ongelmanratk.	2/9	22	1/9	11	-	-	1/24	4	3/4	75	-	-
		mallintaminen	2/9	22	2/9	22	-	-	2/24	8	2/4	50	3/7	43
Vastuu		kommunikointi*	3/9	33	9/9	100	5/8	63	13/24	54	1/4	25	2/7	29
		opettajakesk.	5/9	56	4/9	44	8/8	100	4/24	17	-	-	1/7	14
	yhteistoiminnal.	4/9	44	4/9	44	-	-	-	-	2/4	50	1/7	14	
	oppilaskesk.	-	-	1/9	11	-	-	20/24	83	2/4	50	5/7	72	
	opettaja	3/9	33	-	-	-	-	-	-	-	-	1/7	14	
	luokka	6/9	67	8/9	89	8/8	100	4/24	17	2/4	50	-	-	
Aktiivisuus	ryhmä	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
	oppilaspari	-	-	1/9	11	-	-	11/24	46	2/4	50	1/7	14	
	oppilas	-	-	-	-	-	-	9/24	37	-	-	5/7	72	
	esittävä opetus	3/9	33	-	-	-	-	-	-	-	-	1/7	14	
	vuorovaik.opet.*	2/9	23	6/9	67	8/8	100	4/24	17	2/4	50	1/7	14	
	teht. antava opet.	4/9	44	3/9	33	-	-	20/24	83	2/4	50	5/7	72	
VUOROVAIKUTUS	Vuoro- vaikutuksen yhdistelmät	opek/eso/ope	3/9	34	-	-	-	-	-	-	-	-	1/7	14
		opek/vvo/lk	-	-	4/9	45	8/8	100	4/24	17	-	-	-	-
		opek/tao/lk	2/9	22	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
		yhtt/vvo/pari	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1/7	14
		yhtt/vvo/lk	2/9	22	2/9	22	-	-	-	-	2/4	50	-	-
		yhtt/tao/lk	2/9	22	2/9	22	-	-	-	-	-	-	-	-
		opkp/tao/pari	-	-	1/9	11	-	-	11/24	46	2/4	50	-	-
		opkp/tao/opp	-	-	-	-	-	-	9/24	37	-	-	5/7	72
		opek/tao/opp	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
		opek/tao/opp	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

\*) toiminnan piirre esiintyy kaikissa opittuina sisältöissä opetuksellisissa vaiheissa

## Liite 10.2a. Didaktiset tekijät pedagogisessa toiminnassa, Opettaja B.

DIDAKTISET TEKIJÄT		Toiminnan piirteet		KESTO**		EPISODIT**	
				min	%	kpl	%
TAVOITTEET	Sisällöt*	1. sisällöt ja toimintatavat		335	92	-	-
	Kognitiiviset tavoitteet*	2. henkinen kasvu		299	82	-	-
	Sosiaalis-affektiiviset tavoitteet*	3. opiskelu- ja sosiaaliset taidot		270	74	-	-
		4. matemaattinen ajattelu		246	67	-	-
		5. matemaattinen tiedonkäsitys		119	33	-	-
		6. matematiikan merkitys		41	11	-	-
Opetus- ja opiskelutoiminnan organisointi	Tavoitteiden yhdistelmät*	1. sisällöt ja toimintatavat		335	92	-	-
		2. sosiaalis-affektiiviset tavoitteet		320	87	-	-
		3. kognitiiviset tavoitteet		285	78	-	-
	Opetuksellinen vaihe	1. harjoittelu		102	28	-	-
		2. soveltaminen		69	19	-	-
		arviointi		69	19	-	-
		3. kertaus		56	15	-	-
		4. johdattelu		37	10	-	-
		5. uuden opetus		33	9	-	-
	Lähtökohta* (ei harjoittellessa)	1. aiemmin opiskeltu		-	-	18	51
		2. ongelmakeskeisyys		-	-	10	29
		3. toiminnallisuus		-	-	8	23
		4. tavoitteet		-	-	6	17
		5. arkielämän tilanteet		-	-	5	14
		suoraan asiaan		-	-	5	14
		6. ennakkokäsitykset		-	-	2	6
	Konteksti	1. symboleilla operointi		164	45	-	-
		2. todelliset tilanteet		127	35	-	-
		3. välineillä operointi		75	20	-	-
		havainnollistaminen		144	39	-	-
	Matemaattiset prosessit*	1. kommunikointi		313	86	-	-
		2. tietty ratkaisutapa		248	68	-	-
		3. perusteleminen		215	59	-	-
		4. ongelmanratkaisu		115	31	-	-
		5. mallintaminen		104	28	-	-
		6. pelkkä vastaus		57	16	-	-
		7. käsitteiden suhteet		54	15	-	-
		8. käsitteenmäärittely		34	9	-	-
VUOROVAIKUTUS	Vastuu	1. oppilaskeskeinen		218	60	-	-
		2. opettajakeskeinen		94	26	-	-
		3. yhteistoiminnallinen		54	15	-	-
	Aktiivisuus	1. luokka		144	39	-	-
		2. oppilas		114	31	-	-
		3. oppilaspari		72	20	-	-
		4. ryhmä		25	7	-	-
		5. opettaja		11	3	-	-
	Työmuoto	1. tehtäviä antava opetus		223	61	-	-
		2. vuorovaikut. opetus		132	36	-	-
		3. esittävä opetus		11	3	-	-
	Vuorovaikutuksen yhdistelmät	1. oppk/tao/opp		113	31	-	-
		2. oppk/tao/pari		72	20	-	-
		3. opek/vvo/lk		68	19	-	-
		4. yhtt/vvo/lk		30	8	-	-
		5. oppk/vvo/ryhmä		25	7	-	-
		yhtt/tao/lk		24	7	-	-
		6. opek/tao/lk		14	4	-	-
		7. opek/eso/ope		11	3	-	-

## Liite 10.2b. Didaktiset tekijät tunnin opetuksellisissa vaiheissa, Opettaja B.

DIDAKTISET TEKIJÄT		Toiminnan piirre	JOHD. yht. 9 epis. epis. %		UUD. OP. yht. 6 epis. epis. %		KERT. yht. 7 epis. epis. %		HARJ. yht. 8 epis. epis. %		SOV. yht. 7 epis. epis. %		ARV. yht. 6 epis. epis. %	
TAVOITTEET	Sisällöt Kognitiiviset	sisällöt*	4/9	44	6/6	100	7/7	100	8/8	100	6/7	86	3/6	50
		tiedonkäsitys*	3/9	33	3/6	50	4/7	57	1/8	13	3/7	43	1/6	17
		ajattelu*	3/9	33	4/6	67	6/7	86	1/8	13	5/7	71	3/6	50
		merkitys	3/9	33	-	-	-	-	-	-	3/7	43	1/6	17
	Sosiaalis- affektiiviset	opisk. sos.taidot*	6/9	67	2/6	33	1/7	14	8/8	100	4/7	57	2/6	33
		henkinen kasvu*	5/9	56	4/6	67	3/7	43	8/8	100	5/7	71	5/6	83
		sisällöt*	4/9	44	6/6	100	7/7	100	8/8	100	6/7	86	3/6	50
		kognitiiviset*	4/9	44	4/6	67	7/7	100	2/8	25	5/7	71	4/6	67
	Tavoitteiden yhdistelmät	sos.affektiiviset*	8/9	89	4/6	67	3/7	43	8/8	100	3/7	43	5/6	83
		Lähtökohta (kpl)	enn.käsitukset	1/9	11	-	-	-	-	-	-	-	1/6	17
		arkiel.tilanteet	1/9	11	-	-	-	-	-	-	4/7	57	-	-
		aiem. opiskeltu*	3/9	33	4/6	67	6/7	86	-	-	1/7	14	5/6	83
ORGANISOINTI	Konteksti	tavoitteet	3/9	33	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
		ongelmakesk.	2/9	22	-	-	-	-	-	-	4/7	57	4/6	67
		toiminnallisuus	2/9	22	1/6	17	1/7	14	-	-	-	-	3/6	50
		suoraan asiaan	2/9	22	2/6	33	1/7	14	-	-	-	-	-	-
	Matemaattiset prosessit	todelliset tilant.	5/9	56	1/6	17	-	-	-	-	4/7	57	3/6	50
		välineet*	1/9	11	1/6	17	2/7	29	1/8	13	3/7	43	1/6	17
		symbolit	3/9	33	4/6	67	5/7	71	7/8	87	-	-	2/6	33
		havainnollist.*	5/9	56	3/6	50	2/7	29	3/8	38	5/7	71	1/7	17
	Vastuu	käsitteenmäärit.	4/9	44	1/6	17	1/7	14	-	-	-	-	1/6	17
		käsitteiden suht.	1/9	11	1/6	17	2/7	29	-	-	1/7	14	-	-
	Aktiivisuus	pelkkä vastaus	-	-	-	-	-	-	4/8	50	1/7	14	1/6	17
		ratkaisutapa	1/9	11	6/6	100	5/7	71	8/8	100	-	-	2/6	33
VUOROVAIKUTUS	Työmuoto	perusteleminen*	2/9	22	2/6	33	5/7	71	3/8	38	4/7	57	2/6	33
		ongelmanratk.	1/9	11	-	-	-	-	1/8	13	4/7	57	2/6	33
		mallintaminen	-	-	-	-	-	-	-	-	5/7	71	2/6	33
		kommunikointi*	8/9	89	4/6	67	6/7	86	5/8	63	5/7	71	5/6	83
	Vastuu	opettajakesk.	4/9	44	6/6	100	3/7	43	-	-	2/7	29	2/6	33
		yhteistoiminnal.	5/9	56	-	-	2/7	29	-	-	2/7	29	3/6	50
		oppilaskesk.	-	-	-	-	2/7	29	8/8	100	3/7	43	1/6	17
		opettaja	2/9	22	-	-	-	-	-	-	-	-	1/6	17
	Aktiivisuus	luokka	7/9	78	5/6	83	6/7	86	-	-	4/7	57	4/6	67
		ryhmä	-	-	-	-	1/7	14	-	-	-	-	-	-
VUOROVAIKUTUS	Työmuoto	oppilaspari	-	-	-	-	-	-	6/8	75	-	-	-	-
		oppilas	-	-	1/6	17	-	-	2/8	25	3/7	43	1/6	17
		esittävä opetus	2/9	22	-	-	-	-	-	-	-	-	1/6	17
		vuorovaik.opet.*	5/9	56	6/6	100	6/7	86	3/8	38	1/7	14	4/6	67
	Vastuu	teht. antava opet.	2/9	22	-	-	1/7	14	5/8	63	6/7	86	1/6	17
		opek/eso/o	2/9	22	-	-	-	-	-	-	-	-	1/6	17
		opek/vvo/lk	2/9	22	5/6	83	3/7	43	-	-	1/7	14	1/6	17
		opek/tao/lk	-	-	1/6	17	-	-	-	-	-	-	-	-
	Vastuu	yhtt/vvo/pari	-	-	-	-	-	-	-	-	1/7	14	-	-
		yhtt/vvo/lk	3/9	33	-	-	2/7	29	-	-	-	-	3/6	50
VUOROVAIKUTUS	Työmuoto	yhtt/tao/lk	2/9	22	-	-	-	-	-	-	2/7	29	-	-
		opk/tao/pari	-	-	-	-	1/7	14	-	-	-	-	-	-
		opk/tao/opp	-	-	-	-	1/7	14	-	-	-	-	-	-
		opk/tao/opp	-	-	-	-	1/7	14	-	-	-	-	-	-

\*) toiminnan piirre esiintyy kaikissa opittunin sisältämissä opetuksellisissa vaiheissa



## Liite 10.3a. Didaktiset tekijät pedagogisessa toiminnassa, Opettaja C.

DIDAKTISET TEKIJÄT		Toiminnan piirteet		KESTO**		EPISODIT**	
				min	%	kpl	%
TAVOITTEET	Sisällöt*	1. sisällöt ja toimintatavat		365	99	-	-
	Kognitiiviset tavoitteet*	2. opiskelu- ja sosiaaliset taidot		156	42	-	-
	Sosiaalis-affektiiviset tavoitteet*	3. matemaattinen ajattelu		143	39	-	-
		4. henkinen kasvu		111	30	-	-
		matemaattinen tiedonkäsitys		112	30	-	-
		5. matematiikan merkitys		78	21	-	-
	Tavoitteiden yhdistelmät*	1. sisällöt ja toimintatavat		365	99	-	-
		2. kognitiiviset tavoitteet		238	64	-	-
		3. sosiaalis-affektiiviset tavoitteet		194	52	-	-
OPETUS- JA OPISKELUTOIMINNAN ORGANISOINTI	Opetuksellinen vaihe	1. harjoittelu		171	46	-	-
		2. kertaus		82	22	-	-
		3. uuden opetus		42	11	-	-
		4. arviointi		32	9	-	-
		5. soveltaminen		22	6	-	-
	Lähtökohta* (ei harjoittellessa)	johdattelu		21	6	-	-
		1. aiemmin opiskeltu		-	-	23	58
		2. arkielämän tilanteet		-	-	10	25
		3. suoraan asiaan		-	-	8	20
		4. ongelmanratkaisusyy		-	-	4	10
	Konteksti	toiminnallisuus		-	-	4	10
		5. tavoitteet		-	-	2	5
		ennakkokäsitykset		-	-	2	5
		1. todelliset tilanteet		288	78	-	-
		2. symboleilla operointi		57	15	-	-
	Matemaattiset prosessit*	3. välineillä operointi		25	7	-	-
		havainnollistaminen		129	35	-	-
		1. tietty ratkaisutapa		295	80	-	-
		2. kommunikointi		260	70	-	-
		3. perusteleminen		228	62	-	-
		4. käsitteiden suhteet		177	48	-	-
		5. käsitteenmäärittely		84	23	-	-
		6. mallintaminen		75	20	-	-
		7. pelkkä vastaus		51	14	-	-
		8. ongelmanratkaisu		7	2	-	-
VUOROVAIKUTUS	Vastuu	1. oppilaskeskeinen		165	45	-	-
		opettajakeskeinen		157	45	-	-
	Aktiivisuus	2. yhteistoiminnallinen		48	13	-	-
		1. luokka		192	52	-	-
		2. oppilaspari		140	38	-	-
		3. ryhmä		15	4	-	-
	Työmuoto	opettaja		13	4	-	-
		4. oppilas		10	3	-	-
		1. vuorovaikutteinen opetus		192	52	-	-
		2. tehtäviä antava opetus		165	45	-	-
	Vuorovaikutuksen yhdistelmät	3. esittävä opetus		13	4	-	-
		1. opek/vvo/lk		143	39	-	-
		2. oppk/tao/pari		140	38	-	-
		3. yhtt/vvo/opp		26	7	-	-
		4. yhtt/vvo/lk		22	6	-	-
		5. oppk/tao/ryhmä		15	4	-	-
		opek/eso/ope		13	4	-	-
		6. oppk/tao/opp		10	3	-	-

\*) päällekkäinen luokittelu, vertailu suoritettu prosenttiosuukien sijaan ajan (min) perusteella

\*\*) opetus-opiskelu-oppimisprosessin kesto yhteensä 366 min, episodeja yhteensä 43 kpl

## Liite 10.3b. Didaktiset tekijät tunnin opetuksellisissa vaiheissa, Opettaja C.

DIDAKTISET TEKIJÄT			Toiminnan piirre		JOHD. yht. 6 epis. epis. %		UUD. OP. yht. 8 epis. epis. %		KERT. yht. 18 epis. epis. %		HARJ. yht. 26 epis. epis. %		SOV. yht. 4 epis. epis. %		ARV. yht. 4 epis. epis. %	
TAVOITTEET	Sisällöt Kognitiiviset	sisällöt*	4/6	67	8/8	100	18/18	100	26/26	100	4/4	100	4/4	100		
		tiedonkäsitys	3/6	50	6/8	75	10/18	56	-	-	-	-	1/4	25		
		ajattelu	-	-	6/8	75	7/18	39	4/26	15	-	-	3/4	75		
	Sosiaalis- affektiiviset	merkitys*	3/6	50	2/8	25	1/18	6	2/26	8	4/4	100	1/4	25		
		opisk. sos.taidot	2/6	33	-	-	1/18	6	14/26	54	-	-	-	-		
		henkinen kasvu	-	-	-	-	1/18	6	14/26	54	-	-	2/4	50		
	Tavoitteiden yhdistelmät	sisällöt*	4/6	67	8/8	100	18/18	100	26/26	100	4/4	100	4/4	100		
		kognitiiviset*	6/6	100	8/8	100	11/18	61	6/26	23	4/4	100	4/4	100		
		sos.affektiiviset	2/6	33	-	-	2/18	11	21/26	81	-	-	2/4	50		
	ORGANISOINTI	Lähtökohta (kpl)	enn.käsitukset	2/6	33	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
arkiel.tilanteet			2/6	33	2/8	25	2/18	11	-	-	4/4	100	-	-		
aiem. opiskeltu*			2/6	33	4/8	50	12/18	67	-	-	1/4	25	4/4	100		
Tavoitteet		tavoitteet	2/6	33	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-		
		ongelmakesk.	3/6	50	-	-	1/18	6	-	-	-	-	-	-		
		toiminnallisuus	2/6	33	-	-	2/18	11	-	-	-	-	-	-		
Konteksti		suoraan asiaan	-	-	2/8	25	6/18	33	-	-	-	-	-	-		
		todelliset tilant.*	3/6	50	5/8	63	4/18	22	26/26	100	4/4	100	4/4	100		
		välitteet	3/6	50	1/8	13	2/18	11	-	-	-	-	-	-		
Matemaattiset prosessit		symbolit	-	-	2/8	25	12/18	67	-	-	-	-	-	-		
	havainnollist.*	5/6	83	2/8	25	12/18	67	2/26	8	3/4	75	2/4	50			
	käsitteenmäärit.	4/6	67	4/8	50	10/18	56	-	-	1/4	25	-	-			
VUOROVAIKUTUS	Vastuu	käsitteiden suht.	3/6	50	6/8	75	13/18	72	6/26	23	2/4	50	-	-		
		pelkkä vastaus	1/6	17	-	-	-	-	6/26	23	-	-	1/4	25		
		ratkaisutapa	-	-	6/8	75	11/18	61	26/26	100	1/4	25	4/4	100		
	Aktiivisuus	perusteleminen	-	-	1/8	13	3/18	17	16/26	62	2/4	50	3/4	75		
		ongelmanratk.	-	-	-	-	1/18	6	-	-	-	-	-	-		
		mallintaminen	2/6	33	1/8	13	-	-	4/26	15	4/4	100	1/4	25		
	Työmuoto	kommunikointi*	1/6	17	5/8	63	10/18	56	14/26	54	2/4	50	3/4	75		
		opettajakesk.	1/6	17	8/8	100	17/18	94	3/26	11	2/4	50	-	-		
		yhteistoiminnal.	3/6	50	-	-	-	-	-	-	2/4	50	4/4	100		
	VUOROVAIKUTUS	Vastuu	opettajakesk.	2/6	33	-	-	1/18	6	23/26	89	-	-	-	-	
opettaja			1/6	17	2/8	25	2/18	11	-	-	-	-	-	-		
luokka*			3/6	50	6/8	75	15/18	83	3/26	11	4/4	100	1/4	25		
Aktiivisuus		ryhmä	2/6	33	-	-	1/18	6	-	-	-	-	-	-		
		oppilaspari	-	-	-	-	-	-	14/26	54	-	-	-	-		
		oppilas	-	-	-	-	-	-	9/26	35	-	-	3/4	75		
Työmuoto		esittävä opetus	1/6	17	2/8	25	2/18	11	-	-	-	-	-	-		
		vuorovaik.opet.*	3/6	50	6/8	75	15/18	83	3/26	11	4/4	100	4/4	100		
		teht. antava opet.	2/6	33	-	-	1/18	6	23/26	89	-	-	-	-		
VUOROVAIKUTUS		Vuoro- vaikutuksen yhdistelmät	opek/eso/ope	1/6	17	2/8	25	2/18	11	-	-	-	-	-	-	
	opek/vvo/lk		-	-	6/8	75	15/18	83	3/26	11	2/4	50	-	-		
	opek/tao/lk		3/6	50	-	-	-	-	-	-	2/4	50	1/4	25		
	yhtt/vvo/pari		-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	3/4	75		
	yhtt/vvo/lk		2/6	33	-	-	1/18	6	-	-	-	-	-	-		
	yhtt/tao/lk		-	-	-	-	-	-	14/26	54	-	-	-	-		
	oppk/tao/pari		-	-	-	-	-	-	9/26	35	-	-	-	-		

\*) toiminnan piirre esiintyy kaikissa opitun sisäلتämissä opetuksellisissa vaiheissa

## Liite 10.4. Opettajien A, B, ja C pedagogisen toiminnan piirteiden vertailu.

DIDAKTISET TEKIJÄT Toiminnan piirteet	YHTÄLAISUYDET			SAMANKALTAISUDET			TOIMINNAN PIIRTEIDEN EROT		
	A & B & C	A & B	B & C	C & A	A	B	B	C	
TAVOTTEET	Sisällöt Kognitiiviset Sos.affectiiviset	– sisällöt ja toimintatavat*	– merkitys* – tiedonkäsitys*	– ajattelu*** – henkinen kasvu***	– sisällöt ja toimintatavat*	– ajattelu*** – henkinen kasvu***	– sisällöt ja toimintatavat*	– sisällöt ja toimintatavat*	
		– sisällöt ja toimintatavat*	– sos.affectiiviset tavoitteet*	– sos.affectiiviset tavoitteet*	– sisällöt ja toimintatavat*	– sos.affectiiviset tavoitteet*	– sisällöt ja toimintatavat*		
	Yhdistelmät	– johdattelu – uuden opetus	– kertaus*	– harjoittelu*	– kertaus*	– arviointi*	– arviointi*	– sovelaminen	
	Lähtökohta	– aiemmin opiskeltu – ennakkokäsitykset	– toiminallisuus*	– suoraan asiaan	– arkielämän tilant.* – ong.keskisyys*	– suoraan asiaan	– ong.keskisyys*	– toiminallisuus*	
ORGANISOINTI	Konteksti	– välineet** – tod. tilanteet***	– havainnollist.*	– symbolit***	– symbolit***	– symbolit***	– tod. tilanteet*** – välineet**	– tod. tilanteet*** – välineet**	
	Matemaattiset prosessit	– mallintaminen	– ratkaisutapa** – perusteleminen** – vastaus**	– käsit.määrittely** – kommunikointi** – kommunikointi*	– käsit.määrittely** – ratkaisutapa** – perusteleminen**	– kommunikointi** – käsit.määrittely**	– käsit. suhteet*** – ong.mikaisu***	– käsit. suhteet*** – ong.mikaisu***	
	Vastuu	– yhteistoiminnal.	– oppilaskesk.* – opettajakesk.* – luokka	– oppilaskesk.* – opettajakesk.* – luokka	– oppilaskesk.* – opettajakesk.* – luokka	– oppilaskesk.* – opettajakesk.* – luokka	– oppilaskesk.* – opettajakesk.* – luokka	– oppilaskesk.* – opettajakesk.* – luokka	
	Työmuoto	– esittävä opetus	– tehtäviä antava opetus* – vuorovaikutteinen opetus*	– oppilaskesk.* – opettajakesk.* – luokka	– oppilaskesk.* – opettajakesk.* – luokka	– oppilaskesk.* – opettajakesk.* – luokka	– oppilaskesk.* – opettajakesk.* – luokka	– oppilaskesk.* – opettajakesk.* – luokka	
VUOROVAIKUTUS	Vuorovaikutuksen yhdistelmät	– yht.vvo/llk	– opetk.vvo/llk**	– opetk.vvo/llk**	– opetk.vvo/llk**	– opetk.vvo/llk**	– opetk.vvo/llk**	– opetk.vvo/llk**	
		– opetk.vvo/llk**	– opetk.vvo/llk**	– opetk.vvo/llk**	– opetk.vvo/llk**	– opetk.vvo/llk**	– opetk.vvo/llk**	– opetk.vvo/llk**	

\*) tilastollisesti merkitsevä ero (df=1, p=0,05)

\*\*) tilastollisesti merkitsevä ero (df=1, p=0,01)

\*\*\*) tilastollisesti erittäin merkitsevä ero (df=1, p=0,001)

